私と関数微分方程式

申 正善 (Jong Son Shin)
静岡大学、客員教授
shinjongson@jcom.home.ne.jp

RIMS 共同研究（公開型）「時間遅れ系と数理科学：理論と応用の新たな展開に向けて」において講演の機会を与えてくださった本研究の代表西口 純矢先生及び副代表中田 行彦先生に心より感謝申し上げます。

本講演において主に 1970 年代から 2010 年代までの日本における関数微分方程式の進展過程についてお話しします。以下の順序に従ってお話ししますが取り上げている人物は主に私が本などで知りえた著名な方及び私と関わった身近な人達です。

1. 日本における関数微分方程式の進展: 1960 年代–2010 年代
   1.1 常微分方程式の基礎研究: 1920 年代–1940 年代
   1.2 人物を中心とした構図
   1.3 微分方程式の多岐にわたる進展
   1.4 関数微分方程式の進展
2. その時代の私の研究
3. 現在の私の研究

1 日本における関数微分方程式の進展: 1960 年–2010 年代

よく知られているように関数微分方程式は常微分方程式の拡張として発展してきました。そのため常微分方程式の話を先に行います。

I.1 常微分方程式の基礎研究: 1920 年–1940 年代

この時期常微分方程式の基礎研究は主に、3 人の先生方、 すなわち、
南雲 道夫 (1905, 5.7 – 1995、大阪大学、微分方程式、解析学)、
岡村 博 (1905, 11, 10 – 1948、 京都大学、 微分方程式)、
福原 満洲雄 (1905, 12, 24 – 2007、東京大学、 京都数理解析研究所所長、微分方程式) によってなされた。

3 人の先生方は同じ年に生まれ、同じ時期に常微分方程式の基礎研究を行いしかも同じ時期に、南雲先生は < 写像度と存在定理 >、河出書房、1948、岡村先生は < 微分方程式序論 > 森北出版、1948、福原先生は < 常微分方程式 >、岩波全書、116、1950.(それ以前に常微分方程式論、岩波

講座、分担執筆、1933) を出版されています。3 人の不思議な縁を感じますが、 時代が日本において常微分方程式の基礎研究を要求したのかもしれません。

ここで簡単に 3 人の先生方を紹介します。福原 先生 [1,2] は 1934 年に数学全般を網羅した岩波講座が出版されたが、そこで分担執筆された常微分方程式論の文章中で研究は出来るだけ広い範囲を展望しながら、欠けている領域を１つ１つ埋めて行くことが望ましいと諭されています。先生の最初の論文は学生時代に指導教官の吉江琢児から勧められて発表された、初期値問題の解の一意性が保証されていない単独常微分方程式の最大解と最小解の存在に関する結果であり、それらは連立方程式の場合に拡張され、Kneser 族の研究へと深められた。さらに 1960 年代半ばになって、Contingent Equation と呼ばれる微分方程式の場合に拡張されたが、この理論が当時工学分野で大きな研究課題となっていた Pontryagin の最適制御理論等に１つの数学的意味を与えることが判明した。さらに複素微分方程式、偏微分方程式等に多大な貢献をしました。

私は 1970 年代菊池 紀夫氏により境界層の問題を福原の Kneser 定理を用いて解かれた時の感銘を思い出します。この時基礎定理の重要性を痛感しました。

1958 年には福原先生は南雲道夫、佐藤徳意両先生とともに日本数学会の函数方程式分科会の機関誌として、エスペラント語の Funkcialaj Ekvacioj（略 称 FE）という名前の欧文雑誌の発刊に尽力された。その後、日本数学会理事長 1963 年に京都大学数理解析研究所の創立に従事され初代所長としてまた東京農工大学学長として活躍されました。1963 年には「微分方程式の研究」で日本学士院賞を受賞されました。正に福原先生は数学研究だけではなく教育、行政においてもリーダーシップを発揮された方だと思われます。

岡村先生は高校生の時力学など微分方程式に接しそれが一般的に解をもつかどうか疑問を抱いていた。その後学士となって研究についたとき当時日本の学界で研究されていた解の一意性の問題に関心を持つようになった。1940 年 1 月 1 日ににアイデアが生まれ解の一意性に関する必要十分条件が与えられた。それだけではなく教育者として山口　昌哉、溝畑　茂の両先生を育てました。正に先生は天才派であり、教育者としても立派な方だと思っています。

