

# 幾何学IIテスト

担当: 中島 啓

2007年1月31日(水)

問題 1. ポアンカレ双対性定理の主張を述べよ. 必要な条件は落とさず書くこと.

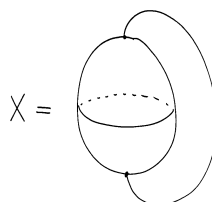
問題 2.  $X$  を位相空間とし,  $SX$  を  $X \times [0, 1]$  の  $X \times \{0\}$  を一点につぶし,  $X \times \{1\}$  を別の一点につぶしてできる位相空間とする.  $X$  の懸垂という. (例えば  $S^{n-1}$  の懸垂は  $S^n$  と同相である. このとき

$$H_q(SX; \mathbf{Z}) \cong \tilde{H}_{q-1}(X; \mathbf{Z})$$

が  $q \geq 1$  に対して成り立つことを示せ. ただし,  $\tilde{H}_{q-1}$  は簡約ホモロジーである.

問題 3. 次の空間の整係数ホモロジー群を求めよ.

(1)  $S^2$  の北極と南極を曲線で結んだ空間  $X$



(2)  $\mathbb{R}^3$  から, 二つの絡んだ  $S^1$  を除いた空間  $Y$

