

2入出力対オートマトンによる計算機結合 インターフェースの設計手順

京大 工学部 岩間一雄

上林弥彦

矢島脩三

1. まえがき

計算機システムあるつは計算機ネットワークを構成する種々のハードウェアやソフトウェアの開発においては、動作の記述や試験等におけるあいまいさの存在が指摘され方があるも、ある程度経験的手法によらざるを得ない面があつた。しかし近年設計自動化の方向とともに、実際のシステムを対象としてつてしかも数学的議論にも適したいくつかのモデルが提案されてゐる。これらは並行処理に関係したものに限つても、並列プログラムを論じるもの[5]～[6]、計算機間の通信を論じるもの[7]～[11]、ペトリネットの解析や応用[12]～[13]等数多く議論されてゐるが、システムの設計より解析に重きが置かれてゐる傾向がある。

我々はインターフェースの設計と解析の両方に適用できると思われるオートマトンモデルとして、新たに2入出力対オートマトンによる計算機結合の設計手順を示す。

トマトンモデルを導入した[1]～[3]。このモデルの特徴は図1に示すようく2つの入出力端子を有し、それぞれが互いに非同期的な動作をするシステムとつながることを仮定してある。このことは2つのシステムの動作系列のみならずそれらの動作の相対的な時間関係についての制御も記述することを目的にしており、イニタフェースの動作の正確な記述という目標に合致していると思われる。

本論文では計算機ネットワーク構成の基本的部分となる2台の計算機結合のためのイニタフェースの設計手順を2入出力オートマトンの上で論じている。一般にモデルは実際のシステムが有する性質の中で扱っていなければすべて含み、かつ実際のシステム程複雑でないことが要求されるが、2入出力オートマトンはイニタフェースのモデルとしてこのようす条件を満たしていると考えられる。以下2節ではモデルとイニタフェースの対応や、イニタフェースで求められる性質（信頼性の向上等）がオートマトンの上でどのように表現されるかについて論じる。3節と4節では講論を完全に2入出力オートマトン上で行つ、設計手順をできる限り形式的に与えていく。5節では1つのケーススタディとして、研究室計算機ネットワーク LABOLINK [4] の一部を構成する PDP 1%。

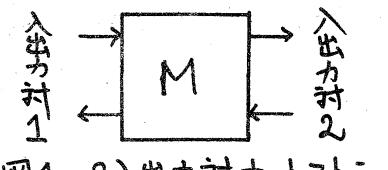


図1 2入出力オートマトン

と HITAC 8350 の結合についてチ順がいかに適用されるかを述べる。

2. 2入出力オートマトンヒュンタフェース

2.1 2入出力オートマトン

[定義1] 2入出力オートマトンは7項目組 $M = (\Sigma, S, \Sigma_1, \Sigma_2, \delta, \pi, s_0)$ で表わされる。ここで(i) Σ は入出力対数, (ii) S は内部状態の集合, (iii) $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ は入力アルファベット, $P = P_1 \cup P_2$ は出力アルファベットである。 Σ_i, P_i ($i=1, 2$) はそれぞれ入出力対ごとに異なる入力アルファベット, 出力アルファベットである。(iv) δ は状態遷移関数で, $D_\delta \subseteq S \times \Sigma_1 \times \Sigma_2$ から S の中への写像, (v) $\pi = (\pi^{(1)}, \pi^{(2)})$ は出力関数で, $\pi^{(i)}$ ($i=1, 2$) は $D_\pi^{(i)} \subseteq S \times \Sigma_i \times \Sigma_2$ から P_i の中への写像である。 $s \in S, x_1 \in \Sigma_1, x_2 \in \Sigma_2$ に対して, $\pi(s, x_1, x_2) \triangleq (\pi^{(1)}(s, x_1, x_2), \pi^{(2)}(s, x_1, x_2))$, (vi) $s_0 \in S$ は初期状態。

本論文で扱う2入出力オートマトンではさらに以下の条件が加わる。

- (1) 無信号状態を表わすためを考慮に入れた以下の条件を満たす。(i) $\epsilon \in \Sigma_1 \cap \Sigma_2 \cap P_1 \cap P_2$, (ii) $\forall p \in (\Sigma_1 \cup \Sigma_2 \cup P_1 \cup P_2)^*$ に対して, $\epsilon p = p \wedge \forall r \in (\Sigma_1 \times \Sigma_2 \cup P_1 \times P_2)^*$ に対して, $(\epsilon, \epsilon)r = r(\epsilon, \epsilon) = r$, (iii) $\forall s \in S$ に対して, $(s, \epsilon, \epsilon) \in D_\delta$.

