

2003 年度後期 通信指導問題解答

[問題 1] それ自体もその逆命題も正しい命題の例をあげよ. 次に, それ自体は正しいが, その逆命題は正しくない例をあげよ.

解答 .

「例をひとつあげよ」と書かなかつたために, たくさんの例を書いてくれた人もいたが, ひとつで十分である. 簡単な例でよいのである. それ自体もその逆命題も正しい命題の例としては,

命題 1 $x = 1$ ならば $x^2 + 1 = 2x$ である.

あるいは, ピタゴラスの定理,

命題 2 $\triangle ABC$ が直角三角形ならば, その斜辺の長さの 2 乗は残りの辺の長さの 2 乗の和に等しい.

でもよい.

それ自体は正しいが, その逆命題は正しくない例としては,

命題 3 $x = 1$ ならば $x^2 = 1$ である.

この逆命題

命題 4 $x^2 = 1$ ならば $x = 1$ である.

は明らかに正しくない.

[問題 2]. 曲面 $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ の平均曲率を計算せよ. ただし $(x, y) \neq (0, 0)$ とする.

解答 .

$f(x, y) = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ とおくと,

$$f_x = \frac{-x}{(x^2 + y^2)^{1/2}}, \quad f_y = \frac{-y}{(x^2 + y^2)^{1/2}},$$

$$f_{xx} = \frac{-y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, \quad f_{xy} = \frac{xy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, \quad f_{yy} = \frac{-x^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

となる. これを

$$H = \frac{(1 + f_y^2)f_{xx} - 2f_x f_y f_{xy} + (1 + f_x^2)f_{yy}}{2(1 + f_x^2 + f_y^2)^{3/2}}. \quad (1)$$

に代入して計算すればよい. 答えは

$$H = \frac{-1}{2\sqrt{2}\sqrt{x^2 + y^2}}$$

32 ページの問 6 の公式を使えばもっと簡単である.