レポート問題のヒント
（1）共通資料12ページ5.3
（2）集合 S,T が S=T とは、S⊆T かつ T⊆S のことだった。
　　S⊆T とは、∀s∈S,s∈T のことだった。
（3）ライプニッツの夢（人間理性を記号計算に還元）
（4）ムーミンさんのツイート
（5）封筒の裏の計算
（6）この中で多分一番簡単
（7）3倍角の公式
（8）クラメルの公式

レポート問題のヒント

(1)共通資料12ページ5.3

(2)集合 S,T が S=T とは、S⊆T かつ T⊆S のことだった。

　S⊆T とは、∀s∈S,s∈T のことだった。

(3)ライプニッツの夢(人間理性を記号計算に還元)

(4)ムーミンさんのツイート

(5)封筒の裏の計算

(6)この中で多分一番簡単

(7)3倍角の公式

(8)クラメルの公式

Back-of-the-envelope calculation

From Wikipedia, the free encyclopedia

A **back-of-the-envelope calculation** is a rough calculation, typically jotted down on any available scrap of paper such as the actual back o
envelope. It is more than a guess but less than an accurate calculation or mathematical proof. The defining characteristic of back-of-the-en
calculations is the use of simplified assumptions. A similar phrase is "back of a napkin", which is also used in the business world to describ
sketching out a quick, rough idea of a business or product.[1] In British English, a similar idiom is "back of a fag packet".

(名言)「詩が文字からなるように、数学は証明からなる」(V.アーノルド)

「美しさが最初の試練だ。醜い証明に永遠の場所はない」(G.H.ハーディー)

「アイデアをもって、ガウスのように始めてみよう。すぐにガウスではないことに気づくだろう。それでも構わない。ガウスのように始めてみよう」(A.ヴェイユ)

四月物語：同じ監督の作品はたくさんあります。
「Love Letter」
「打ち上げ花火、下から見るか？横から見るか？」
「花とアリス」（アニメ：「花とアリス殺人事件」）
「リップヴァンウィンクルの花嫁」
「ルナティック・ラブ」（「世にも奇妙な物語」）など

四月物語：同じ監督の作品はたくさんあります。
「Love Letter」
「打ち上げ花火、下から見るか？横から見るか？」
「花とアリス」（アニメ：「花とアリス殺人事件」）
「リップヴァンウィンクルの花嫁」 ⇐ 数学がちょっと登場
「ルナティック・ラブ」（「世にも奇妙な物語」）など

「一次関数ってことは、二次関数もあるんですか？」
「え？あ、そ。あるよ」
「三次関数も？」
「そうそう。三次関数もある」
「これは社会に出たら何に使うんですか？」
「そうね。なんに使うんだろうね」
「先生知らないの？」
「ごめんね。ちょっと調べておくね」 ⇒ 数学は役に立つか？

四月物語：同じ監督の作品はたくさんあります。
「Love Letter」
「打ち上げ花火、下から見るか？横から見るか？」
「花とアリス」（アニメ：「花とアリス殺人事件」）
「リップヴァンウィンクルの花嫁」 ← 数学がちょっと登場
「ルナティック・ラブ」（「世にも奇妙な物語」）など

「一次関数ってことは、二次関数もあるんですか？」
「え？あ、そ。あるよ」
「三次関数も？」
「そうそう。三次関数もある」
「これは社会に出たら何に使うんですか？」
「そうね。なんに使うんだろうね」
「先生知らないの？」
「ごめんね。ちょっと調べておくね」 → 数学は役に立つか？

