

数学基礎演習 – 幾何学入門演習問題

担当: 中島 啓

2008年10月30日(木)

問題 式 $xy - zw = 1$ で与えられる \mathbf{R}^4 内の部分集合 M が多様体であることを証明せよ.

略解 $F(x, y, z, w) = xy - zw - 1$ として微分を計算すると,

$$DF_{(x,y,z,w)} = [y \quad x \quad -w \quad z]$$

である. これが0となるのは $x = y = z = w = 0$ となる点であるが, そのような点は $F(x, y, z, w) = 0$ を満たさないので M の点ではない. よって, M は多様体である.