

# 数学教育における KeT-LMS の効果的活用

福島高専・一般教科 西浦 孝治

Koji Nishiura

General Education, National Institute of Technology, Fukushima College

KeTCindy センター 高遠 節夫

Setsuo Takato

KeTCindy Center

## 1 はじめに

オンライン授業は一般的な授業方式の一つとなったが、オンライン授業と対面授業の方式によらず、学生と教員間の双方向性は重要である。数学教育において、オンラインでの双方向性を有効にするためには、数式入力変換方式が課題となる。それは学生から教員への数式の受け渡しが難しいためである。対面授業においては、黒板や紙媒体で数式を手書きして伝えることが通常である。しかし、メールでの伝達は容易ではない。また、オンライン授業においては、課題の提出方法に工夫が必要である。これらの場合、学生は手書きのノートを写真で撮って送ることが多くあるが、データ量が大きく、また採点の負担も少なくない。近年、著者の一人（高遠）らは、TeX をベースとした1次元簡易数式書式である KeTMath 数式とそれに基づく数式送受システム KeT-LMS を開発した ([1])。大学や高専では、数学教材を作成するときに TeX を用いることが標準となっている。KeTCindy は、動的幾何ソフトウェア Cinderella と著者らが開発してきた KeTpic を連携させた TeX 描画システムである ([2])。KeTCindy では、統計ソフトウェア R、数式処理システム Maxima などの多くのフリーソフトウェアを用いている。したがって、教材作成のみならず、データ分析や自動採点などにも活用することが可能である ([3])。一方、ミュンヘン工科大学の J. Richter-Gebert 研究室のグループは、Cinderella の機能をほぼ HTML として実現する CindyJS を公開した ([4])。CindyJS の HTML ファイルは Cinderella のファイルと同程度にサイズが小さく、また KaTeX が用いられているためきれいな数式を表示することもできる。しかし、KeTCindy のライブラリーは組み込まれていないため、教員が思い通りの数学教材を作成することは難しい。そこで、著者らは CindyJS で作られる HTML に KeTCindy の関数を追加し、これを KeTCindyJS と呼んでいる ([5])。KeTMath は KeTCindyJS によって開発された数式変換アプリケーションであり、1次元のテキスト形式の数式を TeX による2次元表現に変換する。KeT-LMS は KeTMath 数式を用いて、課題の作成、配付から解答の採点、返却までの一連のプロセスを速やかに容易に行うことができるオンライン型授業システムである。

本稿では、はじめに KeTMath について述べる。次に、KeT-LMS とその使用方法について説明する。そして、実際の授業における KeT-LMS の活用とその結果について述べる。

## 2 KeTMath について

KeTMath は、1次元テキスト形式の数式変換アプリケーションであり、学生が容易に、間違いを少なく数式入力することができるように開発された。次は KeTMath の主な数式ルールである。

1. 分数  $\frac{a}{b} \implies \text{fr}(a,b)$
2. べき乗  $a^b \implies a^{(b)}$
3. べき乗根  $\sqrt{a}, \sqrt[3]{a} \implies \text{sq}(a), \text{sq}(3,a)$
4. 三角関数  $\sin x, \sin^2 x \implies \text{sin}(x), \text{sin}(2,x)$
5. 対数関数  $\log x, \log_a x, \ln x \implies \text{log}(x), \text{log}(a,x), \text{ln}(x)$
6. 積分  $\int x^2 dx, \int_a^b x^2 dx \implies \text{int}(x^2,x), \text{int}(a,b,x^2,x)$
7. 極限  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \implies \text{lim}(x,a,f(x))$
8. 和  $\sum_{k=1}^n k^2 \implies \text{sum}(k=1,n,k^2)$
9. 微分  $\frac{dy}{dx}, \frac{\partial z}{\partial x} \implies \text{diff}(y,x), \text{par}(z,x)$