四月物語：同じ監督の作品はたくさんあります。

「Love Letter」

「打ち上げ花火、下から見るか？横から見るか？」 ← 「モテキ」にも登場

「花とアリス」（アニメ：「花とアリス殺人事件」）

「リップヴァンウィンクルの花嫁」

「ルナティック・ラブ」（「世にも奇妙な物語」）など

いきなりですが、Twitterには、いろいろなアカウントがある：

（例）

（哲学的）米田の補題

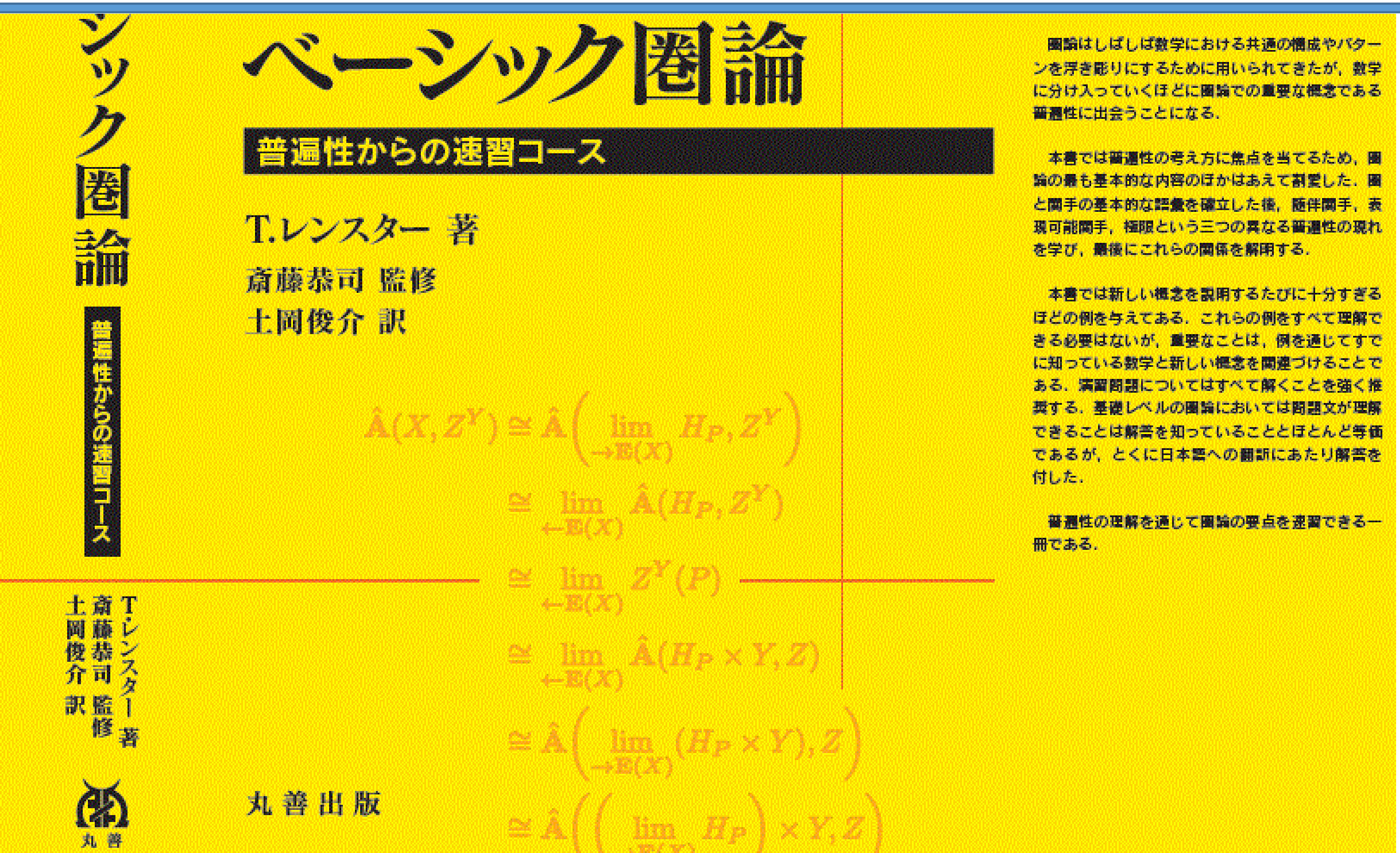
ダックタイピング：あひるのように歩き
あひるのように鳴くならば、あひるである

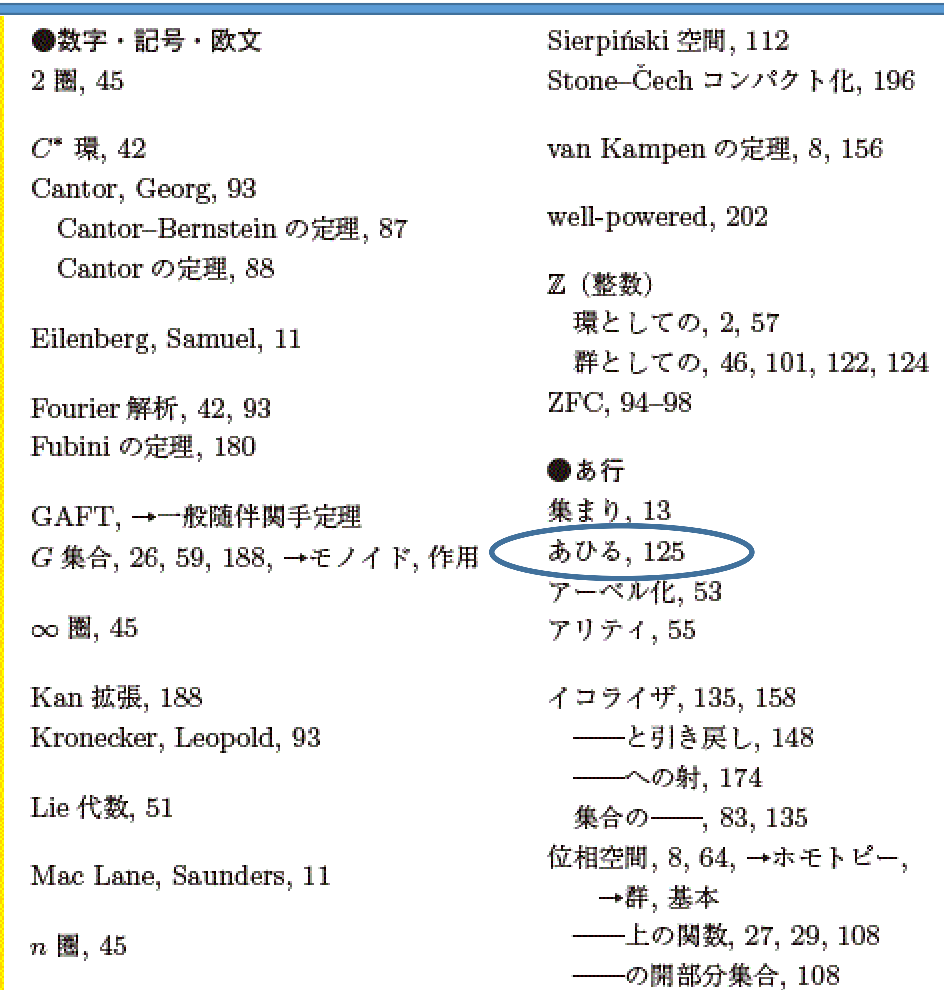
いきなりですが、Twitterには、いろいろなアカウントがある:

（例）

（哲学的）米田の補題

ダックタイピング：あひるのように歩き
あひるのように鳴くならば、あひるである





いきなりですが、Twitterには、いろいろなアカウントがある:

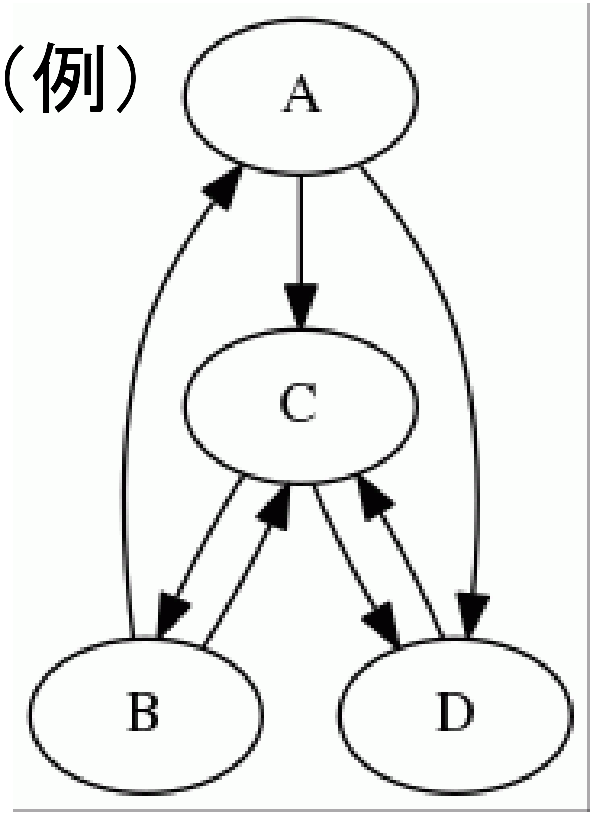
(例)

(哲学的)米田の補題

ダックタイピング:あひるのように歩き
あひるのように鳴くならば、あひるである

各アカウントに、数を割り当てて、全体での立ち位置を把握したい。

(例)



いきなりですが、Twitterには、いろいろなアカウントがある：

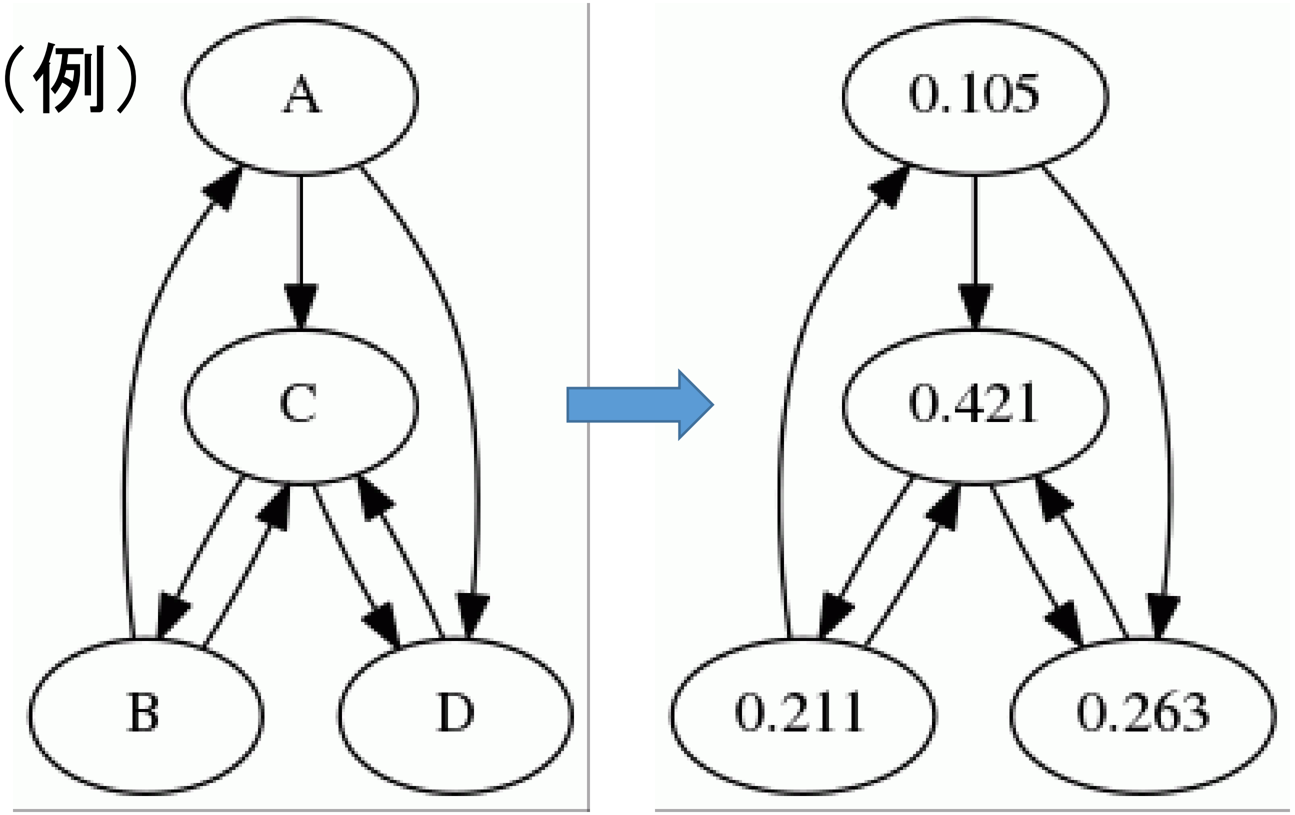
（例）

（哲学的）米田の補題

ダックタイピング：あひるのように歩き
あひるのように鳴くならば、あひるである

各アカウントに、数を割り当てて、全体での立ち位置を把握したい。

（例）



いきなりですが、Twitterには、いろいろなアカウントがある:

