

1A (1) $X \in Y$ だから $X \subseteq Y$ ではない

(2) $X \subseteq Y$ だから $X \in Y$ ではない

(3) $X \subseteq Y$ だから $X \in Y$ ではない

1B (1) 1 (2) 1 (3) 2 (4) 2 (5) 1

1C (1) 2, 3 (2) π ではない (3) (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)

(4) (0, 5), ($\pm 3, 4$), ($\pm 4, 3$), ($\pm 5, 0$) (5) 1, 4 (6) $\pm 1, \pm \frac{1}{2}$

1D (1) 2 (2) 1, 2, 3 (3) 1 (4) 3 (5) (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3)

(6) (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2) (7) (2, 2)

(8) (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2) (9) (1, 2), (1, 3), (2, 3)

1E (1) $\forall t \in \mathbb{R}, (0, t) \notin X$ より、なり得ない

(2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ の f のグラフに t, z なる
 $t \mapsto \sqrt[3]{t}$

(3) $(1, \pm 1) \in X$ より、なり得ない

(4) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ の f のグラフに t, z なる
 $t \mapsto \sqrt[3]{t^2}$

1F (1) 全射だから単射ではない

(4) 全射かつ単射

(2) 全射でも単射でもない

(5) //

(3) 単射だから全射ではない

(6) 全射かつ単射

1G (1) $(g \circ f)(n) = g(n+1) = n+3$

$(f \circ g)(n) = f(n+2) = n+3$

より $g \circ f = f \circ g$

$$(2) (g \circ f)(n) = 2(n+1)$$

$$(f \circ g)(n) = 2n+1$$

$$\text{よ) } g \circ f \neq f \circ g$$

$$(3) (g \circ f)(n) = |n-1|+1$$

$$(f \circ g)(n) = |n-2|+2$$

$$\text{よ) } g \circ f \neq f \circ g$$

(例として $n=1$ とす
左辺は1, 右辺は3 とす)

$$\boxed{2A} \quad (1) [-1, 1] \quad (2) [-1, 1] \quad (3) (-1, 1) \quad (4) (-1, 1)$$

$$\boxed{2B} \quad (1) [1, \infty)$$

否定: 「ある $t \in I$ が存在して $x < t$ となる」区間は $(-\infty, 1)$

$$(2) (1, \infty)$$

否定: 「ある $t \in I$ が存在して $x \leq t$ となる」区間は $(-\infty, 1]$

$$(3) [-1, \infty)$$

否定: 「任意の $t \in I$ に対し $x < t$ となる」区間は $(-\infty, -1)$

$$(4) (-1, \infty)$$

否定: 「任意の $t \in I$ に対し $x \leq t$ となる」区間は $(-\infty, -1]$

$$\boxed{2C} \quad (1) \text{正しい (} y = x+1 \text{ とおけばよい)}$$

(2) 誤り (任意の $y \in \mathbb{R}$ に対し, 例として $x = y+1$ により $x \leq y$ は不成立)

$$\boxed{2D} \quad (1) \text{上限は2で最大元である}$$

$$(2) \text{上限は2で最大元でない}$$

$$(3) \text{上限は4で最大元でない}$$

$$(4) \text{上限は4で最大元である}$$

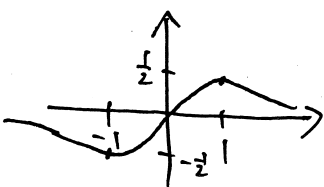
$$(5) \text{上限は}\sqrt{2}\text{で最大元でない}$$

→ \mathbb{Q} の $\sqrt{2}$ は \sup は $\sqrt{2}$ である。
一方、 $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ なる \mathbb{Q} には $[1, \sqrt{2}] \cap \mathbb{Q}$ の \sup はない。

(*) $\forall t \in [1, \sqrt{2}] \cap \mathbb{Q}, t \leq \sqrt{2}$ は明らかである。 $\forall \varepsilon > 0$ により、有理数 x を $x < \sqrt{2}$ かつ $t - \varepsilon < x$ となるように選べる (例 $x = 1.414\dots$ を適当に35桁)

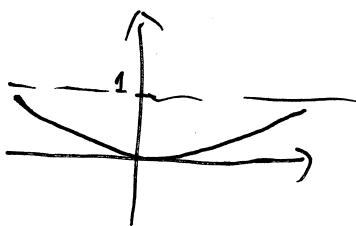
2E (1) 上に有界で、最大値は1 (最大値は上限である)

(2) $f'(x) = \frac{-x^2}{(1+x^2)^2}$ より、グラフは以下のようなになる (凹凸は違っても可なり)



よって上に有界で、最大値は $\frac{1}{2}$

(3) $f'(x) = \frac{2x}{(1+x^2)^2}$ より、グラフは以下のようなになる (凹凸は違っても可なり)

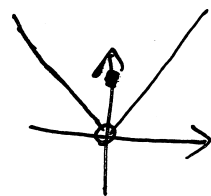


よって上に有界で、上限は1だが、最大値ではない。

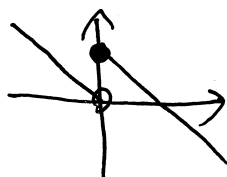
(4) x が十分大きいとき、 $f(x) \approx x$ だから上に有界ではない。よって上限も存在しない。

2F (1) 最大, 局所的な最大, 極大のいずれにもならない。
最小, 局所的な最小, 極小のいずれにもならない。

(2) 最大でなく, 局所的な最大かつ, 極大
最小, 局所的な最小, 極小のいずれにもならない。



(3) 最大ではないが, 局所的な最大かつ 極大である
最小, 局所的な最小, 極小のいずれにもならない。



(4) 局所的な最大だが, 最大でなく, 極大でもない。
最小かつ局所的な最小だが, 極小ではない。

