評価 ＝ ちょっと考えさせてください。
次のどれかになる予定です（多分①）。

---

① S1の授業の成績＋ε
② S1の授業の成績＋演習のレポート
③ S1の授業の成績＋演習の試験

---

http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~tshun/2017s1.html
が演習のページです。配布資料を
掲載するほか、要望等も送れます。

演習の進め方 ＝ S1はｎ回目の演習で、共通資料 2n−1, 2n 章の問題を解きます。最初に簡単な解説をします。

問題はとても簡単ですが、分からないことはなんでも聞いてください。TAは4人います。なお、呼び方は「～先生」でなく「～さん」でもOKです。

出席について ＝ 出席は一応とりますが、ほぼ成績には関係しません。「不可」か「50可」の考慮に使う程度。

大切なことは、理解を深めることです。毎回の演習の出来を成績に反映させることはしません。友達と相談するetcなども自由に行ってください。

出席について ＝ 出席は一応とりますが、ほぼ成績には関係しません。「不可」か「50可」の考慮に使う程度。

最後に：眠い頭で演習に臨んでも意味はありません。眠くなったら、コーヒーでも飲みに行ってください。

c.f.) A mathematician is a machine turning coffee into theorems. (Paul Erdős)

集合についてⅠ: 集合を用いて、数学概念を自由に展開できるようになった。

集合について I : 集合を用いて、数学概念を自由に展開できるようになった。

(e.g.) 自然数の集合 $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \cdots\}$は、知っているとする。

集合について I : 集合を用いて、数学概念を自由に展開できるようになった。

(e.g.) 自然数の集合 $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \cdots\}$は、知っているとする。

➡ 整数の集合 $\mathbb{Z}$ は、自然数のペアの集合 $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$を用いて構成できる。

集合について I : 集合を用いて、数学概念を自由に展開できるようになった。

(e.g.) 自然数の集合 $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \cdots\}$ は、知っているとする。

⇨ 整数の集合 $\mathbb{Z}$ は、自然数のペアの集合 $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ を用いて構成できる。

⇨ 有理数の集合 $\mathbb{Q}$ は、整数のペアの集合 $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ を用いて構成できる。

集合についてI: 集合を用いて、数学概念を自由に展開できるようになった。

(e.g.) 自然数の集合 $\mathbb{N}=\{0,1,2,\cdots\}$は、知っているとする。

整数の集合 $\mathbb{Z}$ は、自然数のペアの集合 $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$を用いて構成できる。

有理数の集合$\mathbb{Q}$ は、整数のペアの集合$\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$を用いて構成できる。

実数の集合$\mathbb{R}$ は、① または ② の集合を用いて構成できる。

① デデキンド切断 : (X,Y) s.t. $X,Y\subseteq\mathbb{Q}, X\cup Y=\mathbb{Q}, X\cap Y=\emptyset$

② コーシー列 :$(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, s.t. $a_n\in\mathbb{Q}, \forall\varepsilon>0, \exists N>0, \forall p, \forall q>N, |a_p-a_q|<\varepsilon$

集合についてⅠ: 集合を用いて、数学概念を自由に展開できるようになった。

(e.g.) 自然数の集合 $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \cdots\}$は、知っているとする。

整数の集合 $\mathbb{Z}$ は、自然数のペアの集合 $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$を用いて構成できる。

有理数の集合 $\mathbb{Q}$ は、整数のペアの集合 $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$を用いて構成できる。

実数の集合 $\mathbb{R}$ は、① または ② の集合を用いて構成できる。

① デデキンド切断 : (X, Y) s.t. $X, Y \subseteq \mathbb{Q}, X \cup Y = \mathbb{Q}, X \cap Y = \emptyset$

② コーシー列 : $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, s.t. $a_n \in \mathbb{Q}, \forall \varepsilon > 0, \exists N > 0, \forall p, \forall q > N, |a_p - a_q| < \varepsilon$

複素数の集合 $\mathbb{C}$ は、実数のペアの集合 $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$として構成できる。

集合についてⅠ: 集合を用いて、数学概念を自由に展開できるようになった。

(e.g.) 自然数の集合 $\mathbb{N}=\{0,1,2,\cdots\}$は、知っているとする。

⇨ 整数の集合 $\mathbb{Z}$ は、自然数のペアの集合 $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$を用いて構成できる。

⇨ 有理数の集合 $\mathbb{Q}$ は、整数のペアの集合 $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$を用いて構成できる。

⇨ 実数の集合 $\mathbb{R}$ は、① または ② の集合を用いて構成できる。

① デデキンド切断 : (X,Y) s.t. $X,Y\subseteq\mathbb{Q}, X\cup Y=\mathbb{Q}, X\cap Y=\emptyset$

② コーシー列 : $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, s.t. $a_n\in\mathbb{Q}, \forall\varepsilon>0, \exists N>0, \forall p, \forall q>N, |a_p-a_q|<\varepsilon$