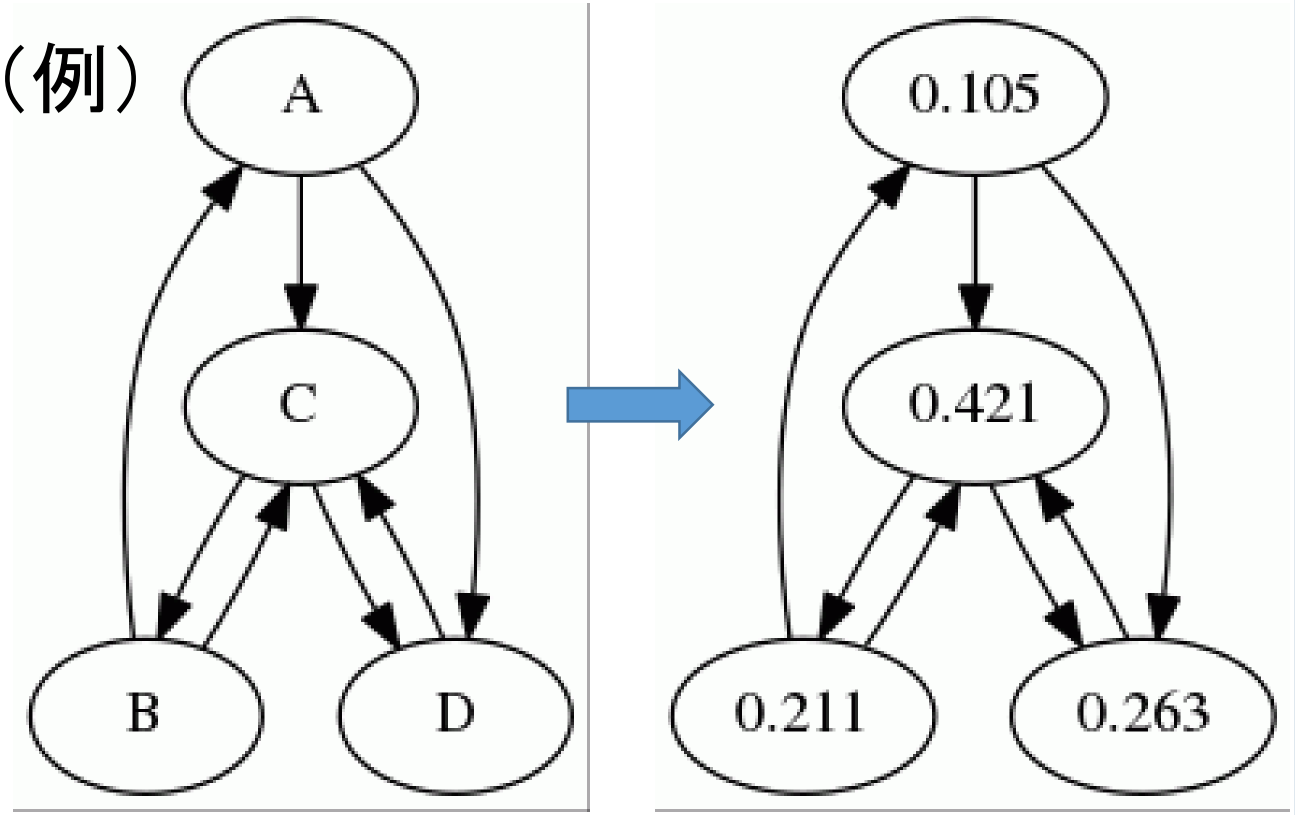
(例)

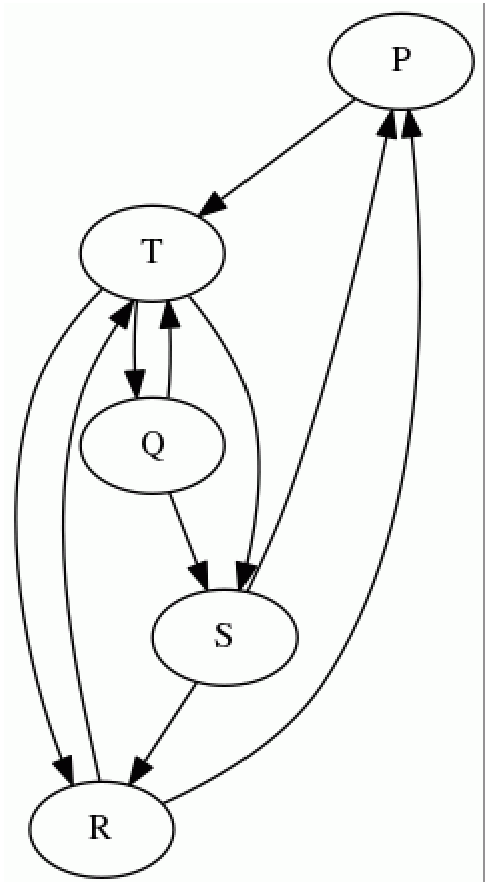
(哲学的)米田の補題

ダックタイピング:あひるのように歩き
あひるのように鳴くならば、あひるである

各アカウントに、数を割り当てて、全体での立ち位置を把握したい。

(例)