KeTMath のアプリケーション `ketmathmax.html` の画面は図 1 のようになる。入力窓に画面のキーボードを用いて、KeTMath 数式を入力する。このとき、入力窓の上の表示部には TeX の数式が表示される。したがって、正しく入力されたか確認することができる。入力窓には全角文字も入力可能である。また、表示窓 1 には Maxima 数式が表示される。表示窓 2 には、その上の「TeX」ボタンを押すことによって、TeX コードが表示される。KeTMath の利用方法の一つとして、教員と学生との間のメールでの受け答えがある。互いに KeTMath を用いることによって、送り手は KeTMath 数式を含む文章を作成し、受け手はその文章を読むことができる。

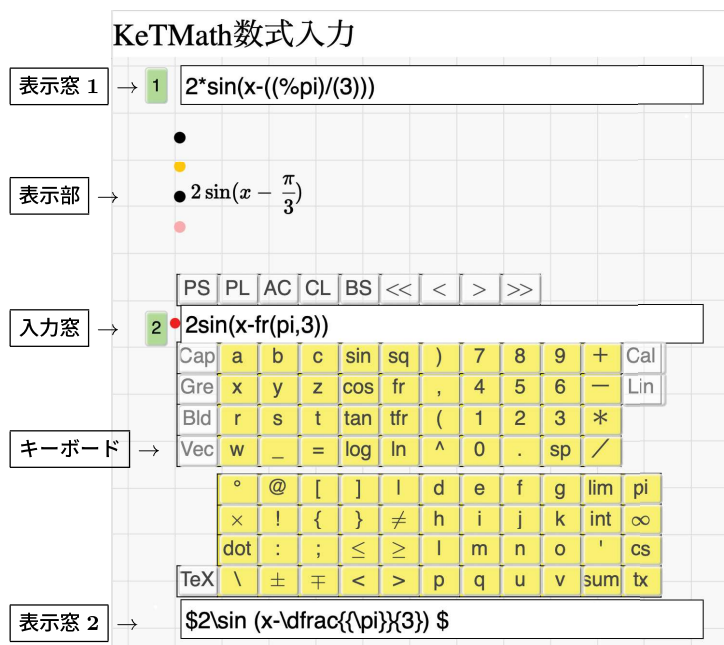


図 1: KeTMath の画面

### 3 KeT-LMS とその使用方法

KeT-LMS は、そのツール集である Cinderella ファイル toolketmath.cdy によって課題の作成、配付から解答の採点、返却までを行うオンライン型授業システムである。図2は toolketmath.cdy の画面であり、左側にある 0 から 11 までのボタンによって操作が行われる。



図 2: toolketmath.cdy の画面

KeT-LMS による課題の受け渡しは次の手順によって行われる。

#### (1) 課題のテキストファイル作成

はじめに準備するものは、学生名簿のテキストファイルと図3のような形式の課題ファイルである。1行目から4行目までが問題、5行目から7行目までが解答欄と配点、8行目から10行目までが模範解答である。複数の種類の問題を学生ごとにランダムに出題することもできる。例えば、3行目と9行目の最後にそれぞれ

「:: y=xsin(x) を微分せよ。」

「:: sin(x)+xcos(x)」

を加えればよい。11行目から15行目まではオプションで、模範解答が正しいことを Maxima で

```

1 Q
2 次の問いに答えよ。
3 [1] y=log(x) を微分せよ。
4 [2] log(x) の1からeまでの定積分を求めよ。
5 Sheet
6 [1]= ::5
7 [2]= ::5
8 Ans
9 [1] fr(1,x)
10 [2] 1
11 Mxcalc
12 [1] log(x)
13 o1:diff(i1,x)
14 o2:integrate(i1,x,1,%e)
15 return o1::o2