⇨ 複素数の集合 $\mathbb{C}$ は、実数のペアの集合 $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$として構成できる。

集合についてI: 集合を用いて、数学概念を自由に展開できるようになった。

(e.g.) 自然数の集合 $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \cdots\}$は、知っているとする。

⇨ 整数の集合 $\mathbb{Z}$ は、自然数のペアの集合 $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$を用いて構成できる。

⇨有理数の集合$\mathbb{Q}$ は、整数のペアの集合 $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$を用いて構成できる。

⇨ 実数の集合$\mathbb{R}$ は、① または ② の集合を用いて構成できる。

① デデキンド切断 : (X, Y) s.t. $X, Y \subseteq \mathbb{Q}, X \cup Y = \mathbb{Q}, X \cap Y = \emptyset$

② コーシー列 :$(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, s.t. $a_n \in \mathbb{Q}, \forall \varepsilon > 0, \exists N > 0, \forall p, \forall q > N, |a_p - a_q| < \varepsilon$

⇨複素数の集合$\mathbb{C}$ は、実数のペアの集合 $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$として構成できる。

数学の概念は、よく「集合Xが、〇〇のとき△△という」という形で定義される。

e.g.) 位相空間、線型空間、群、環、体、、、

G.カントール 「数学の本質は、その自由性にある」

L.クロネッカー 「神は自然数をつくった。その他は人間の業である」

集合について II：集合論によって、実無限を扱えるようになった。

集合について II : 集合論によって、実無限を扱えるようになった。

定義 : 集合 X, Y について、単射 $f : X \to Y$ が存在するとき、$|X| \leqq |Y|$ と書く。
全単射 $f : X \to Y$ が存在するとき、$|X| = |Y|$ と書く。

⇒ X が有限集合であれば、$|X|$ = (Xの個数) のようにふるまう。

集合について II：集合論によって、実無限を扱えるようになった。

定義：集合 X, Y について、単射 $f : X \to Y$ が存在するとき、$|X| \leqq |Y|$ と書く。
全単射 $f : X \to Y$ が存在するとき、$|X| = |Y|$ と書く。

⇒ X が有限集合であれば、$|X|$ = (Xの個数) のようにふるまう。

無限集合Xは、思ったより定義が難しい。安直には以下の3つが考えられる。

集合について II : 集合論によって、実無限を扱えるようになった。

定義 : 集合 X, Y について、単射 $f : X \to Y$ が存在するとき、$|X| \leqq |Y|$ と書く。

全単射 $f : X \to Y$ が存在するとき、$|X| = |Y|$ と書く。

⇨ X が有限集合であれば、$|X|$ = (Xの個数) のようにふるまう。

無限集合Xは、思ったより定義が難しい。安直には以下の3つが考えられる。

① $|\mathbb{N}| \leq |X|$ (自然数の集合からの単射(＝数列)が存在する = 無限である)

② 全射ではない単射 $f : X \to X$ が存在する (デデキンド無限)

③ $\forall n, |X| \neq n$, (任意の有限集合からの全単射は存在しない = 有限でない)

集合について II : 集合論によって、実無限を扱えるようになった。

定義 : 集合 X, Y について、単射 f : X → Y が存在するとき、|X| ≦ |Y| と書く。
全単射 f : X → Y が存在するとき、|X| = |Y| と書く。

➡ X が有限集合であれば、|X| = (Xの個数) のようにふるまう。

無限集合Xは、思ったより定義が難しい。安直には以下の3つが考えられる。

① $|\mathbb{N}| \leq |X|$ (自然数の集合からの単射(=数列)が存在する = 無限である)

② 全射ではない単射 f : X → X が存在する (デデキンド無限)

③ ∀n, |X|≠n, (任意の有限集合からの全単射は存在しない = 有限でない)

➡ これらはすべて同値だが、証明には選択公理(axiom of choice)が必要。

集合について II : 集合論によって、実無限を扱えるようになった。

定義 : 集合 X, Y について、単射 f : X → Y が存在するとき、|X| ≦ |Y| と書く。
全単射 f : X → Y が存在するとき、|X| = |Y| と書く。

➡ X が有限集合であれば、|X| = (Xの個数) のようにふるまう。

無限集合Xは、思ったより定義が難しい。安直には以下の3つが考えられる。

① $|\mathbb{N}| \leq |X|$ (自然数の集合からの単射(＝数列)が存在する = 無限である)

② 全射ではない単射 f : X → X が存在する (デデキンド無限)

③ ∀n, |X|≠n, (任意の有限集合からの全単射は存在しない = 有限でない)

➡ これらはすべて同値だが、証明には選択公理(axiom of choice)が必要。

カントールは、以下の意外な事実を示した。

① $|\mathbb{R}| = |\mathbb{R}^2|$, つまり、直線と平面は同じ程度の無限である。

② $|\mathbb{N}| < |\mathbb{R}|$, つまり、実数は自然数よりも大きな無限である。

③ $|X| < |\{Y \mid Y \subseteq X\}|$, つまり、最大の無限というものは存在しない。

特に、②の考えを用いると、超越数(≠整数係数代数方程式の解)の存在を「具体的な超越数を提示することなく」示すことができる。当時、リュービルが $1 + 1/10 + 1/10^{2!} + 1/10^{3!} + \cdots$ が超越数であることを示したばかりだったので、集合論による存在証明は驚きをもって迎えられた。