- (2) $D_\delta = D_\pi^{(1)} = D_\pi^{(2)}$ ($= D_M$ とおく)。

(3) $\Sigma_1 - \{\epsilon\}$, $\Sigma_2 - \{\epsilon\}$, $T_1 - \{\epsilon\}$, $T_2 - \{\epsilon\}$ は互いに disjoint.

本論文で用いられる主要用語と記号を以下にまとめる。

- (1) 入力信号対 $(x_1, x_2) \in \Sigma_1 \times \Sigma_2$,
- (2) 入力(信号)対系列 $\gamma \in (\Sigma_1 \times \Sigma_2)^*$,
- (3) 出力(信号)対系列 $r \in (T_1 \times T_2)^*$,
- (4) 入出力(信号)対系列 $\rho \in ((\Sigma_1 \times \Sigma_2) \cdot (T_1 \times T_2))^*$ (\cdot は連接を表す),
- (5) 入出力対 i ($i=1, 2$) の入出力(信号)系列 $P_i \in (\Sigma_i \cdot T_i)^*$.

[定義 2] $M = (S, S, \Sigma, T, \delta, \pi, A_0)$ の $\bar{\delta}$ と $\bar{\pi}$ は以下の様に定義される。 (i) $\bar{\delta}: S \times \Sigma_1 \times \Sigma_2 \rightarrow 2^S$ (S のベキ集合), $\bar{\delta}(A, x_1, x_2) = \{A' \mid A' = \delta(A, \gamma), \text{ ただし } \gamma \text{ は } (\epsilon, \epsilon)^*(x_1, x_2)(\epsilon, \epsilon)^* \text{ の要素で, かつ } \delta(A, \gamma) \text{ が定義されている}\}$, (ii) $\bar{\pi}: S \times \Sigma_1 \times \Sigma_2 \rightarrow (T_1 \times T_2)^*$ $\bar{\pi}(A, x_1, x_2) = \{r \mid r = \pi(A, \gamma), \gamma \text{ は上と同様}\}$. ただし $\bar{\delta}$ の δ と $\bar{\pi}$ の π の定義域は $S \times (\Sigma_1 \times \Sigma_2)^*$ へ拡張されている。

$\bar{\delta}$ と $\bar{\pi}$ の定義域は通常の方法で $2^S \times (\Sigma_1 \times \Sigma_2)^*$ へ拡張される。

M の入力対系列 γ は $\bar{\delta}(A_0, \gamma) \neq \emptyset$ (空集合) のとき M に適合するといふ。

2.2 2入出力対オートマトンとニタフェースの関係

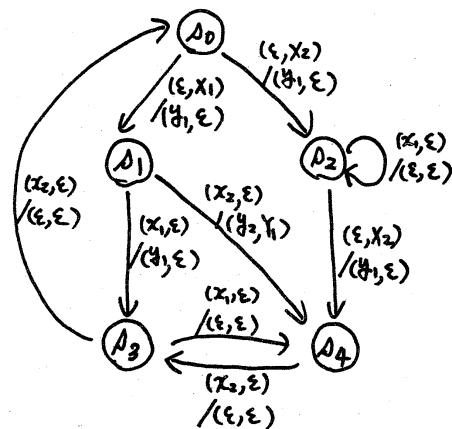
2入出力対オートマトンは実際のニタフェースのモデルとして導入されだが、ニタフェースの動作を忠実に表現し

ようとするとモデルが複雑化するため、実用的見地から上記の定義を行つてゐる。クニタフェースでは、信号は入出力対ごとに独立にパルス等で加えられ、例えばその上りで状態遷移が起動されるという意味で非同期的な動作をする。又内部的な要因によつて外部からの入力無しで自動遷移を起すことがある、この場合その時刻や条件等を細かく記述すれば、モデルが複雑化して、解析のための実用性が失われてしまう恐れもある。オートマトンでは (ϵ, x_2) は一方の入出力対(入出力対2)からの入力、 (x_1, x_2) は同時入力を表わし、 (ϵ, ϵ) による自動遷移($\delta(A, \epsilon, \epsilon) = A, \pi(A, \epsilon, \epsilon) = (\epsilon, \epsilon)$ でない遷移)の場合には、 (ϵ, ϵ) 入力としてオートマトンが受けつけたものの条件(例えばいつこの遷移が起動されるか等)について記述せず、その遷移先と、出力のみを示すことによってモデルの簡単化をはかる、といふ。