いきなりですが、Twitterには、いろいろなアカウントがある：

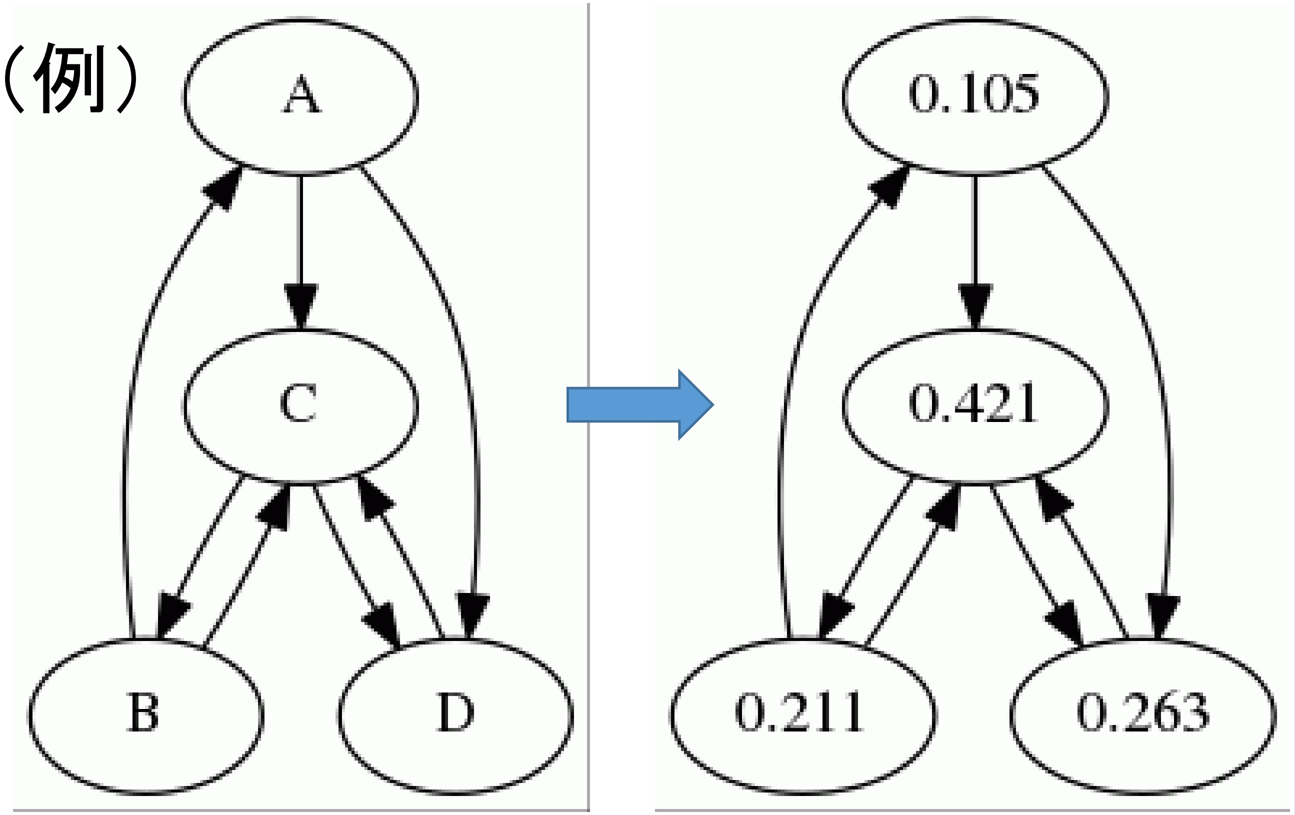
（例）

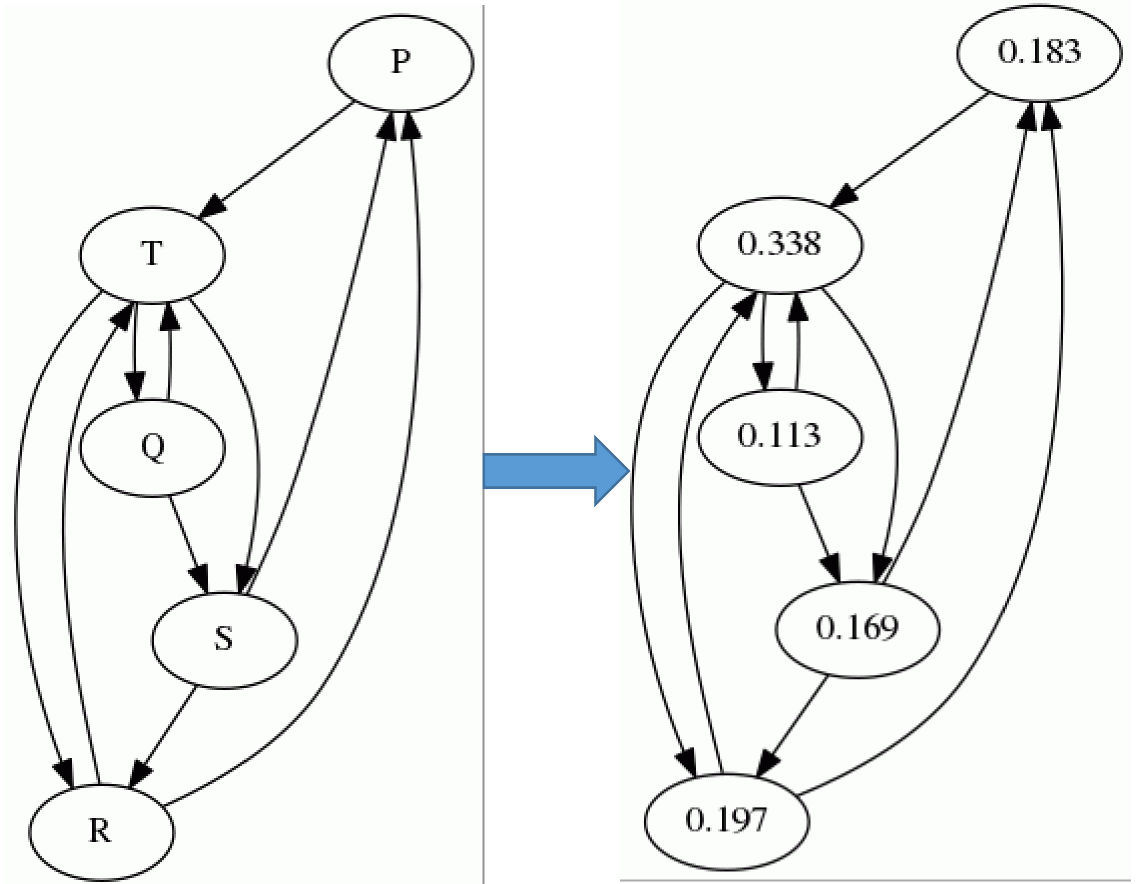
（哲学的）米田の補題

ダックタイピング：あひるのように歩き
あひるのように鳴くならば、あひるである

各アカウントに、数を割り当てて、全体での立ち位置を把握したい。

（例）

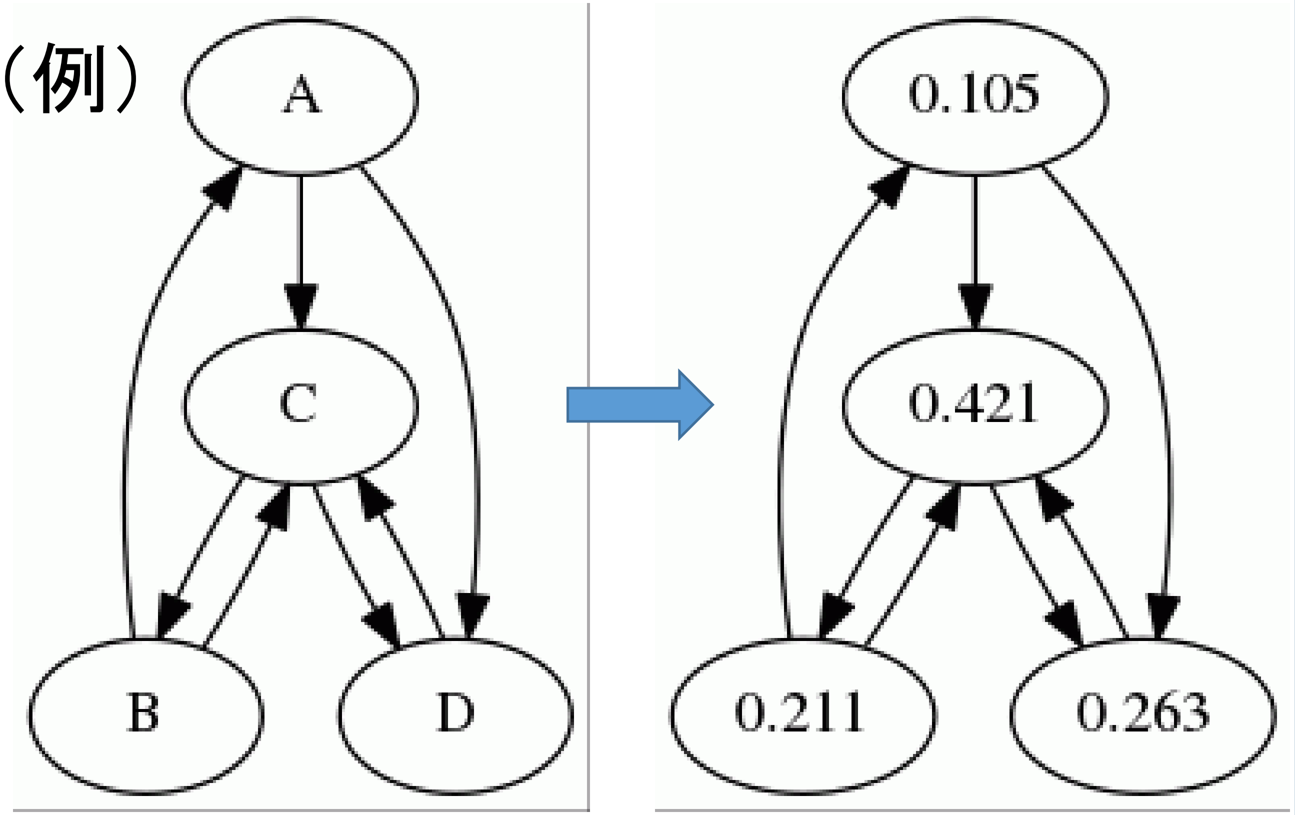


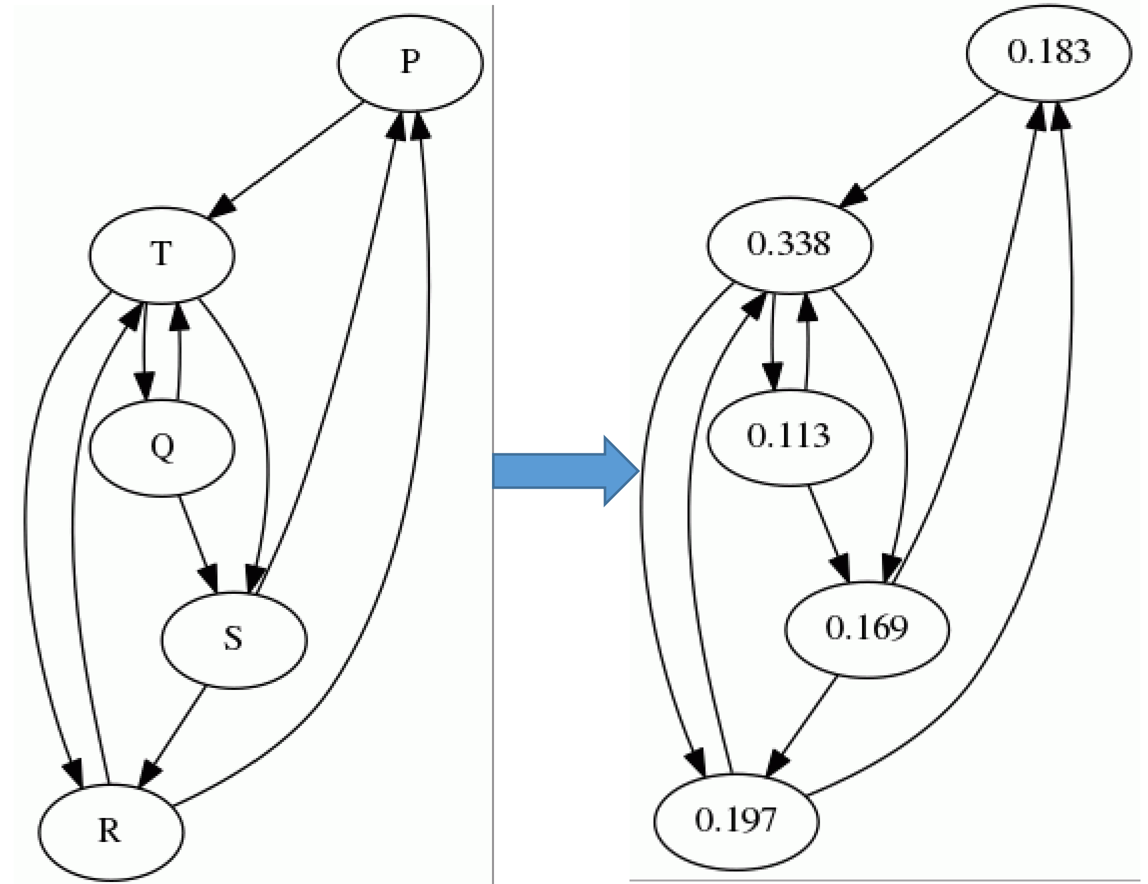


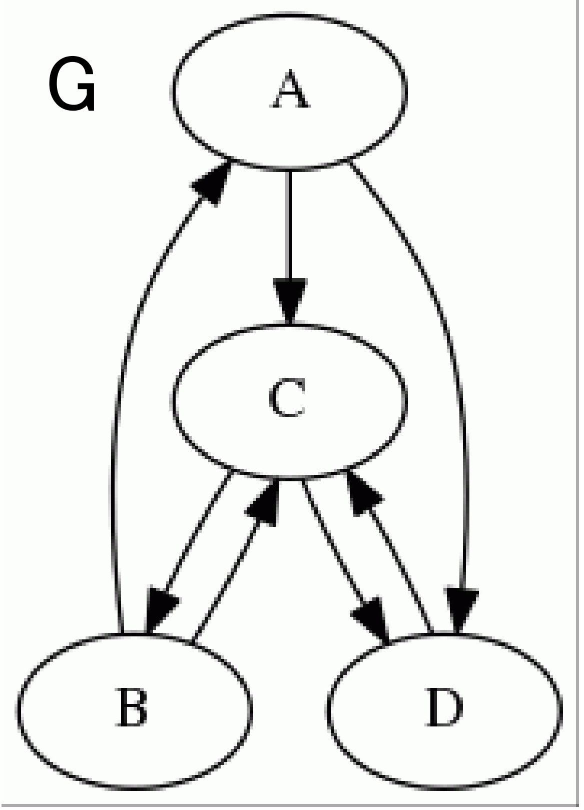
