8B (1) $A\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\0\end{pmatrix}$ なので, x軸への射影

(2) $A\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-x\\y\end{pmatrix}$ より, y軸に関する折り返し

(3) $A\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x\\2y\end{pmatrix}$ より, 2倍拡大

(4) $A\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-x\\-y\end{pmatrix}$ より, 原点に関する点対称変換

(5) $A\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{x+y}{2}\\\frac{x+y}{2}\end{pmatrix}$ より, 直線$y=x$に下した垂線の足 (注 8D(4)も参照)

8C (1) もつ　(2) もたない　(3) もつ　(4) もたない

(5) もつ　(6) もたない　(7) もたない　(8) もつ

注 もつものについては $F(\lambda\vec{x}+\mu\vec{y})=\lambda F(\vec{x})+\mu F(\vec{y})$ を確かめればよい。
(*)

例えば, (8)では $\vec{x}=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}$, $\vec{y}=\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}$ とすると

$$F(\lambda\vec{x}+\mu\vec{y})=F\left(\begin{pmatrix}\lambda x_1+\mu y_1\\\lambda x_2+\mu y_2\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}(\lambda x_1+\mu y_1)+(\lambda x_2+\mu y_2)\\0\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}\lambda(x_1+x_2)+\mu(y_1+y_2)\\0\end{pmatrix}$$

$$=\lambda\begin{pmatrix}x_1+x_2\\0\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}y_1+y_2\\0\end{pmatrix}=\lambda F(\vec{x})+\mu F(\vec{y})$$ である。

注 もたないものについては, (*)が成立しないような $\lambda, \mu, \vec{x}, \vec{y}$ の例を1つ挙げればよい。

例えば, (7)で $\vec{x}=\vec{y}=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$, $\lambda=\mu=1$ とすると (*)の左辺 $=\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}$
(*)の右辺 $=\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$ となる。

8D (1) $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\mapsto\begin{pmatrix}-x\\y\end{pmatrix}$ なる変換であるから, $\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\mapsto\begin{pmatrix}0\\y\end{pmatrix}$ なる変換であるから $\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ より $\begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ より $\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$

(5) $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix}-x\\-y\end{pmatrix}$ より $\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}$

$\boxed{86}$ (1) $\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}\\\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}$ (4) $\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\\\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$ (5) $\begin{pmatrix}0 & -1\\1 & 0\end{pmatrix}$

(6) $\begin{pmatrix}-\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}\\\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix}$ (7) $\begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\\-\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$ (8) $\begin{pmatrix}0 & -1\\1 & 0\end{pmatrix}$ (9) $\begin{pmatrix}-\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}$

注 原点を中心とする θ 回転変換は $\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}$ であらわされる。

$\left(\because \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix}\cos\theta\\\sin\theta\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \mapsto \begin{matrix}\cos(\theta+\frac{\pi}{2}) = -\sin\theta\\\sin(\theta+\frac{\pi}{2}) = \cos\theta\end{matrix} \right)$

8A (1) $\begin{pmatrix} x+y \\ y \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} 2x \\ -y \end{pmatrix}$ (4) $\begin{pmatrix} x+y \\ x+y \end{pmatrix}$

8E (1) $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$ (4) $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

8F (1) $\begin{pmatrix} ab & 0 \\ 0 & ab \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 1 & a+b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} a & a \\ b & b \end{pmatrix}$ (4) $\begin{pmatrix} a & b \\ a & b \end{pmatrix}$

(5) $\begin{pmatrix} 2ab & -2b^2 \\ 2a^2 & -2ab \end{pmatrix}$ (6) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

8H (1)
$$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\varphi - \sin\theta\sin\varphi & -(\cos\theta\sin\varphi + \sin\theta\cos\varphi) \\ \sin\theta\cos\varphi + \cos\theta\sin\varphi & -\sin\theta\sin\varphi + \cos\theta\cos\varphi \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} \cos(\theta+\varphi) & -\sin(\theta+\varphi) \\ \sin(\theta+\varphi) & \cos(\theta+\varphi) \end{pmatrix}$$

(2)
$$\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ \sin\varphi & -\cos\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\varphi + \sin\theta\sin\varphi & \cos\theta\sin\varphi - \sin\theta\cos\varphi \\ \sin\theta\cos\varphi - \cos\theta\sin\varphi & \sin\theta\sin\varphi + \cos\theta\cos\varphi \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} \cos(\theta-\varphi) & -\sin(\theta-\varphi) \\ \sin(\theta-\varphi) & \cos(\theta-\varphi) \end{pmatrix}$$