

小 沢 登 高 (OZAWA Narutaka)

A. 研究概要

今年度はこれまでに研究してきた作用素空間の (より主要な分野である) 作用素環への応用に重点を置いて研究してきた。その結果、以下の三つの結果を得た。

定理 1. 任意の可分作用素環 A の任意の二つの既約表現は核が等しければ概内部同型を施すことによってユニタリ同値にできる。

この定理は、60 年代にパワーズが UHF 環に対して示して以来さらに多くの作用素環たちに対しても示されてきたが、私は岸本品孝氏および境正一郎氏との共著で可能な限り一般的な状況で証明した。このような一般的な定理がこれまで証明されずにいたことは驚きである。

定理 2. 可分な無限次元ヒルベルト空間 H 上の有界線形作用素全体のなす作用素環 $B(H)$ とそれ自身とのテンソル積作用素環 $B(H) \otimes B(H)$ は弱入射性を持たない。

作用素環 $B(H)$ の入射性は作用素環論において重要であるが、それがテンソル積をとったあとに幾らかでも残るかはこれまで不明であった。私は、作用素空間の技術と $PSL(2, \mathbf{Z})$ の有限次元表現に対するセルバーグの定理を組み合わせ、この問題に (多くの人の予想に反して) 否定的な解答を与えた。

定理 3. 可分完全作用素環に対する漸近的有限次元作用素環への埋め込み可能性はホモトピー不変量である。

どのような可分完全作用素環が漸近的有限次元作用素環へ埋め込めるかは近年多くの人の興味を引き付けてきたが、私は上記の定理を示すことにより懸案の例に対する肯定的な解答を得た。

In this academic year, I devoted my study mainly to applications of operator spaces to operator algebras and obtained the following three theorems.

Theorem 1. *Two irreducible representations of a separable C^* -algebra are unitarily equivalent modulo asymptotic inner automorphisms whenever their kernels coincide.*

Since Powers proved this theorem for UHF-algebras in the 60's, several people verified this theorem for several examples of C^* -algebras. Collaborating with Professors A. Kishimoto and S. Sakai, I obtained the theorem in full

generality. It is surprising that such a theorem had remained unproved until the 21st century.

Theorem 2. *The tensor product C^* -algebra of $B(H)$ with itself is not weakly injective, where $B(H)$ is the C^* -algebra of all bounded linear operators on the separable Hilbert space H .*

Injectivity of $B(H)$ is important in theory of operator algebras, but it was unclear whether (weak) injectivity is preserved under a tensor product. Combining the Selberg theorem on finite dimensional representations of $SL(2, \mathbf{Z})$ with operator space technique, I answered this problem negatively against expectations.

Theorem 3. *A separable exact C^* -algebra is embeddable to an AF (i.e., approximately finite dimensional) C^* -algebra if it is homotopic to such an algebra.*

In recent years, problems on AF-embeddability attract many specialists. I showed, with the above theorem, the AF-embeddability for the most intriguing examples.

B. 発表論文

1. N. Ozawa : “A non-extendable bounded linear map between C^* -algebras”, Proc. Edinburgh Math. Soc., **44** (2001), 241–248.
2. E. G. Effros, N. Ozawa and Z-J. Ruan : “On injectivity and nuclearity for operator spaces”, Duke Math. J. **110** (2001) 489–521.
3. P-W. Ng and N. Ozawa : “A characterization of completely 1-complemented subspaces of non-commutative L^1 -spaces”, Pacific J. Math., to appear.
4. N. Ozawa : “Almost completely isometric embeddings between preduals of von Neumann algebras”, J. Funct. Anal., **186** (2001), 329–341.
5. N. Ozawa : “On the set of finite dimensional subspaces of preduals of von Neumann algebras”, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math., **331** (2000), 309–312.
6. N. Ozawa : “Amenable actions and exactness for discrete groups”, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math., **330** (2000), 691–695.
7. M. Junge, N. Ozawa and Z-J. Ruan : “On

- \mathcal{OL}_∞ structure of nuclear C^* -algebras”,
Preprint, 2000.
8. A. Kishimoto, N. Ozawa and S. Sakai :
“Homogeneity of the pure state space for
a separable C^* -algebra”, Canad. Math.
Bull., to appear.
 9. N. Ozawa : “An application of expanders
to $B(\ell_2) \otimes B(\ell_2)$ ”, Preprint, 2001.
 10. N. Ozawa : “Homotopy invariance of AF-
embeddability”, Preprint, 2002.

C. 口頭発表

1. On the lifting problem for separable C^* -
algebras, Free Probability and Noncommu-
tative Banach Spaces, Mathematical Sci-
ences Research Institute, アメリカ合衆国,
2001 年 1 月
2. Almost completely isometric embeddings
between preduals of von Neumann alge-
bras, (1) University of California at Irvine,
2001 年 3 月, (2) University of California at
Los Angeles, 2001 年 5 月.
3. Exactness for free group factors, (1) 東大作
用素環セミナー, 2001 年 6 月, (2) Workshop
in Linear Analysis and Probability, Texas
A&M University, 2001 年 7 月.
4. Nuclearity of reduced amalgamated free
product C^* -algebras 作用素環とその応用,
京大数理解析研究所研究集会, 2001 年 9 月.
5. An application of expanders to $B(\ell_2) \otimes$
 $B(\ell_2)$ (1) 東大作用素環セミナー, 2001 年 10
月, (2) 作用素論・作用素環論研究集会, 湯布
院, 2001 年 11 月, (3) C^* -Algebren, Mathe-
matisches Forschungsinstitut Oberwolfach,
ドイツ, 2001 年 12 月.
6. Homotopy invariance of AF-embeddability
作用素環の諸相, 京大数理解析研究所短期共
同, 2002 年 1 月.

D. 講義

1. 代数と幾何演習 : 毎週小テストを行った.
(理学部 2 年生 (後期))