数理解析研究所講究録
第74巻 1969年 81-82

二乗可積分Martingaleについての論文紹介

阪大　小松孝

Martingaleに関する確率積分はCourrège、Meyer、Motoo & S.Watanabe 等によって定義されたが、これはKunita & S. Watanabeによって確率積分に関する変数変換の公式へ導かれた。MeyerはStrasbourgのSeminorでこの結果を彼の新しい結果にも言及しながら紹介している。そこで確率積分について調べようとする人の為に、この2つの論文の構成のつながりについて紹介しておこうと思う。なお、確率積分についてはその後Kunita氏によって拡張が進められている。

[A] H. Kunita and S. Watanabe, On Square Integrable Martingales, Nagoya Math. J. Vol 30 (1967)

[B] P. A. Meyer, Intégrales Stochastiques, Lecture Notes in Math. 39 (Séminor de probabilités 1) (1967)

[A]には§1〜§8まであり、[B]はI〜IVまで別れていて、その各々が§1〜§3から成っている。そのうち[B]で紹介されているのは大体[A]の§1〜§5である。[B]には第二 Increasing Process [,]についても述べられていて[A]より詳しい。下に大体の関連を表にしておこう。

[A]

§1. $\mathcal{M}$, $\mathcal{A}$
$\mathcal{M}^{loc}$, $\mathcal{A}^{loc}$
$\langle\ ,\ \rangle$

§2. $\int_0^t \Phi_s dX_s$ 確率積分
変数変換公式
(continuous case)

§3. Time change of a N-dim. Brownian motion.

§4. I Subspace of $\mathcal{M}$, Orthgonal decomposition

II 以下 Markov process の場合
$u(x_t)-u(x_0)-\int_0^t Au(x_s)\,ds$
(generator system)

§5. Q_f, P_f, $\mathcal{M}_d^{(loc)}$
変数変換の公式
(discontinuous case)

[B]

I. 1. Rappels et déf. générales
2. Martingales de carré intégrable
3. $[\ ,\ ]$
Appendice : $\langle\ ,\ \rangle$, $[\ ,\ ]$ の構成

II. 1. Martingales locales
2. Formules d'intégration par parties
3. Changement de variables

III. 1. 'A.F.' de Markov
2. (確率積分, 直交分解. gen. system, fundamental 'A.F')
3. Deux applications

IV 1. Levy meas. の構成の為の準備
2. (Levy meas. $\mathcal{M}_d$ 生成作用素との関係)

§6 A factorization of multiplicative functional
§7 Decomposition of additive process
} 変換公式の応用

§8 Appendix : Supermartingale and the corresponding increasing process of a Markov process. ([B]の III-1 に必要)