南雲 先生は一意性に関する定理を 1926 年に発表され南雲の一意性定理として国際的にも有名です。解析学の分野において多大な貢献をなさ

れた方です。

1.2 人物を中心とした構図

構図: 福原　満洲雄　$\Longrightarrow$
- 木村 俊房 (1929-1998): 複素微分方程式　$\Longrightarrow$

–高野　恭一、内藤　敏機
–岡本 和夫

構図: 岡村 博　$\Longrightarrow$
- 山口　昌哉 (1929-1997): 力学系, カオス $\Longrightarrow$　森田 善久, 國府 寛司
- 溝畑　茂 (1924-2002): 偏微分方程式

構図: 南雲 道夫　$\Longrightarrow$
- 山本　稔 (1929-1997): 大阪大学, 常微分方程式 $\Longrightarrow$　原 惟行, 杉江 実郎,
- 秋山　仁 (1946-): 離散数学、数学教育

構図: 吉沢 太郎 (1919-1996) $\Longrightarrow$　加藤 順二 (1934-2023): 東北大学、常微分方程式、関数微分方程式
- 日野 義之 (1942–)、千葉大学、関数微分方程式,
- 古用 哲夫 (1947–)、島根大学、関数微分方程式

* 内藤 敏機 (1944–)、電気通信大学、関数微分方程式 (東京大学から助手として赴任)

1.3 微分方程式の多岐にわたる進展: 1950 年–1970 年代

この時期は常微分方程式論および解析学の全盛期であり複素微分方程式、偏微分方程式、力学系において顕著な進展があった時代です。関数微分方程式、現象数理学に関しては新しい芽が咲き始めた時代と言えます。

(1)　常微分方程式

この時期は常微分方程式論の全盛期であった。特に吉沢先生による安定性理論、有界性理論は世界にその名声をとどろかせた。草野　尚 (1932-?、広島大学、微分方程式) は振動論、山本 稔 (193?-、大阪大学、常微分方程式)、加藤 順二 (常微分方程式、関数微分方程式) は安定性の研究をおこなった。

ここで簡単に吉沢先生 [3] を紹介します。1941 年 12 月に京都帝国大学理学部数学科を短縮卒業されました。直ちに幹部候補生として兵役につかれ中国に出兵されました。陸軍中尉として 1946 年 6 月に帰還され、10

月から特別研究生として学究生活に戻られました。戦時中に読む本もなく、勉学と無縁に暮らした空白の 4 年余りを取り戻すのに随分苦労されたそうです。

京都帝国大学在学中は松本敏三先生に師事されましたが、学問上では当時京都大学教授でおられた岡村博先生の強い影響を受けておられます。

吉沢先生は解の–意性に対して岡村先生が有限区間の上で構成されたいわゆる岡村関数の概念を無限区間の上に拡張し、解の安定性、有界性に対する理論を構築されました。これは 19 世紀末にロシアの数学者 A. M. Liapunov によって発表されたがそれほど学界の注目を引かずにいた結果に関連し、それを再発見した形となり、現在微分方程式の安定性理論において中心的役割を果たしているリヤプノブ理論の核心部分は大きく吉沢先生に依存しております。このことは 1956 年に刊行された Giovanni Sansone and Roberto Conti の著書 (Equazioni Differenziali non lineari, Cremonese) に一つの章をさいて取り上げられ世界的に大きく注目を集めました。さらに, 1959 年 9 月より Solomon Lefschetz が所長をしていた米国ボルチモアの RIAS 研究所 (Research Institute for Advanced Studies) に招聘され 2 年間を過ごしておられます．この時代は前記 Sansone and Conti の著書、Lefschetz の Differential Equations: Geometric Theory (第 2 版 1963, Interscience; 初版 1957), V V Nemytski and V. V. Stepanov の Qualitative Theory of Differential Equations (1960, Princeton Univ Press; 原書はロシア語 1947), E. A. Coddington and N. Levinson の Theory of Ordinary Differential Equations (1955, McGraw-Hill) などの著書が出版され、微分方程式の定性理論が一挙に花咲いた時期でまさに黄金時代でした。さらに、その中心を占め、世界各地の俊秀を集め引き付けていた RIAS 研究所にいて Solomon Lefschetz, Joseph. P. LaSale, Jack K. Hale, Lamberto Cessari, George Seifert, Roberto Conti, Czeslaw Olech, Yurri. A. Mitropol'ski など、当時あるいはその後の時代をリードした多くの研究者を知己とされたのは吉沢先生の研究者としての位置を揺るぎないものとされました。これらの知己を通じ、また 1966 年日本数学会刊行の (Stability Theory by Liapounov's Second Method) の執筆に当たられました。この著書は安定性理論におけるバイブルとして世界的に大きな影響をもたらし、アメリカ、ヨーロッパ、旧ソビエト、中国を初めとする世界各地に多くの信奉者が輩出しております。Theodore A. Burton は学生時代に吉沢先生のこの著書に出会い安定性をテーマに選び吉沢先生を生涯の師として、その著書 (Stability and Periodic Solutions of Ordinary and Functional Differential Equations, 1985, Academic Press) を先生に捧げております。

