

集中講義の概要 (2008 年度前期・講師：望月新一)

「数論的 Teichmüller 理論」とは、数体やその完備化の上で定義された双曲的代数曲線の数論に関する様々な研究の総称のつもりで、本集中講義の内容の整理に当たって筆者が考えた造語である。複素数体の上では、双曲的代数曲線は上半平面で一意的に埋め込まれるリーマン面に対応しており、この上半平面による一意化やそれに伴って生ずる Teichmüller 空間の Bers 埋め込み等は、今となっては「Teichmüller 理論」と呼ばれる、複素幾何の古典的な話題である。一方、数論的な体の上で定義された双曲的代数曲線の研究は、数論幾何における比較的新しい研究分野であり、数論幾何の中でも「主流」の文化とは一味違った発展を二十年程前から続けている。この主流の数論幾何との違いは、一言でいうと、

「(組合せ論的な) 自由群」

(=「数論的 Teichmüller 理論」に対応) と

「行列群」

(=主流の数論幾何に対応) の違いに類似するものと考えることができる。

数論的 Teichmüller 理論の「数論的な側面」の最も代表的な数学的対象の一つは、副有限群であり、副有限群の中でも

「自由副有限群」

は特に中心的な役割を果たす。この自由副有限群の様々な重要な性質は、初等的な群論とグラフの幾何だけで理解することが可能であり、本集中講義の前半では、主にこのような話題について解説する。一方、古典的な(複素数体上の) Teichmüller 理論の数論に関係する側面は、圏論を通じて「抽象的なパターン」を抽出して定式化した方が、副有限群が関連する数論的側面との類似性が捉えやすくなる。本集中講義の後半では、

「複素平面の初等的な幾何」

を出発点とするこのような圏論的定式化について解説し、時間があれば、複素数体上の Teichmüller 理論と一定の「パターンの」類似性が認められる、 p 進体上の遠アーベル幾何や p 進 Teichmüller 理論の初等的な側面を紹介する。