グーグルの創業者ラリー・ペイジとセルゲイ・ブリンは、スタンフォード大学博士課程在学中（1996年）、Page Rank の概念を発展させた。ざっくり言うとPage Rank とは、固有値1の固有ベクトルである。2016年2月、グーグルを傘下に持つアルファベットの時価総額はアップルを抜いてトップになった。

各アカウントに、数を割り当てて、全体での立ち位置を把握したい。

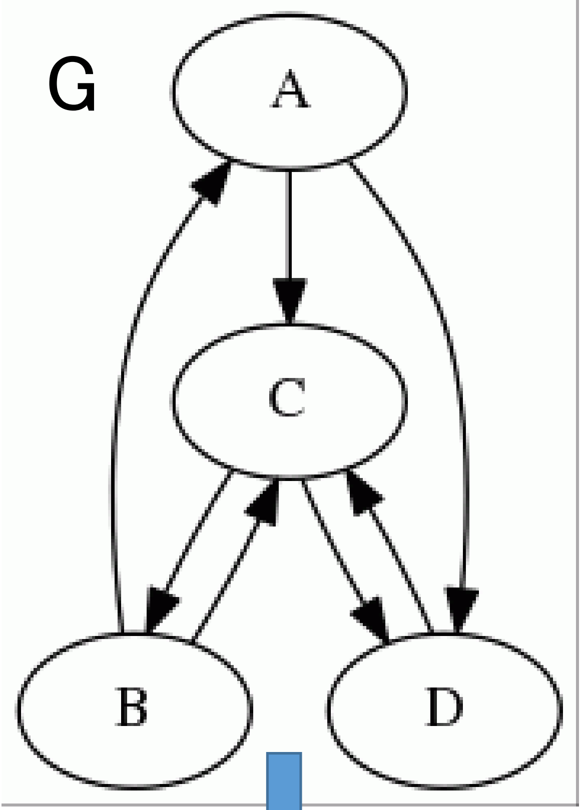
（例）





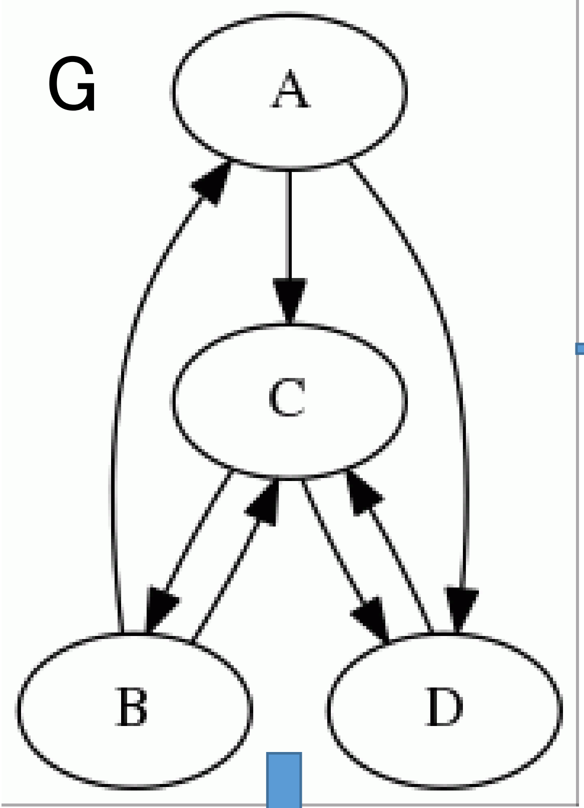


リンク構造 G が与えられたとする。頂点 X から $r \geqq 1$本のリンクが$Y_1, Y_2, \cdots, Y_r$ に出ている時、(Y_i, X) 成分が $1/r$ である行列 M_G を考えよう(ここで $i=1,2,\cdots,r$)。