我々の目的はクニタフェースの種々の性質や、2つのクニタフェース間の関係をモデルである2入出力対オートマトンの上で論じようとするものである。そこで生じる大きな問題は、クニタフェース上で論じられるあいまいな形で述べられ易い性質をいかにしてオートマトン上の厳密な記述に置き換えるかであり、逆にオートマトン上で論じられた性質を実際のクニタフェースへいかに反映させるかである。

例えばイニタフェースを一方の入出力対から観測してとく、他方の入出力対における入力を直接知ることはできないので、現在の状態を一意に知ることは一般に不可能である。このことをオートマトン上で論じると、例えば、 Σ 入出力対オートマトン M_1 が図2の状態遷移図で与えられたとする。ここで節点は状態を表わし、板のラベル $(x, X) / (y, Y)$ は入力信号対とそれによる出力信号対を表わす。 M_1 は自励遷移は定義されてなく、すべての状態に存在する $(\epsilon, \epsilon) / (\epsilon, \epsilon)$ の自己閉路は省略されてある。入出力対 1 における入出力系列 y_1, x_1, y_1 を観測してとくの M_1 の可能な状態は A_3 から A_4 である。ゆえに次に入出力対 1 から加えられる入力は A_3 と A_4 両方に定義されている x_2 のみであり、 A_3 にのみ定義されているものは、もし M_1 が A_4 のとき動作が保障されないので実際は加えることができない。このことは Σ 入出力対オートマトンに加えうる入力対系列の集合が制限されることを示している（文献1参照）。

さて 2つのイニタフェース I_1, I_2 が与えられたとき、 I_1 を I_2 で置き換えることが可能であるという性質はオートマトン上では以下の様に議論される。 I_1 に対応するモデルを $M_1 =$

図2 M_1

$(z, S_1, \Sigma_1, T_1, \delta_1, \pi_1, A_{10})$, I_2 に対応するモデルを $M_2 = (z, S_2, \Sigma_1, T_1, \delta_2, \pi_2, A_{20})$, M_1 に加えうる入力対系列の集合（上記の様に制限される）を Q_1 とするとき、

$\forall g_1 \in Q_1$ に對し、 $\bar{\delta}_2(A_{20}, g_1) \neq \emptyset$ かつ $\bar{\pi}_1(A_{10}, g_1) \supseteq \bar{\pi}_2(A_{20}, g_1)$ が置き換え可能な条件と考えられる。これは、オートマトンの自動遷移は、インターフェースの動作の自由度を表わしていると考えられるからである。

2.3 インタフェース設計手順の概略とその考え方

2台の計算機間のリンクを実現するためには、図3に示すようく、(1)先ず計算機間の通信規約を決定記述し、(2)次にそれを実現するのに必要なインターフェース I_e, I_r を設計する。我

々の手法では、(1)に對しては図4(a)のように双方の計算機の外から見てモデルである 2つのプロセスを結合する 1つの 2 入出力オートマトン M

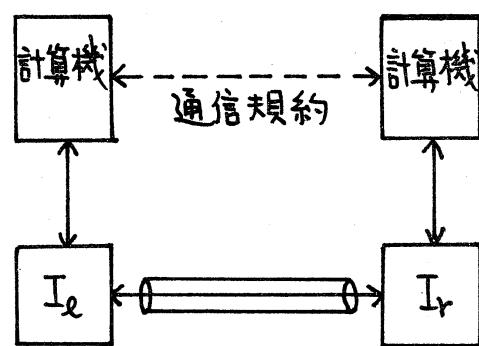


図3 2台の計算機の結合

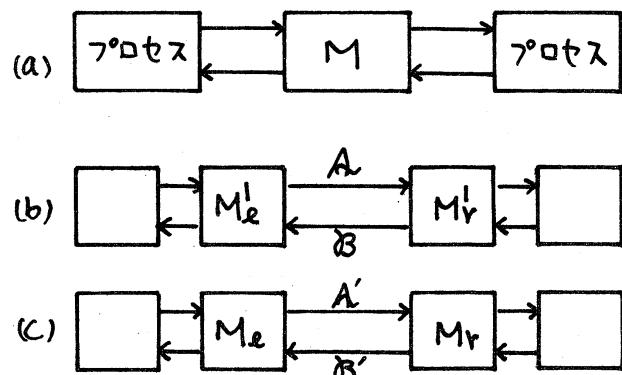


図4 2入出力オートマトンによる設計手順

を与えることである。具体的な考え方については、その1つの手法が文献[4]に述べられている。(2)に対してはMの分解変形によって、図4(c)の2つのオートマトンの組 M_L, M_T を得て、それから I_L を I_T フェース I_L, I_T を設計する(図4(b)は中間段階を示している)。