```

図 3: 課題のテキストファイル

確認するためのものである。12行目で, i1に KeTMath 数式の  $\log(x)$  を Maxima 数式に変換したものを代入する。13行目と14行目では, 微分と定積分の計算結果をそれぞれ o1 と o2 に代入する。最後に15行目で, o1 と o2 を結果として返す。toolketmath.cdy の「0:Maxima 正解出力 Op」と「実行」ボタンを押すと, Maxima が実行され, 結果のファイルが得られる。以下の toolketmath.cdy の操作でも最後に「実行」ボタンを押す。

## (2) 課題の HTML 作成

ボタン「1.taskline を作成」を押すことによって, 課題ファイルと名簿ファイルからファイル 1taskline001-1.txt, 2anssheet001-1.txt, 2anssheet001all.txt が作られる。ファイル名の中の 001-1 の 001 は識別記号, 1 は課題番号である。1taskline001-1.txt には, 課題ファイルのデータを1行のテキストにしたものなどが含まれる。課題ファイルが複数あるときは, 1taskline001-2.txt など作られる。次に, 「2.Kettask に組込」を押すと, テンプレートの kettaskorgv.html と 1taskline001-1.txt を読み込み, 課題 kettaskv001-1.html が作成される。図4はその画面である。

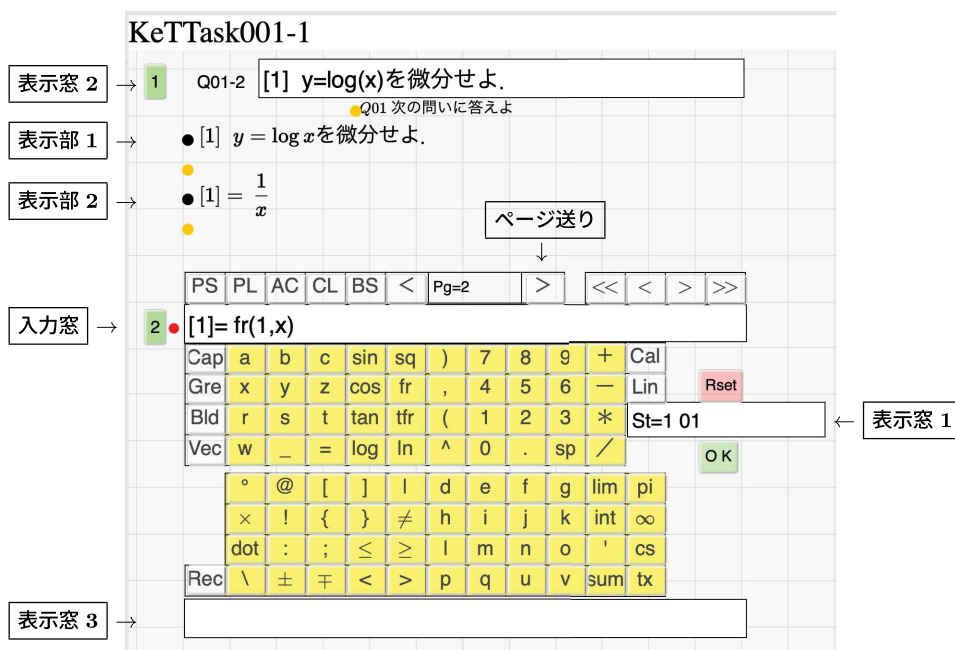


図4: kettask の画面

## (3) 課題の配付と学生の解答方法

課題の HTML を Web サイトにアップする。高専では Microsoft365 を利用することができ, 著者の一人は Teams の「クラス」の「課題」で, Forms を使って課題の URL を配付している。Google Classroom などを使って配付するなど, 他の方法もある。学生は, はじめにキーボードを使って自分の出席番号を押し, 図4の表示窓1に表示される ID を確認してから解答を始める。次にページ送りのボタンを押すと, 表示窓2と表示部1に問題が出題される。入力窓に KeTMath 数式で解答を入力し, 表示部2の TeX の数式で入力が正しいか確かめる。これによって, 入力の誤りを防ぐことができる。最後の問題を解いた後, 表示窓3の上の「Rec」ボタンを押すと, すべての解答が表示

