

小沢 登高 (OZAWA Narutaka)

#### A. 研究概要

2006 年度は先ず, Kazhdan の性質 (T) の研究を行った. 特に, Y. Shalom の定理;

$$\mathrm{SL}(n, \mathbb{Z}[X_1, \dots, X_m])$$

は,  $n \geq \max\{3, m+2\}$  なら Kazhdan の性質 (T) を持つ; の証明を改良し Kazhdan 定数の具体的な評価を得た. また,  $\mathrm{SL}(n, \mathbb{Z})$  の Kazhdan 定数の世界記録を更新した.

次に, 有限型 von Neumann 環  $\mathcal{M}$  に  $C^*$ -環  $\mathbb{K}_{\mathcal{M}}$  を付随させ, その性質を研究した. 結果, 自由群因子環  $\mathcal{M}$  に対し,  $*$ -準同型

$$\mu_{\mathcal{M}}: C^*(\mathcal{M}, \mathcal{M}') \rightarrow \mathcal{M} \otimes \mathcal{M}'$$

の核を決定した:  $\ker \mu_{\mathcal{M}} = \mathbb{K}_{\mathcal{M}} \cap C^*(\mathcal{M}, \mathcal{M}')$ . Pennsylvania 州立大学の N. Brown と共同で作用素環の教科書を書いた. 作用素環の核型性や完全性, 離散群の従順作用の研究は近年目覚ましい進歩を遂げ, 今後の作用素環研究の土台となることが予想されるが, まとまった教科書は現在のところ存在しない. これらのトピックスを扱った本を書くことは, 私の属するコミュニティーにとって有用なことであろう.

In the academic year 2006, Ozawa improved Shalom's proof of the Kazhdan property (T) for  $\mathrm{SL}(n, \mathbb{Z}[X_1, \dots, X_m])$  with  $n \geq \max\{3, m+2\}$ , obtaining an estimate of its Kazhdan constant. It also yields the best known estimate of the Kazhdan constants for  $\mathrm{SL}(n, \mathbb{Z})$  with  $n \geq 3$ . Ozawa determined the kernel of the canonical  $*$ -homomorphism  $\mu_{\mathcal{M}}: C^*(\mathcal{M}, \mathcal{M}') \rightarrow \mathcal{M} \otimes \mathcal{M}'$  for the free group factor  $\mathcal{M}$ .

Ozawa was finishing writing a book on operator algebras with N. Brown. The subjects of nuclearity and exactness of  $C^*$ -algebras and amenable actions of discrete groups have seen remarkable progress in recent few years, and these subjects are expected to become a foundation of the future study of operator algebras. The forthcoming book of Brown and Ozawa will be the first text book which gives a comprehensive treatment of these subjects.

#### B. 発表論文

1. N. Ozawa: "Homotopy invariance of AF-embeddability", *Geom. Funct. Anal.*, **13**

(2003), 216–222.

2. N. Ozawa: "Solid von Neumann algebras", *Acta Math.*, **192** (2004) 111–117.
3. N. Ozawa and S. Popa: "Some prime factorization results for type  $\mathrm{II}_1$  factors", *Invent. Math.*, **156** (2004), 223–234.
4. N. Ozawa: "A Kurosh type theorem for type  $\mathrm{II}_1$  factors", *Int. Math. Res. Not.* 2006, Art. ID 97560, 21 pp.
5. N. Ozawa: "About the QWEP conjecture", *Internat. J. Math.*, **15** (2004), 501–530.
6. N. Ozawa: "A note on non-amenability of  $\mathcal{B}(\ell_p)$  for  $p = 1, 2$ ", *Internat. J. Math.*, **15** (2004), 557–565
7. N. Ozawa: "Weakly exact von Neumann algebras", Preprint.
8. N. Ozawa: "Boundaries of reduced free group  $C^*$ -algebras", *Bull. London Math. Soc.*, to appear.
9. N. Ozawa: "Boundary amenability of relatively hyperbolic groups", *Topology Appl.*, **153** (2006), 2624–2630.
10. N.P. Brown and N. Ozawa: " $C^*$ -algebras and Finite Dimensional Approximations", a book in preparation.

#### C. 口頭発表

1. Boundary amenability of relatively hyperbolic groups. (1) Workshop on K-Theory and the Geometry of Groups, University of Hawaii (USA), 2005 年 1 月. (2) UCLA (USA), 2005 年 1 月.
2. Amenable actions and their applications. (1) Asymptotic and Probabilistic Methods in Geometric Group Theory, University of Geneva (Suisse), 2005 年 6 月. (2) Banach Algebras and Their Applications, Bordeaux (France), 2005 年 7 月. (3) 京都大学談話会, 2005 年 10 月

3. Property (T) for universal lattices, after Y. Shalom. (1) UCLA (USA), 2006 年 4 月. (2) 東大, 2006 年 7 月.
4. A comment on free group factors. (1) Free Analysis, American Institute of Mathematics (USA), 2006 年 6 月. (2) SUMIR-FAS, Texas A&M Univ. (USA), 2006 年 8 月. (3) Topics on von Neumann Algebras, BIRS (Canada), 2006 年 9 月. (4) 作用素論・作用素環論研究集会, 東北大学, 2006 年 11 月.
5. Generalized Bożejko-Picardello inequalities. (1) Operator Algebras and Related Fields, University of Hawaii (USA), 2007 年 1 月.

#### D. 講義

1. 解析学 XD/スペクトル理論 (数理大学院・4 年生共通講義): (非有界) 作用素のスペクトル理論を扱った。主に、自己共役作用素のスペクトル分解と、対象作用素が自己共役であるための必要・十分条件について講義した。応用として、作用素の 1 径数半群 (Hille-Yoshida) とユニタリ作用素の 1 径数群 (Stone-von Neumann)、及び局所コンパクトなアーベル群のユニタリ表現論を取り上げた。
2. 解析学 XF/無限次元構造論 (数理大学院・4 年生共通講義): エルゴード理論における軌道同型問題と、有限型 von Neumann 環の分類問題を扱った。上記の二つの問題を結びつける Feldman-Moore の定理及び従順群の場合に解答を与える Connes-Feldman-Weiss の定理を証明した後、 $L^2$ -Betti 数 (Gaboriau の定理)、 $L^2$ -rigidity (Peterson の定理)、Popa の剛性定理などのホットなトピックを扱った。
3. Kazhdan の性質 (T) について (集中講義・千葉大学・11 月 20~24 日): 離散群に関する Kazhdan の性質 (T) についての最新の結果について講義した。具体的には、expander グラフについての基礎知識と距離空間への粗い埋め込み問題、性質 (T) についての基礎知識と Margulis による性質 (T) を使った expander グラフの構成、 $SL(3, \mathbb{Z})$  が性質

(T) を持つことの Shalom による証明などを扱った。

#### E. 修士・博士論文

1. (修士) 水田 有一 (MIZUTA Naokazu): A note on weak amenability.

#### F. 対外研究サービス

1. UCLA にて S. Popa, D. Shlyakhtenko と共同で研究集会「Beyond Amenability: Groups, Actions and Operator Algebras」を主催した。

#### G. 受賞

1. 建部特別賞 (日本数学会), 2002 年.
2. ICM (Operator Algebras and Functional Analysis) 招待講演, 2006 年.
3. 解析学賞 (日本数学会), 2006 年.