本論文ではオートマトンからイニタフェースへの変換については述べず、議論を入出力オートマトンの上にのみ限ることとする。さじて議論を簡単にするため、入出力オートマトンを以下の様に制限する。

- (1) 自励遷移がない。
- (2) 同時入力がない。
- (3) 有限状態である。

イニタフェースの動作の主要部を議論する場合にはこれらの制限は通常問題ない場合が多く、もし必要ならオートマトンとイニタフェースの間の変換の部分で処理することも可能であろう。

本論文ではイニタフェースにおける種々の性質をオートマトン上で以下のように論じる。

- (1) 動作の等しいオートマトンの等価性を調べられる。
- (2) 離れた場所に設置された計算機と結合する場合、一般に2つのイニタフェースと間の通信線によって行われるが、

これは図4(b)に示すように、オートマトンの基本分解によれば、それそれぞれのターミナルエースに応するオートマトンと、間の通信路上の手順の原形を得ることができる。

- (3) 冗長性の除去はオートマトン上では、状態数を減らすこと、同一の信号アルファベット Σ, Δ' の要素数を減らすこと（一種の符号化）によつて行われる。
- (4) 信頼性の向上は本論文では出力記憶オートマトンの採用によつて実現している。 M_L の状態を M_R により詳しく推定することが可能なら、次の M_L からの信号を予測することにより、信号の通信路上での置換や消失、状態遷移誤りによる同期くずれを検出し易くなる。ここでこのような状態観測を簡単万能 (M_R のシフトレジスタに M_L の出力を記憶させるだけ) で実現するためには、 M_L を出力記憶にして。

3. 基本手法

3.1 対象とする入出力対オートマトンヒーの等価性

以後扱われる入出力対オートマトン $M = (S, \Sigma, \Delta, \delta, \pi, \rho_0)$ (入出力対数を表わす“2”は以後しばしば省略される) は特に二通りの限り以下の様に制限される。

- (1) Δ は有限集合,
- (2) $\forall a \in S \quad \delta(a, \varepsilon, \varepsilon) = a, \quad \pi(a, \varepsilon, \varepsilon) = (\varepsilon, \varepsilon),$

(3) $\forall A \in S, \forall x_1 \in \Sigma_1 - \{s\}, \forall x_2 \in \Sigma_2 - \{s'\}$ かつ $(A, x_1, x_2) \notin D_M$.

[定義3] 2つの入出力オートマトン $M = (S, \Sigma, T, \delta, \pi, A_0)$ と $M' = (S', \Sigma', T', \delta', \pi', A'_0)$ が入力対系列集合 $W \subseteq ((\Sigma \cap \Sigma')^*)^*$ の \neq と \sim 等価 (W -等価) であるとは, $\forall g \in W$ に対して

- $\overline{\delta}(A_0, g) \neq \emptyset \iff \overline{\delta'}(A'_0, g) \neq \emptyset$ (g は M と M' に適合), かつ
- $\overline{\pi}(A_0, g) = \overline{\pi'}(A'_0, g)$

が成り立つことを言ひ, $M \equiv M'$ で表わす。特に $\forall g \in ((\Sigma \cap \Sigma')^*)^*$ に対して, $\overline{\pi}(A_0, g) = \overline{\pi'}(A'_0, g)$ が成り立つとき, M と M' に等価であるといひ, $M = M'$ で表わす。

W は任意の集合で議論することができますが, 例えば W に対して M と M' の適合する入力対系列集合の共通集合をとるとそれは正規集合になります。また前節で述べた制限された入力対系列集合も正規集合となり実用上は W を正規集合に限定しても問題ないと考えられる。

[定理1] W を正規集合としておき, $M \equiv M'$ の判定である。
(証明略)

[定義4] ラベル付有向グラフ (有向グラフと略記されることがある) は3項組 $G = (\nabla, L, R)$ で表わされる。ここで
(i) ∇ は節点の有限集合, (ii) L はラベルの集合, (iii) R はラベルの付いた枝の集合で, $R \subseteq \nabla \times L \times \nabla$.