海外の ODE の著名な研究者、少なくとも 26 人から弔文が奥様に寄せられております。このことは吉沢先生が世界的に ODE の研究において中心的な存在であったことを示しています。

(2)　複素微分方程式

木村 俊房 (1929-1997)、東京大学、複素微分方程式
渋谷 泰隆 (1930–)、ミネソタ大学、複素微分方程式
大久保 謙二郎 (?–)、電気通信大学、複素微分方程式
岩野 正宏 (19？–)、東京都立大学、常微分方程式
河野　實彦 (1941–)、熊本大学、複素微分方程式

(3)　力学系

浦 太郎 (1920-)、神戸大学、力学系
斎藤 利弥 (1920-)、慶応義塾大学、力学系
山口 昌哉 (1925-1998)、京都大学、非線形数学, カオス

(4)　偏微分方程式

溝畑 茂 (1924-2002)、京都大学、偏微分方程式

1.4 関数微分方程式の進展

1) 1960 年代–1970 年代

–吉沢 太郎

<Stability Theory by Liapunov's Second Method>　日本数学会, 1966.

この著書は常微分方程式の安定性理論におけるバイブルはもちろんであるが、最後の章で関数微分方程式の安定性及び有界性等が扱われている。この著書は私の知る限りでは日本で出版されている関数微分方程式を含んだ最初の本である。

–杉山 昌平

差分方程式、差分微分方程式、積分方程式等の基礎定理

< 差分 · 微分方程式 >、共立出版、 1971.

–ハラナイ (加藤 順二 翻訳)

< 微分方程式: 安定性, 振動論, 遅れ時間を持った系 > 上, 下, 吉岡書店、1969.

– 加藤 順二

< 関数方程式 >、筑摩書房, 1974

次の二つの概説は当時の関数微分方程式の発展状況を知る上で非常に参考となる。

加藤 順二、関数微分方程式の安定性について、「関数方程式」、19、(1967)、 35–53

加藤 順二、関数微分方程式における Lag の影響、「関数方程式」、27、(1975)、695–751

この時期は関数微分方程式は常微分方程式の拡張、延長また一部分として扱われた、すなわち、関数微分方程式は独立した分野としては確立されてはいなかった。

2) 1970 年-2010 年代: 関数微分方程式の進展

–吉沢–加藤グループ

日野 義之 (1942–)、 千葉大学、関数微分方程式
内藤 敏機 (1944–)、 電気通信大学、関数微分方程式
古用 哲夫 (1947–)、 島根大学、関数微分方程式
申 正善 (1947–)、 朝鮮大学、関数微分方程式
上之郷 高志 (1948–)、 東北学院大学、常微分方程式、関数微分方程式
村上 悟 (1967 –)、 岡山理科大学、関数微分方程式

–原グループ

原 惟行 (1946–)、大阪府立大学、常微分方程式、関数微分方程式
杉江 実郎 (1956–)、島根大学、常微分方程式、関数微分方程式
米山 俊昭 (1947–)、大阪府立大学、関数微分方程式
宮崎 倫子 (1964–)、静岡大学、関数微分方程式, 応用数学
村上 公一 (1967–)、徳島大学、分岐理論、差分方程式