窓3に1行のテキストで、「1;;12023110752870;;Q01---;;[1]= fr(1,x);;[2]= 2」のように表示される。学生の出席番号、解答日時および解答のデータであり、これをコピーして Forms の解答欄などに貼り付けて提出する。

#### (4) 解答の採点

提出されたすべての学生の解答を (2) で作成した 2anssheet001all.txt に貼り付ける。この解答は toolkitmath.cdy のボタン「3.Ansheetall 分割」を押すと、課題ファイルごとに分割される。課題ファイルが一つの場合は、2anssheet001-1.txt に移される。そして、「4.scoreline+anschart」を押すと、3scoreline001-1.txt, 4scoresheet001-1.txt, 4scoresheet001all.txt が作られる。3scoreline001-1.txt には、解答のデータを1行のテキストにしたものなどが含まれる。次に、「5.Ketscore 組込」を押すと、テンプレートの ketscoreorgv.html と 3scoreline001-1.txt を読み込み、採点用 HTML の ketscorev001-1.html が作成される。採点は手動による方法と Maxima による方法があり、どちらの場合もこの HTML を用いる。はじめに手動での採点方法を説明する。ketscorev001-1.html を開き、学生と問題のページ送りボタンを押すと、図5のような画面になる。

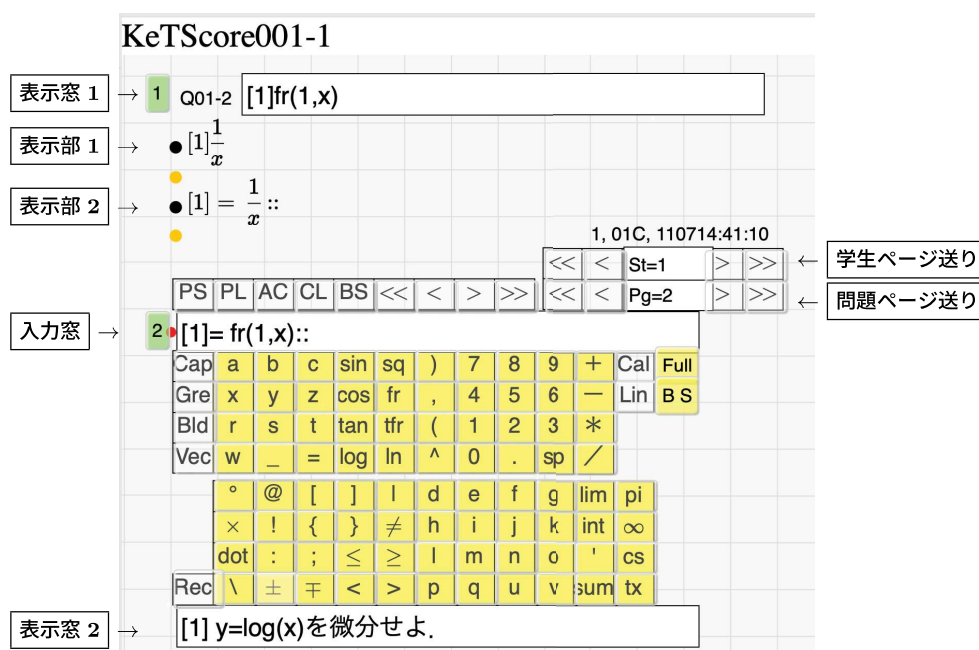


図 5: ketscore の画面

表示窓 1 と表示部 1 には模範解答，表示窓 2 には問題が表示される。表示部 2 と入力窓に学生の解答が表示され，入力窓の「::」の後に点数を入力する。満点のときは入力窓の右下にある「Full」ボタンを押してもよい。すべての採点が終わった後，表示窓 2 の上の「Rec」ボタンを押すと，表示窓 2 に1行のテキストで，採点結果が表示される。これをコピーして，4scoresheet 001all.txt に貼り付ける。Maxima による採点のときは，toolketmath.cdy の「6.Maxima 採点 Op」を押すと，採点結果が 4\_scoresheet001-1.txt に出力される。これを ketscorev001-1.html の表示窓 2 に貼り付け，学生と問題のページ送りボタンを押して点数を確認し，部分点を与えるな