なみラベル付無向グラフ (無向グラフ) も同様に定義される。

2入出力オートマトンの状態遷移グラフは2節の例で示したように有向グラフである。一方以後Mの状態遷移グラフではすべての節点に存在するラベル $(\epsilon, \epsilon) / (\epsilon, \epsilon)$ の自己閉路は省略される。状態遷移グラフで表わされる2入出力オートマトンを M_G で表わす。

3.2 基本分解

2入出力オートマトンの分解を論じるために、まず図5を示す

ような2つの2入出力オートマトンの縦列接続について述べる。2入出力オートマトンの場合、 M_e から M_r へ信号 $x(\in \Sigma_{le})$ が送られるとき、 x による M_r の出力 $y(\in \Gamma_{ir})$ が Σ で存在する、それが M_e の入力 x となり、さすがそれによる M_e の出力 $x'(\in \Sigma_{re})$ が M_r へ送られるというふうに M_e, M_r 自体は自動遷移が無くても接続された機械では自動遷移を考慮しなければならない。しかし本論文の制限をみても2入出力オートマトンの分解を論じる範囲では自動遷移を考慮しなくてよい。

2入出力オートマトン $M_e = (S_e, \Sigma_e, \Gamma_e, \delta_e, \pi_e, A_{oe})$ と $M_r = (S_r, \Sigma_r, \Gamma_r, \delta_r, \pi_r, A_{or})$ ($\Sigma_e = \Sigma_{le} \cup \Sigma_{re}, \Gamma_e = \Gamma_{le} \cup \Gamma_{re}, \Sigma_r = \Sigma_{ir} \cup \Sigma_{ri}, \Gamma_r = \Gamma_{ir} \cup \Gamma_{ri}$) に関する以下の条件を (M_e の入出力対 x と M_r の入出力対 y に関する) 接続可能条件という。(i) $\Gamma_{re} \subseteq \Sigma_{ir}$ かつ $\Gamma_{ir} \subseteq \Sigma_{re}$,

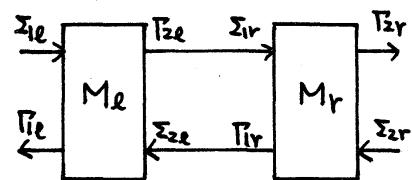


図5 2入出力オートマトンの縦列接続

(ii) $\forall A_e \in S_e, \forall X_{2e} \in \Sigma_{2e}$ かつし, $\pi_e^{(2)}(A_e, \varepsilon, X_{2e}) = \varepsilon$ の時は未定義,

$\forall A_r \in S_r, \forall X_{1r} \in \Sigma_{1r}$ かつし $\pi_r^{(1)}(A_r, X_{1r}, \varepsilon) = \varepsilon$ の時は未定義。

[定義5] 接続可能条件を満足する M_e と M_r に対し, 縦列接続 $M_e \cdot M_r = (S, \Sigma, \Gamma, \delta, \pi, \Delta_0)$ は以下の様に定義される。

(i) $\Sigma = \Sigma_{1e} \cup \Sigma_{2r}, \Gamma = \Gamma_{1e} \cup \Gamma_{2r}$, (ii) $\Delta_0 = (A_{oe}, A_{or}) \in S$,

(iii) $\forall (A_e, A_r) \in S, \forall X_{1e} \in \Sigma_{1e}$ かつし

$$\delta((A_e, A_r), X_{1e}, \varepsilon) \triangleq \begin{cases} (\delta_e(A_e, X_{1e}, \varepsilon), \delta_r(A_r, \pi_e^{(2)}(A_e, X_{1e}, \varepsilon), \varepsilon)) & \text{かつし} \\ & \text{の状態 } \varepsilon \in S \text{ 属す (すべての関数の値} \\ & \text{が定義されている場合)} \\ & \text{未定義 (その他の場合)} \end{cases}$$

$$\pi((A_e, A_r), X_{1e}, \varepsilon) \triangleq \begin{cases} (\pi_e^{(1)}(A_e, X_{1e}, \varepsilon), \pi_r^{(2)}(A_r, \pi_e^{(2)}(A_e, X_{1e}, \varepsilon), \varepsilon)) & \text{(すべて} \\ & \text{の関数値が定義されている場合)} \\ & \text{未定義 (その他の場合)} \end{cases}$$