–それ以外 (常微分方程式, 関数微分方程式, 応用数学)
中桐 信一 (1948–)、 神戸大学、関数解析、関数微分方程式
内藤 学 (1949–)、愛媛大学、 常微分方程式
竹内 康博 (1951–)、 青山学院大学、数理生物学
森田 善久 (1955–)、 龍谷大学、数理生物学、偏微分方程式
上村 豊 (1953–)、 東京海洋大学、積分方程式
鈴木 麻美 (？–)、 法政大学、複素差分方程式
山中 健 (1931–)、日本大学、微分方程式、解析学
栗原 光信 (1937–2009)、山梨大学、関数微分方程式、 数値解析
三村 昌泰 (1941-2021)、広島大学、現象数理学
三井 斌友 (1947-)、名古屋大学、数値計算、応用数学

菊池 紀夫 (1941–)、慶応義塾大学、微分方程式、変分法
中野 実 (1945–)、慶応義塾大学、複素微分方程式

(1) 吉沢–加藤グループ: 無限遅れの関数微分方程式

このグループでは主に有限次元、無限次元における無限遅れの関数微分方程式の定性理論、すなわち、基礎定理、解の表現、安定性、周期解及び概周期解の存在等を研究された。

無限遅れの関数微分方程式を最初に研究された方は電気通信大学の 内藤 敏機氏である。彼は 1969 年東京大学 (指導教官: 木村　俊房) 修士課程卒業後 東北大学 (吉沢, 加藤) 助手に赴任しました。以後関数微分方程式の研究、特に無限遅れに関する Coleman and Mizel の仕事 (1966-1968) に影響を受け、

RIMS 212、「常微分方程式の漸近的性質」 1974 年、2,18-2,20、
代表　吉沢　太郎

において論文

$<$ 無限の遅れを持った線形関数微分方程式について $>$

を発表された。

英文は 1976 年 JDE に発表されている. さらに, 1976 年 Hale 先生が 3ヶ月東北大学に滞在し、加藤先生とともに無限遅れの関数微分方程式の相空間を抽象化しました. 1978 年, FE に発表されています。それ以後、日野、内藤、申、村上が中心になって無限遅れの関数微分方程式の研究が精力的に行われ、多くの成果を見出した。.

(2) 原グループ: 具体的な関数微分方程式の研究

このグループでは吉沢–加藤グループと異なり有限次元におけるより具体的な方程式、例えば、

$$x'(t) = Ax(t) + Bx(t - \tau)$$

を扱っている. 特に、方法論として、数値シミュレーションに基づいて理論を構築している。そのため遅れを持った微分方程式に対応した数値計算ソフトウェアの開発にも尽力された。

–米山 俊昭氏は 1985 年に遅れの線形微分方程式

$$x'(t) = -a(t)x(t - r(t))$$

のゼロ解の安定性を研究した。 ここで $a : [0, \infty) \to [0, \infty)$、$r : [0, \infty) \to$

$[0,q)$ である。彼は $\frac{3}{2}$ 安定性条件

$$\int_t^{t+q} a(s)ds \le \frac{3}{2}$$

を提示した。これは York(1970) が与えた条件

$$\exists \alpha : \alpha q \le \frac{3}{2}$$

を改良している。

–宮崎 倫子は 1996 年 $r(t) = r > 0$ とし、$a(t)$ が一般的な場合、解が 0 に向かうための条件を見出している。

< この時期, 関数微分方程式の主な研究課題 >

無限次元及び有限次元上の関数微分方程式の定性理論を暑かった。

1. 関数微分方程式の相空間
2. 関数微分方程式の基礎定理
3. 定数変化法の公式とその近傍
4. ロバスト安定性
5. 解の有界性、安定性及び分岐理論
6. 周期解及び概周期解の存在
7. 数理生物学への応用

著書

1) Hino, Murakami and Naito: Functional Differential Equations with Infinite Delay, 1991.

2) 内藤、原、日野、宮崎: タイムラグをもつ微分方程式、2002.