どして修正する。手動のときと同様に、「Rec」ボタンを押して、結果を 4scoresheet 001all.txt に貼り付ける。このようにして得られた結果は「7.問別 scoresheet 作成」を押すと、課題ごとに分割される。課題ファイルが一つのときは、4scoresheet001-1.txt に写される。

### (5) 採点結果の集計と返却

採点した結果は toolkitmath.cdy のボタン「8. 問別個人別成績票」を押すと、学生ごとの成績票が作成される。図6はその成績票の例である。2行目は学生のIDと解答して記録した日時である。

5行目と9行目は模範解答、6行目と10行目は学生の解答、7行目と11行目は得点である。そして「9. 個人別結合成績票」を押すと、複数の課題の成績表が一つのファイルに統合される。次に「10. 総括ファイル作成」を押すと、クラス全体の得点の一覧表と解答の一覧表などが作成される。学生への成績表の返却について、著者は Dropbox を用いている。Dropbox の返却用

```

1 task-1 の結果
2 1 01C 1107 14:41:10
3 Q01 次の問いに答えよ.
4 [1] y=log(x) を微分せよ.
5 正解 fr(1,x)
6 答え fr(1,x)
7 得点 5
8 [2] log(x) の1からeまでの定積分を求めよ.
9 正解 1
10 答え 2
11 得点 0

```

図6: 問別個人別成績票

のフォルダを指定して、「11. 個人別成績票を複写」を押すと、その中に学生ごとにフォルダが作られ、成績票が返却される。学生には最初の課題の返却のときに、個別に URL を連絡する。

### (6) その他：課題 HTML 作成の応用

課題の HTML には図7のように図を入れることもできる。これは kettask へ KeTCindyJS スクリプトを組み込むことによって描いている。同様にして、アニメーションの図も挿入することが可能である。また kettask には PNG を組み込むこともできる。

The screenshot shows a web interface for a task titled "KeTTask001-1". It features a list of questions with input fields. The first question is: "[3] 放物線  $y = \frac{1}{2}x^2$  を平行移動した右のグラフ" (Parabola  $y = \frac{1}{2}x^2$  is translated to the right, see the graph). Below the question is a graph of a parabola opening upwards with its vertex at  $(-3, 2)$ . The x-axis is labeled with  $-3$  and  $0$ , and the y-axis is labeled with  $2$ . Below the graph is a navigation bar with buttons for "PS", "PL", "AC", "CL", "BS", "Pg=4", and navigation arrows. The second question is "[3] y =".

図7: kettask への KeTCindyJS スクリプトの組み込み

## 4 KeT-LMS の授業における活用

KeT-LMS による課題演習について、次のように実施した。

- 実施時期：2023 年前期中間試験後～前期期末試験前
- 対象：福島高専 第一学年 2 クラス 84 名
- 科目：数学 IA（通年 4 単位，週 2 コマ）
- 時間：毎回の授業の終わりの 5 分～10 分
- 使用機器：各学生のスマートフォン

1 年生は入学当初，まだ高専の授業に慣れていないため，前期の中間試験が終わってから実施した。授業内容は，関数とグラフの単元で，2 次関数，分数関数，無理関数などについてである。問題の難易度は各授業で学習した基本的なものとし，次のような内容である。

- |                      |              |
|----------------------|--------------|
| (1) 2 次関数の頂点と軸       | (6) グラフの平行移動 |
| (2) 2 次関数の標準形への変形    | (7) 分数関数     |
| (3) 放物線の方程式          | (8) グラフの対称移動 |
| (4) 2 次関数の最大・最小      | (9) 逆関数      |
| (5) 放物線と $x$ 軸との位置関係 |              |