(iv) $\forall (A_e, A_r) \in S, \forall X_{2r} \in \Sigma_{2r}$ かつし $\delta((A_e, A_r), \varepsilon, X_{2r}) \in \pi((A_e, A_r), \varepsilon,$

$X_{2r})$ は (iii) と同様, (v) $\forall (A_e, A_r) \in S, \forall X_{1e} \in \Sigma_{1e} - \{\varepsilon\}, \forall X_{2r} \in \Sigma_{2r} - \{\varepsilon\}$ かつし

未定義。

明了か $M_e \cdot M_r$ は同時入力の ε による入出力オートマトンである。

[定義6] $M = M_e \cdot M_r$ であるとし, M_e と M_r の対は M の分解であるという。

[定理2] M, M_e, M_r の適合する入力対系列集合をそれぞれ

Q, Q_L, Q_R とする。 $M_L \stackrel{\text{def}}{=} M'_L, M_R \stackrel{\text{def}}{=} M'_R$ を満足する任意の M'_L, M'_R かつて, $M = M_L \cdot M_R \Rightarrow M \stackrel{\text{def}}{=} M'_L \cdot M'_R$ (証明略)

2入出力対オートマトンの分解法はいろいろ考えられるが、任意の(本論文の制限を満たす)2入出力対オートマトンに適用できる実用的な分解法を以下に与える。

[アルゴリズム1] M の基本分解 (図4参照)

(1) M の状態遷移グラフ $G_M = (S, \Sigma_1 \times \Sigma_2 / P_1 \times P_2, R)$ ラベルで除して同形の2つのグラフ $G_L = (S_L, \Sigma_1 \times B / P_1 \times A, R_L)$ と $G_R = (S_R, A \times \Sigma_2 / B \times P_2, R_R)$ を求める。ラベルのつけ方以下のように構成する。 $(A, (x, x)/(y, y), \alpha') \in R \Rightarrow (A_L, (x, \beta)/(y, d), A'_L) \in R_L, (A_R, (\alpha, x)/(y, y), \alpha'_R) \in R_R$, 且 A_L, A_R は α に, A'_L, A'_R は α' にそれぞれ対応する G_L, G_R の節点で, $x = \varepsilon$ なら $\beta = \varepsilon$, $y = \varepsilon$ なら $\alpha = \varepsilon$ とする。 α, β は極めて一意に与える。つまり 2つ以上の枝に同じものを割当てない。

(2) G_L より次の条件を満足する一对の節点 (A_L, A'_L) を選ぶ。存在するなら (3) へ, なければ (4) へ。

(i) A_L から A'_L が A'_L から A_L へのラベル $(x, \beta)/(y, d)$ の枝が存在する
なら $x = y = \alpha = \varepsilon$, かつ (ii) $(A_L, (x_1, \varepsilon)/(y_1, d_1), A_{L1}) \in R_L, (A'_L, (x_1, \varepsilon)/(y'_1, d'_1), A'_{L1}) \in R_L$ であるなら x_1 が存在するなら $y_1 = y'_1, d_1 = d'_1 = \varepsilon, A_{L1} = A'_{L1}$.

(3) G_L から A_L と A'_L を合併し, 新しいグラフを G_L とする。

G_R の β を ε とみて新しい G_L を G_R と (4') へ。

(4) 今 K について (2) と同様の判定を行つ、条件を満足する節長対が存在するなら (5) へ、しないなら終了。

(4') (4) と同様、存在するなら (5) へ、しないなら (2) へ。

(5) Gr K について (3) と同様、(2) へ。

図 6 に基本分解の例を上げる。(a) で与えられた二入出力オートマトンの状態遷移グラフと同形のグラフ (b) と (c) を得て、合併可能節長対を合併して (d) と (e) を得る。