これらの著書により日本における関数微分方程式は独立した分野として確立された。

2. その時代における私の研究

私は 1970 年朝鮮大学を卒業後、本大学の教鞭をとることとなり基礎数学、常微分方程式等の科目を受け持つようになりました。特に、常微分方程式、遅れの微分方程式を勉強する過程でまた講義をする過程でなぜ無限遅れを考えないのかというおぼろげながらの疑問が生じ始めました。そんな時、毎週火曜日に行われる福原セミナーにて内藤 敏機氏が無限の遅れを持った線形関数微分方程式に関する講演を聞き驚きとともに非常に感銘受けました。それ以後内藤氏の下で指導を受けながら勉強と研究

を重ねてきました。時間的制約が非常に厳しかったがどうにか乗り越えることができました。内藤氏との巡り合わせは運命なのか必然なのかは分かりませんが私の人生の一大転換を意味します。

1) Banach 空間上の無限遅れの関数微分方程式の基礎定理:

次の初期値問題

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x_t),\ x_\sigma = \varphi \in B$$

及び

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t) + f(t, x_t),\ x_\sigma = \varphi \in B$$

の基礎定理を研究.

2) 周期線形関数微分方程式の周期解の存在： マッセラの定理の一般化

有限次元空間においてマッセラは非同次周期線形微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x(t) + f(t) \tag{1}$$

において有界解の存在と方程式の周期と同じ周期解の存在は同値である (Massera の定理) ことを示した。X : バナハ空間、 $T : X \to X$: 線形アフィン写像 $Tx = Lx + z$、$z \in X$ とする。ここで $L : X \to X$: 有界線形作用素。

定理 (Chaw and Hale): 値域 $R(I - L)$ が閉集合でかつ X にて 列 $\{x_0, Tx_0, T^2x_0, \cdots\}$ が有界となる $x_0 \in X$ が存在するならば、T は X の中で不動点を持つ。

Chaw and Hale はこの定理を用いて周期関数微分方程式 $x'(t) = L(t, x_t) + f(t)$ に対してマッセラ型の定理を示した。私はこの結果を抽象的な方程式

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t) + B(t, x_t) + F(t), \tag{2}$$

$$B(t + \omega, \phi) = B(t, \phi),\ F(t + \omega) = F(t)。$$

に拡張し、しかも使いやすくした。特に閉値域 $R(I - L)$ となる作用素 L として semi-Fredholm operator を考え、方程式 (2) に適用した。

その他、概周期解の存在, 非線形微分方程式における周期解の存在等を研究した。

3) $\mathbb{R}^n$ 上の周期線形微分方程式の解の有界性と解の表現:

マッセラの定理と関連して方程式 (1) の有界解の判定基準は何か? という私の疑問は長い間未解決であったが、簡単なアイデアによって解決さ

れた。そのことを一次元の場合、すなわち、周期 $\tau > 0$ を持った線形微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = ax(t) + f(t),\ x(0) = w \in \mathbb{C} \tag{3}$$

について述べる。

$$F(t) = \int_0^t e^{a(t-s)} f(s) ds,\ a_f = F(\tau)$$

とおけば、定数変化法の公式により解 $x(t, 0, w, f)$ は

$$x(t, 0, w, f) = e^{at} w + F(t)$$

と表される。これより

$$x(t, 0, w, f) = \big(e^{at} w + z(t)\big) + (F(t) - z(t))$$

と変形し第 2 項 $F(t) - z(t) \neq 0$ が周期 $\tau > 0$ を持った周期関数になるように $z(t)$ を以下のように決定する。$F(t+\tau) - F(\tau) = e^{at} a_f$ であるから、差分方程式

$$\Delta z(t) := z(t+\tau) - z(\tau) = e^{at} a_f \tag{4}$$

を得る。したがって和分 $\Delta^{-1} e^{at} a_f = z(t) + c(t)$ となる。ここで $c(t)$ は周期定数である。$z(t)$ は 1 次元の場合、容易に

$$z(t) := \Delta^{-1} e^{at} a_f = \begin{cases} \frac{e^{at}}{e^{a\tau}-1} a_f & (e^{a\tau} \neq 1) \\ \frac{e^{at}}{\tau} t a_f & (e^{a\tau} = 1) \end{cases} \tag{5}$$