リンク構造 G が与えられたとする。頂点 X から $r \geqq 1$ 本のリンクが $Y_1, Y_2, \cdots, Y_r$ に出ている時、(Y_i, X) 成分が $1/r$ である行列 M_G を考えよう（ここで $i=1,2,\cdots,r$）。

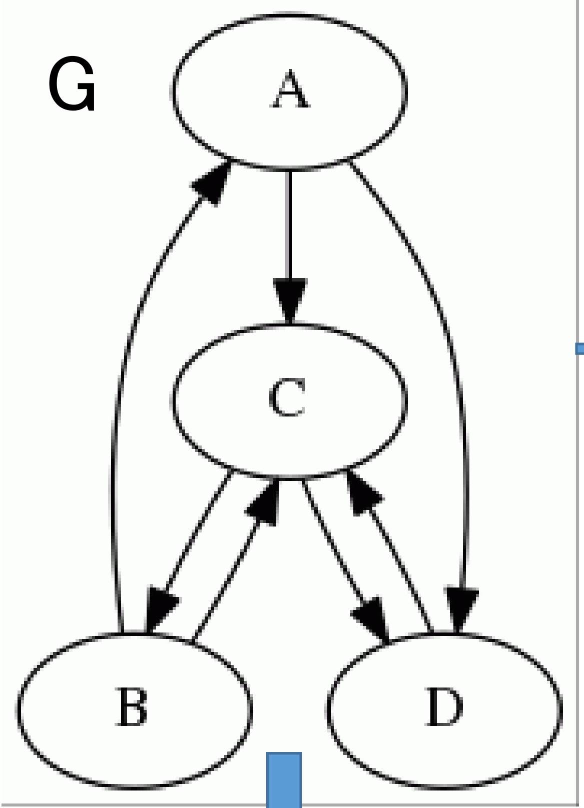
$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} \mathrm{A} & \mathrm{B} & \mathrm{C} & \mathrm{D} \end{array} \\
M_G = & \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{c} \mathrm{A} \\ \mathrm{B} \\ \mathrm{C} \\ \mathrm{D} \end{array}
\end{array}
$$



リンク構造 G が与えられたとする。頂点 X から r≧1本のリンクが$Y_1, Y_2, \cdots, Y_r$ に出ている時、(Y_i, X) 成分が 1/r である行列 M_G を考えよう（ここで $i=1,2,\cdots,r$）。

M_G は、必ず固有値1を持つことが証明できる（easy）。
そこで、固有値1の固有ベクトルを求めてみよう。

$$M_G = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} \mathrm{A} & \mathrm{B} & \mathrm{C} & \mathrm{D} \end{array} \\ & \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{c} \mathrm{A} \\ \mathrm{B} \\ \mathrm{C} \\ \mathrm{D} \end{array} \end{array}$$



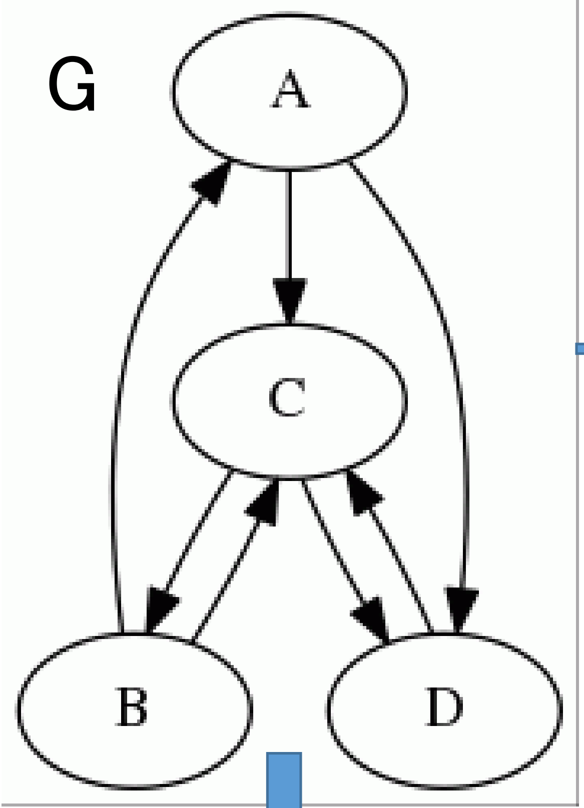
リンク構造 G が与えられたとする。頂点 X から r≧1本のリンクが$Y_1, Y_2, \cdots, Y_r$ に出ている時、(Y_i, X) 成分が 1/r である行列 M_G を考えよう(ここで i=1,2,…,r)。

M_G は、必ず固有値1を持つことが証明できる(easy)。

そこで、固有値1の固有ベクトルを求めてみよう。

$$M_G = \begin{array}{c} \begin{matrix} \text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{D} \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ \text{A} \\ \text{B} \\ \text{C} \\ \text{D} \end{array}$$

$$M_G \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}, \boldsymbol{v} \neq \boldsymbol{0}$$



リンク構造 G が与えられたとする。頂点 X から r≧1本のリンクが$Y_1,Y_2,\cdots,Y_r$ に出ている時、(Y_i,X) 成分が 1/r である行列 M_G を考えよう(ここで i=1,2,⋯,r)。

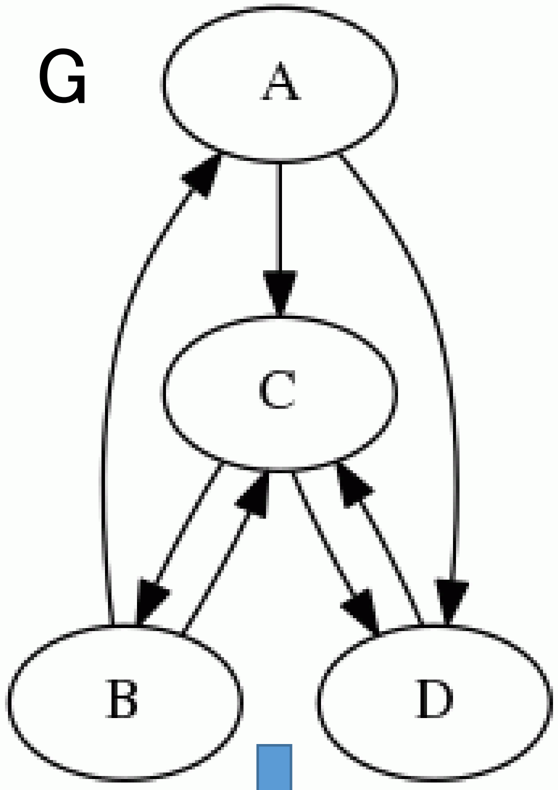
M_G は、必ず固有値1を持つことが証明できる(easy)。
そこで、固有値1の固有ベクトルを求めてみよう。

$$M_G = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{D} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ \text{A} \\ \text{B} \\ \text{C} \\ \text{D} \end{array}$$

$$M_G\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}, \boldsymbol{v} \neq \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{1}{19}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix} t, t \neq 0$$