カントールは、以下の意外な事実を示した。

① $|\mathbb{R}| = |\mathbb{R}^2|$, つまり、直線と平面は同じ程度の無限である。

② $|\mathbb{N}| < |\mathbb{R}|$, つまり、実数は自然数よりも大きな無限である。

③ $|X| < |\{Y \mid Y \subseteq X\}|$, つまり、最大の無限というものは存在しない。

特に、②の考えを用いると、超越数(≠整数係数代数方程式の解)の存在を「具体的な超越数を提示することなく」示すことができる。当時、リュービルが $1+1/10+1/10^{2!}+1/10^{3!}+\cdots$ が超越数であることを示したばかりだったので、集合論による存在証明は驚きをもって迎えられた。

カントールが、真剣に取り組んだ問題に連続体仮説 (CH) が挙げられる。

連続体仮説(continuum hypothesis): $\forall X \subseteq \mathbb{R}, |X| = |\mathbb{N}|, |\mathbb{R}|$,または X は有限

カントールは、以下の意外な事実を示した。

① $|\mathbb{R}| = |\mathbb{R}^2|$, つまり、直線と平面は同じ程度の無限である。

② $|\mathbb{N}| < |\mathbb{R}|$, つまり、実数は自然数よりも大きな無限である。

③ $|X| < |\{Y \mid Y \subseteq X\}|$, つまり、最大の無限というものは存在しない。

特に、②の考えを用いると、超越数(≠整数係数代数方程式の解)の存在を「具体的な超越数を提示することなく」示すことができる。当時、リュービルが $1 + 1/10 + 1/10^{2!} + 1/10^{3!} + \cdots$ が超越数であることを示したばかりだったので、集合論による存在証明は驚きをもって迎えられた。

カントールが、真剣に取り組んだ問題に連続体仮説 (CH) が挙げられる。

連続体仮説(continuum hypothesis): $\forall X \subseteq \mathbb{R}, |X| = |\mathbb{N}|, |\mathbb{R}|$,または X は有限

➡1900年、パリで開かれた国際数学者会議で、D.ヒルベルトは、20世紀の数学が取り組むべき23の問題をあげた。その1番目がCHだった。CHは、通常の数学(ZFC集合論)からは肯定も否定もできないことが証明された。

カントールは、以下の意外な事実を示した。

① $|\mathbb{R}| = |\mathbb{R}^2|$, つまり、直線と平面は同じ程度の無限である。

② $|\mathbb{N}| < |\mathbb{R}|$, つまり、実数は自然数よりも大きな無限である。

③ $|X| < |\{Y \mid Y \subseteq X\}|$, つまり、最大の無限というものは存在しない。

「有限の存在である人間が、無限について考察し、さらに意味のあることを言えるのか」、という不信感などから、カントールの集合論はなかなか理解されなかったが、1900年ごろには、その有用性が受け入れられ始めていた。

「有限の存在である人間が、無限について考察し、さらに意味のあることを言えるのか」、という不信感などから、カントールの集合論はなかなか理解されなかったが、1900年ごろには、その有用性が受け入れられ始めていた。

1916年に、学位論文50周年を記念して、カントールは多くの人からお祝いをうけた。カントールは一人一人にお礼を書こうとしたが、当時の精神状態ではもうそれもかなわなかった。1918年1月6日、突然の心臓発作でカントールは亡くなった。1926年、ヒルベルトは論文「無限について（Math.Ann.**95**）」に「カントールが創始した楽園からわれわれを追い出すことは誰にもできない」という有名な言葉を残している。

「有限の存在である人間が、無限について考察し、さらに意味のあることを言えるのか」、という不信感などから、カントールの集合論はなかなか理解されなかったが、1900年ごろには、その有用性が受け入れられ始めていた。

1916年に、学位論文50周年を記念して、カントールは多くの人からお祝いをうけた。カントールは一人一人にお礼を書こうとしたが、当時の精神状態ではもうそれもかなわなかった。1918年1月6日、突然の心臓発作でカントールは亡くなった。1926年、ヒルベルトは論文「無限について（Math.Ann.**95**）」に「カントールが創始した楽園からわれわれを追い出すことは誰にもできない」という有名な言葉を残している。

ブックガイド：①「万能コンピュータ」（近代科学社、M.デイヴィス著）
②「新装版 集合とはなにか」（講談社ブルーバックス、竹内外史著）
③「無限への飛翔 集合論の誕生」（紀伊國屋書店、志賀浩二著）
④「ベーシック圏論 普遍性からの速習コース」（丸善出版、T.レンスター著）