1 回目の課題のときに約 5 分間，KeTMath 数式について説明した。特に分数とべき乗について詳しく行った。次に課題の HTML を開かせて，その操作方法および課題の提出方法について説明した。入力の中には，kettask の画面上のキーボードを使うように指示した。83 人の解答の中で，次のような入力があった。

- (a) 「,」のところを「.」と入力：4 名
- (b) 全角の括弧を使用：1 名
- (c) 左の括弧のみで右の括弧がない：1 名
- (d) 分数を KeTMath 数式の「fr(1,2)」ではなく「1/2」で記述：6 名

(a) は単純な誤りで，見間違えたと考えられる。(b) はスマートフォンのキーボードを使ったためであり，指示が徹底していなかった。また (c) は表示される TeX の数式を確認しなかったためである。(d) は誤りではないが， $\frac{a+b}{c+d}$  のような分数のときには，括弧の誤りが多くなるため，KeTMath 数式の入力を促す必要がある。学生は初めての

KeT-LMS による課題であったが、入力の手間は少なかった。これは課題の HTML にキーボードがあること、および KeTMath 数式を入力すると TeX の数式が表示されることによるものと考えられる。回数を重ねるにつれて、入力の手間はほとんど起こらなくなった。操作方法についても、はじめは学生同士で相談しているときもあったが、徐々になくなった。

教員に関しては、1 回の課題にかかる時間は、課題の作成からそれを Web サイトにアップするまでは 1 時間以内で可能である。ただし、図を挿入する場合にはもう少しかかる。採点と返却は、Maxima による自動採点で行い、30 分以内でできる。したがって、教員のこの課題における労力は少ないと考えられる。

このようにして KeT-LMS による課題演習を 9 回実施し、前期期末試験後にアンケートを行った。84 名から回答があり、表 1 は選択式の質問に対する結果である。

表 1: アンケート結果

質問 1: 入力の手間は慣れましたか

1. とても慣れた	16.7
2. 慣れた	61.9
3. あまり慣れていない	21.4
4. 全く慣れていない	0
計	100

(単位 %)

質問 2: 問題は難しかったですか

1. 難しい	45.2
2. 簡単	54.8
計	100

(単位 %)

質問 3: 返却された結果は見ましたか

1. 毎回見た	29.8
2. ほとんど見た	39.3
3. あまり見なかった	21.4
4. 全く見なかった	9.5
計	100

(単位 %)

質問 4: この課題は役に立ちましたか

1. とても役に立った	26.2
2. 役に立った	66.7
3. あまり役に立たなかった	7.1
4. 全く役に立たなかった	0
計	100

(単位 %)

質問 1 の入力については、「とても慣れた」と「慣れた」を合わせて約 8 割となったが、まだ慣れていない学生も少なくなく、さらに実施回数が必要である。質問 2 の問題の難易度については、基本的な問題ではあったが、学生は初めて習う分野であり、およそ半数が難しいと感じた。質問 3 の返却された結果の確認については、「あまり見なかった」と「全く見なかった」を合わせて約 3 割となり、改善が必要である。1 回目の課題演習のときに返却先の Dropbox の URL を伝え、毎回の返却後に、「課題を返却しました。確認してください。」のように Teams のクラスを使って連絡したが不十分であった。はじめの数回では、返却した後の授業中に確認させた方がよかった。質問 4 については、「とても役に立った」と「役に立った」を合わせて 9 割以上となり、良い結果であった。



自由記述の質問5として、「感想、意見を自由にご書いてください。(この課題の方法の良かったところ、良くなかったところ、改善して欲しいところなど)」と質問した。その回答は、次の通りである。

(1) 入力に関すること

- キーボードが小さかったです。(同様の意見他に4名)
- 入力方法が少し難しかったです。
- 間違えて書いた時に全部消さないと直せないところ
- もし可能であればバックスペースをページ切り替えの隣ではないところに配置して欲しいです。