が得られるが、多次元の場合は容易ではない。そのため別の方法を考える。(4) より $z(t+\tau) = z(\tau) + e^{at} a_f$、したがって

$$z(t + n\tau) = z(t) + e^{at} \sum_{k=0}^{n-1} e^{ak\tau} a_f \tag{6}$$

を得る。これより (5) が容易に得られる。

(6) をもう少し掘り下げてみる。方程式 (3) の解 $x(t; w, f)$ に対して離散点 $t = n\tau$ における値 $x_n = x(n\tau; w, f)$ は差分方程式

$$x_{n+1} = e^{a\tau} x_n + a_f,\ x_0 = w \tag{7}$$

によって記述される。その解を $x_n(0,w,a_f)$ と表すならば、$x_n(0,0,a_f) = \sum_{k=0}^{n-1} e^{ak\tau}a_f$、すなわち、

$$z(t+n\tau) = z(t) + e^{at}x_n(0,0,a_f)$$

を得る。これから多次元の場合 $z(t)$ を求めることができる。

定数変化法の公式に周期性を反映させた新しい解の表現として

[解は指数もどきの関数と周期関数の和]

で与えた。

これより非同次系に対して解の有界性など解の挙動の分類が可能になる。これらの結果は申、内藤による著書

< 線形微分方程式序説 (第 2 巻)>: 差分方程式による方法、牧野書店、2011。

に体系的に述べられている。

3. 現在における私の研究

現在, 不安定周期解の安定化について静岡大の宮崎先生及びソウル大の金道漢 (Kim Dohan) 先生と共同研究を行っています。非線形微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = f(x)$$

の不安定な周期解を安定化させる方法として Pyragas(1992) の方法があるが理論的にはまだ解明されていない。この方法は摂動項として $k(x(t-\omega)-x(t)), k \in \mathbb{R}$ を付け加えた方程式、すなわち、delayed feedback 方程式

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + k(x(t-\omega)-x(t))$$

を考え、その不安定周期解を安定化させるための k の範囲を決めることにある。

上記の非線形方程式を線形化した周期線形方程式

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x(t) \tag{8}$$

から 摂動項を加えた線形方程式

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x(t) + k(x(t-\omega)-x(t)), \tag{LF}$$

の研究に帰着させた. これに関する先行研究としては

R. Miyazaki, T. Naito, and J. S. Shin, Delayed feedback control by commutative gain matrices, *SIAM J. Math. Anal.* **43** (2011), 1122–1144.

があるが, 理論としては不完全である.

まず上記の結果 (C–map 定理):

$$C_{\omega,k}(z) = ze^{(1-z^{-1})\omega k}, \quad z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$$

を **C–map** と定めた。方程式 (8) と方程式 (LF) の周期作用素 (またはポアンカレ写像) を各々 $T(0)$、$U_k(0)$ と表す。この時 次の定理はC–map 定理と呼ばれている。

定理. $\nu \in P_\sigma(U_k(0)) \Longleftrightarrow C_{\omega,k}(\nu) \in \sigma(T(0))$.

この結果と写像

$$B_{\omega,k}(\theta) = C_{\omega,k}(e^{i\theta}) = e^{(1-\cos\theta)\omega k}e^{i\varphi_k(\theta)}.\ \theta \in (-\pi, \pi]$$

を用いて安定領域を見つける研究を行った。ここで $\varphi_k(\theta) = \theta + \omega k \sin\theta$。

その結果、最近、我々は大雑把に関数 $B_{\omega,k}(\theta)$ から生成され原点を含む最小閉曲線を定義しその内部が安定領域、外部が不安定領域になることを示した。さらにその結果を用いて k の範囲をも定めた。

参考資料

[1] 山中 健 「1954 年頃の福原ゼミの思い出」数学通信第 11 巻第 1 号、

[2] 菊池 紀夫、栗原光信、河野實彦 「恩師 福原滿州雄 先生」、数学通信第 11 巻第 1 号

[3] 加藤 順二 「吉沢太郎先生を悼む」 数理解析研究所講究録 984 巻 1997 年 209-214

お詫びとお願い

十分な調査が行き届かず原稿には不備な点が多く含まれていることをお詫び申し上げます。今後皆さんとともに改正していきたいと考えています。意見、情報等メールにてお知らせくだされば助かります。よろしくお願いします

謝意

この機会に内藤 敏機氏をはじめ私と身近に接してこられた関数微分方程式関係の日本の先生方に心より感謝申し上げます。本当に良くしてもらい苦労もありましたが楽しかったです。これからも楽しくそして朝鮮、韓国、日本の数学交流のため最善を尽くすつもりです。