G



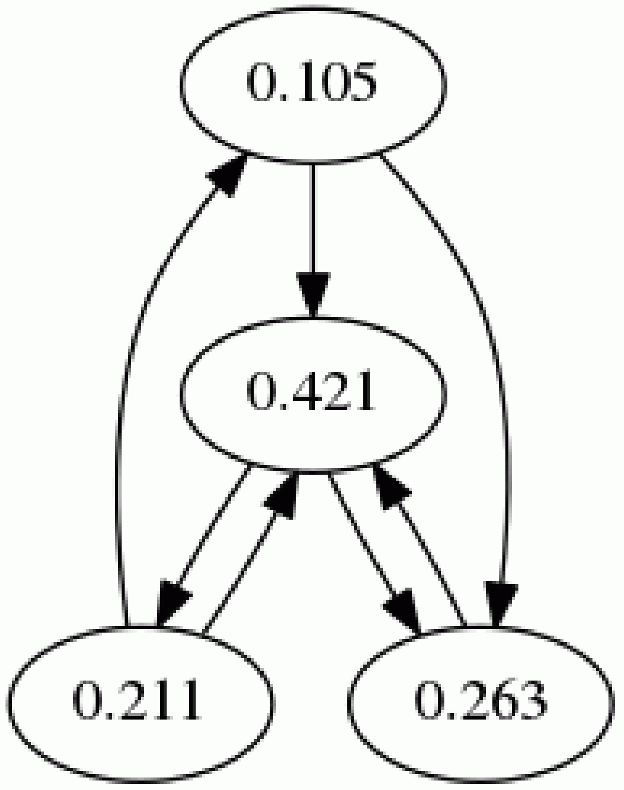
リンク構造 G が与えられたとする。頂点 X から r≧1本のリンクが$Y_1, Y_2, \cdots, Y_r$ に出ている時、(Y_i, X) 成分が 1/r である行列 M_G を考えよう(ここで i=1,2,…,r)。

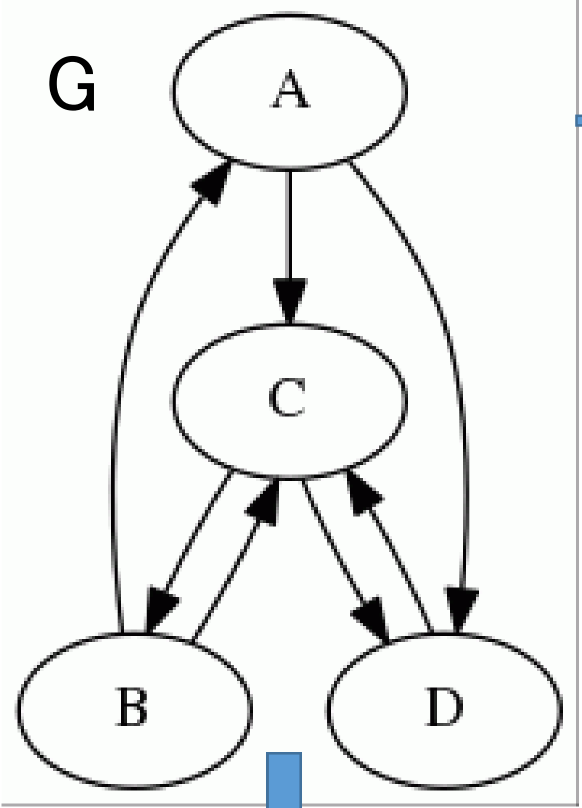
M_G は、必ず固有値1を持つことが証明できる(easy)。
そこで、固有値1の固有ベクトルを求めてみよう。

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} \mathrm{A} & \mathrm{B} & \mathrm{C} & \mathrm{D} \end{array} \\ M_G = & \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \mathrm{A} \\ \mathrm{B} \\ \mathrm{C} \\ \mathrm{D} \end{array}$$

$$M_G \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}, \boldsymbol{v} \neq \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{1}{19} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix} t, t \neq 0$$





何故、この方法でうまくいく(or うまくいきそう)なのだろう？

方程式 $M_G v=v$を書き直すと

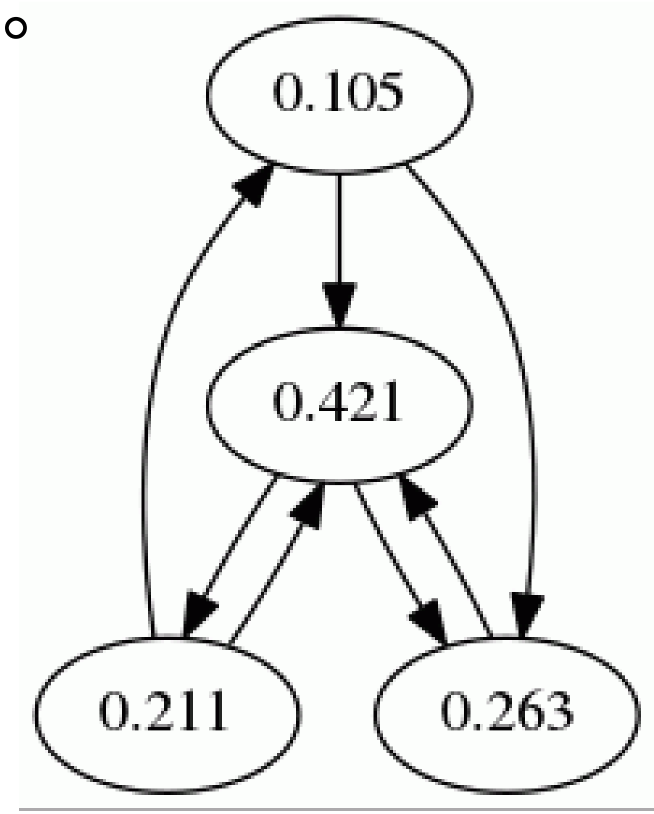
$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2}x_B \\ x_B = \frac{1}{2}x_C \\ x_C = \frac{1}{2}x_A + \frac{1}{2}x_B + x_D \\ x_D = \frac{1}{2}x_A + \frac{1}{2}x_C \end{cases}$$

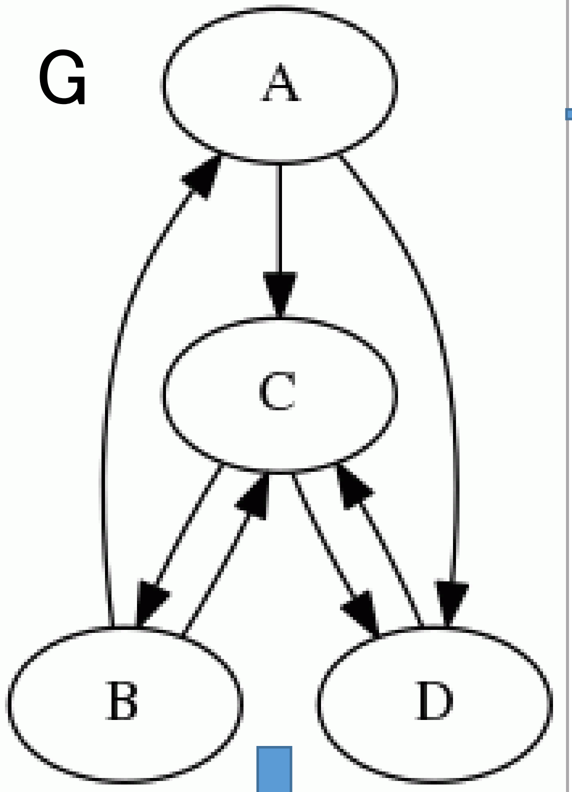
リンク構造を人気投票と思う。
すると、右辺は「投票の結果」
左辺は「人気」と解釈される。
方程式は「これらが整合的」
ということ。

$$M_G = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array}$$

$$M_G \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}, \boldsymbol{v} \neq \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{1}{19}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix} t, t \neq 0$$





しかし、さまざまな疑問が浮かぶ。

固有ベクトルは「本質的に1つ」なのだろうか？つまり固有値1の固有空間は、いつでも1次元なのか？

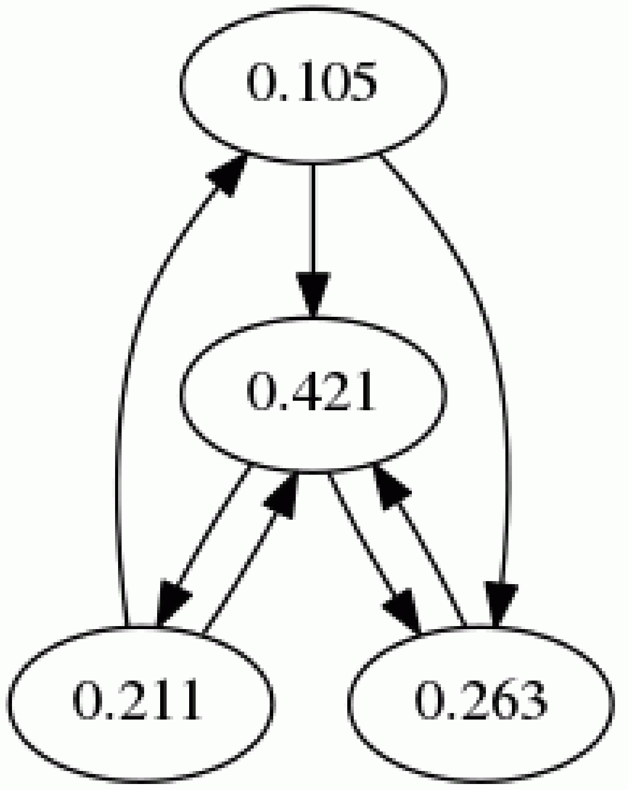
固有ベクトルは、一斉に≧0となるようにとれるか？（負の「ページの重要性」はちょっと気持ち悪い）