(2) 返却答案に関すること

- 返却されたものの見方が分からなかった。
- 返却された課題をどうやって確認するのかが分からなかった。
- 時々、回答が見れないことがあった。

(3) 課題の効果に関すること

- 自分の理解力を試すのにいい問題でした。
- この課題で基礎を固めることができた。
- 少ない問題数でその授業で学んだ単元を効率よく復習できた。
- 周りとは相談しつつ短い時間に集中して学べるところが良かったです。
- 現代的な手段で課題を進行するところにとっても興味が湧いた。
- 提出しやすい量の問題だったので良かった。
- 難しすぎず簡単すぎなくて役に立ったと思う。
- 色々な問題を解くことができたのでよかったです。
- 授業の復習に役立ちました。(同様の意見他に7名)

(4) ネットワークに関すること

- サーバーが重くてなかなか入ることができないことがありました。仕方ないことだとは思っていますが、改善していただけるとありがたいです。
- 少し回線が悪かったことが唯一改善してほしいかなと思いました。
- 入力の時少しおもくて打ちづらかった。簡単な問題が多く、理解しやすかった。

キーボードが小さいという意見が5名あったが、まだスマートフォンに慣れていないことも原因と考えられる。返却答案については、やはり改善する必要がある。課題の効果は良いという意見が多かった。

## 5 まとめと今後の課題

教員は KeT-LMS による課題の作成から返却までの方法を習得することは難しくなく、この課題演習によって大きな負担を必要とせずに、学生の理解度を確認することができる。一方、学生も KeTMath 数式に慣れ、課題の HTML である kettask の操作方法が分かると、毎回の課題で授業内容を復習することによって理解度が深まる。教科書や問題集以外の問題を解くことは、学生にとって新鮮であり、積極的に取り組む姿勢も見られる。このようにして、高専や大学の数学教育で 1 次元テキスト形式の数式送受による KeT-LMS を活用することによって、効果的に学生の基礎学力を定着させることにつながると思われる。

今回は 2 クラスで KeT-LMS による課題演習を行ったが、今後は KeT-LMS の課題を使うクラスと使わないクラスにおける学習理解度を比較検証する。またアニメーションなどのインタラクティブな図を含む課題を多く作成する。さらに授業中に課題やアンケートを行い、同時進行で理解度を確認しながら授業を進めることも試みる。理解度について、挙手などでは意思表示が難しい場合もあるが、スマートフォンを使ってアンケートに答えるのであれば、率直な反応が得られやすい。これによって、学力の低い学生に対し、よりきめ細かな配慮をした授業をすることができる。このようにさまざまな方法で KeT-LMS を活用していく。

## 6 謝辞

本研究は JSPS 科研費 19K03021 の助成を受けたものである。

## 参考文献

- [1] 高遠節夫, 濱口直樹, Web 利用の理数教育に役立つ数式送受システムの開発, 京都大学数理解析研究所講究録 2171, pp.67–76, 2021.
- [2] M. Kaneko, S. Yamashita, K. Kitahara, Y. Maeda, Y. Nakamura, U. Kortenkamp, S. Takato, KeTCindy –Collaboration of Cinderella and KeTpic, The International Journal for Technology in Mathematics Education, 22-4, pp.179–185, 2015.
- [3] 西浦孝治, 高遠節夫, KeTCindy による数学教材の作成とその教育効果の検証, 数理解析研究所講究録 2067, pp.177–182, 2018.
- [4] M. Gagern, U. Kortenkamp, J. Gebart, M. Strobel, CindyJS – Mathematical Visualization on Modern Devices –, ICMS 2016, LNCS 9725, pp.319–334, Springer, 2016.
- [5] 高遠節夫, KeTCindyJS の開発と教育利用, 数理解析研究所講究録 2142, pp.123–132, 2019.