

$$\boxed{2A} \quad (1) [-1, 1] \quad (2) [-1, 1]$$

$$(3) (-1, 1) \quad (4) (-1, 1)$$

$$\boxed{2B} \quad (1) [1, \infty)$$

否定: ある $t \in I$ が存在して $x < t$ となる。 $(-\infty, 1)$

$$(2) (1, \infty)$$

否定: ある $t \in I$ が存在して $x \leq t$ となる。 $(-\infty, 1]$

$$(3) [-1, \infty)$$

否定: 任意の $t \in I$ に対して $x < t$ となる。 $(-\infty, -1)$

$$(4) (-1, \infty)$$

否定: 任意の $t \in I$ に対して $x \leq t$ となる。 $(-\infty, -1]$

$$\boxed{2C} \quad (1) \text{正しい} \quad (2) \text{誤り}$$

$$\boxed{2D} \quad (1) \sup [1, 2] = 2 = \max [1, 2]$$

$$(2) \sup [1, 2) = 2, \max [1, 2) \text{ は存在しない}$$

$$(3) \sup ([1, 2] \cup [3, 4]) = 4, \max \text{ は存在しない}$$

$$(4) \sup ([1, 2) \cup [3, 4]) = 4 = \max$$

$$(5) \sup ([1, \sqrt{2}] \cap \mathbb{Q}) = \sqrt{2}, \max \text{ は存在しない}$$

$$\boxed{2E} \quad (1) f \text{ は上に有界}$$

$$\sup \{ f(x) \mid x \in \mathbb{R} \} = \max \{ f(x) \mid x \in \mathbb{R} \} = 1$$

(2) $x > 0$ かつ $f(x) = \frac{1}{x + \frac{1}{x}}$ は $x = 1$ で最大値 $f(1) = \frac{1}{2}$ をとる。

よって f は上に有界で、 $\sup \{ f(x) \mid x \in \mathbb{R} \} = \frac{1}{2} = \max \{ f(x) \mid x \in \mathbb{R} \}$ 。

(3) $1 - f(x) = \frac{1}{1+x^2} > 0$ より $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) < 1$ 。よって f は上に有界でない。

$\forall \varepsilon > 0 \exists x_0 \in \mathbb{R} \frac{1}{1+x_0^2} < \varepsilon$ となる (例えば $\varepsilon < 1$ かつ $x_0 > \sqrt{\frac{1}{\varepsilon} - 1}$ とすればよい)

$\sup \{ f(x) \mid x \in \mathbb{R} \} = 1$ かつ $f(x_1) = 1$ となる $x_1 \in \mathbb{R}$ は存在しない。

1 は最大値ではない。

(4) 上に有界ではない。よって上界は存在しない。

2F	(1)	(2)	(3)	(4)
最大	X	X	X	X
局所的な最大	X	O	O	O
極大	X	O	O	X
最小	O	X	X	O
局所的な最小	O	X	X	O
極小	O	X	X	X