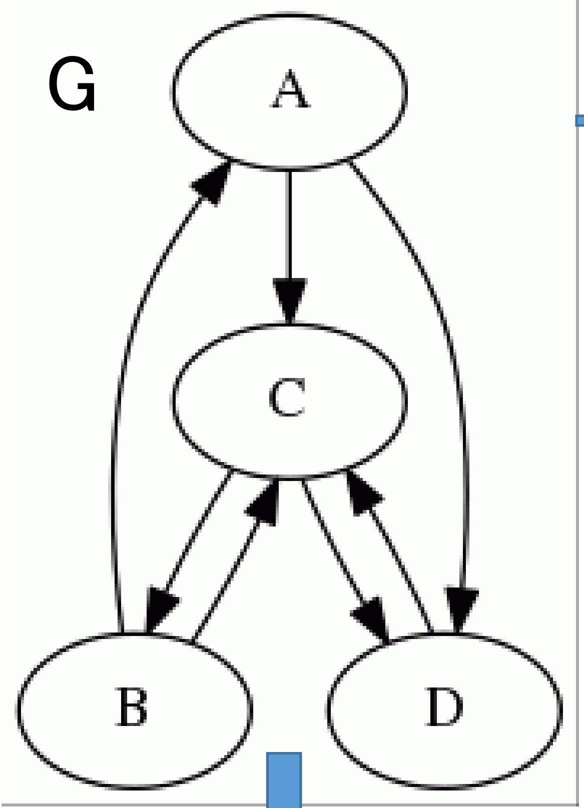
$$
M_G = \begin{array}{c} \\ \\ \end{array}
\begin{array}{cccc|c}
\text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{D} & \\
\end{array}
$$

$$
M_G = \begin{array}{cc}
\begin{array}{cccc} \text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{D} \end{array} & \\
\begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} & \begin{array}{c} \text{A} \\ \text{B} \\ \text{C} \\ \text{D} \end{array}
\end{array}
$$

$$M_G\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}, \boldsymbol{v} \neq \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{1}{19}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix} t, t \neq 0$$





しかし、さまざまな疑問が浮かぶ。

固有ベクトルは「本質的に1つ」なのだろうか？つまり固有値1の固有空間は、いつでも1次元なのか？

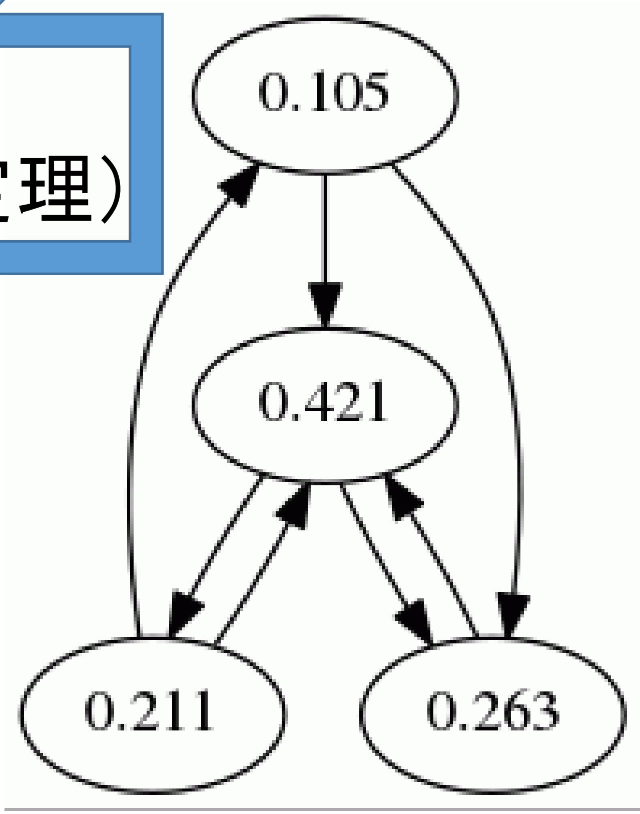
固有ベクトルは、一斉に≧0となるようにとれるか？（負の「ページの重要性」はちょっと気持ち悪い）

「グラフ G がつながっていれば」
大丈夫（ペロン・フロベニウスの定理）

$$M_G \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}, \boldsymbol{v} \neq \boldsymbol{0}$$

$$M_G = \begin{array}{cc} \begin{array}{cccc} \mathsf{A} & \mathsf{B} & \mathsf{C} & \mathsf{D} \end{array} & \\ \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} & \begin{array}{c} \mathsf{A} \\ \mathsf{B} \\ \mathsf{C} \\ \mathsf{D} \end{array} \end{array}$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{1}{19} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix} t, t \neq 0$$



グーグルの創業者ラリー・ペイジとセルゲイ・ブリンは、スタンフォード大学博士課程在学中（1996年）、Page Rank の概念を発展させた。ざっくり言うとPage Rank とは、固有値1の固有ベクトルである。

実際は、「リンク構造がつながっていない場合」「高速にPage Rank の近似値を求める方法も議論されている。元論文を読んでみよう！（線型代数の応用）

"The Pagerank Citation Ranking : Bringing order to the web", L.Page, S.Brin, R.Motwani and T.Winograd, http://ilpubs.stanford.edu:8090/422/

グーグルの創業者ラリー・ペイジとセルゲイ・ブリンは、スタンフォード大学博士課程在学中（1996年）、Page Rank の概念を発展させた。ざっくり言うと Page Rank とは、固有値1の固有ベクトルである。

実際は、「リンク構造がつながっていない場合」「高速にPage Rank の近似値を求める方法も議論されている。元論文を読んでみよう！（線型代数の応用）

"The Pagerank Citation Ranking : Bringing order to the web", L.Page, S.Brin, R.Motwani and T.Winograd, http://ilpubs.stanford.edu:8090/422/

2016年2月、アルファベットの時価総額はアップルを抜いてトップになった。

老子曰く:「道は常に無為にして、而も為さざるは無し」

英訳：The Tao has no purpose, And for this reason fulfils, all its purposes admirably.

（タオ（道）は目的を持たない。それがゆえ、すべての目的を見事に果たす）

（余談）Taoは空集合Φ!?　$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \cdots\}$

老子曰く:「道は一を生じ、一は二を生じ、二は三を生じ、三は万物を生ず」

(c.f.) 竹内郁雄「プログラミング道への招待」（丸善出版）

教訓：純粋な好奇心による研究は、意外な応用に達することがありえる。
⇒ 本当に好きなことを見つけよう。

(c.f.) 武蔵野の原野をさまよっていた私はついに先輩の居場所を突き止めた。
武蔵野の武蔵野堂。私は残り半年の高校生活を武蔵野にささげた。

(c.f.) 「どれでも好きなの選んで」「じゃあ、これ」「あたり。それ選ぶと思った」
「だめだ、それ。こわれてる」「これでいいです。これがいいです！」

2016年2月、アルファベットの時価総額はアップルを抜いてトップになった。

老子曰く：「道は常に無為にして、而も為さざるは無し」

英訳：The Tao has no purpose, And for this reason fulfils, all its purposes admirably.
（タオ（道）は目的を持たない。それがゆえ、すべての目的を見事に果たす）

（余談）Taoは空集合Φ!?　　$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \cdots\}$

老子曰く：「道は一を生じ、一は二を生じ、二は三を生じ、三は万物を生ず」

(c.f.) 竹内郁雄「プログラミング道への招待」（丸善出版）