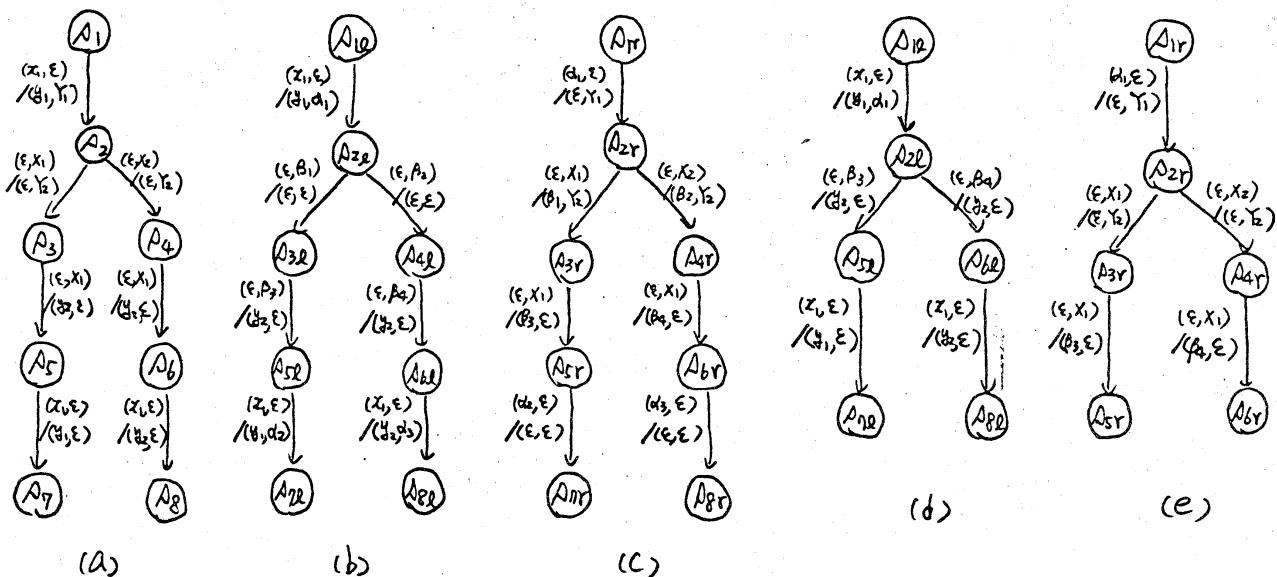


図 6 基本分解

基本分解の (2), (3), (4) において条件を満足する節長対が 2つ以上存在するとき、どうぞ先に選ぶかは最終結果に影響を与える場合があるので注意が必要である。

[補題 3] 基本分解によつて得られる G_F, G_R に対する二入出力オートマトン M_{G_F}, M_{G_R} は接続可能条件を満足してゐる。

(証明略)

〔定理4〕 $M_{\ell e}, M_{\ell r}$ は M の分解である。

(証明略)

3.3 信号の割当

基本分解によって得られた M_ℓ と M_r の間の信号のアルファベット Σ と A と B の割当は遷移板 Γ に一意のものであるが、適当な 2つ以上の信号を等しくするような新大厅割当も可能である。基本分解によって得られた M_ℓ と M_r に対する信号の割当は A から A の中への写像 A と B から B の中への写像 B で定義される。 M_ℓ と M_r に対する信号の割当 A, B に関する以下の条件を分歧条件と呼ぶ。

$\exists \alpha_e \in S_e$ such that $\delta_e(\alpha_e, \varepsilon, \beta_1) \neq \delta_e(\alpha_e, \varepsilon, \beta_2)$ or $\pi_e(\alpha_e, \varepsilon, \beta_1) \neq \pi_e(\alpha_e, \varepsilon, \beta_2)$ であるような β_1 と β_2 に対して $B(\beta_1) \neq B(\beta_2)$, A も同様。

〔定義7〕 $M_e = (S_e, \Sigma_e, \Gamma_e, \delta_e, \pi_e, A_{0e})$, $\Sigma_e = \Sigma_1 \cup A$, $\Gamma_e = \Gamma_1 \cup B$ を分歧条件を満足する A, B に対して, $M_e(A, B) = (S_e, \Sigma'_e, \Gamma'_e, \delta'_e, \pi'_e, A_{0e})$ が以下の様に定義される。(i) $\Sigma'_e = \Sigma_1 \cup \{ \bigcup_{d \in A} A(d) \}$, $\Gamma'_e = \Gamma_1 \cup \{ \bigcup_{B \in B} B(B) \}$, (ii) $\forall \alpha_e \in S_e, \forall x_1 \in \Sigma_1, \forall d \in A$ に対して, $\delta'_e(\alpha_e, x_1, A(d)) \cong \delta_e(\alpha_e, x_1, d)$, $\pi'_e(\alpha_e, x_1, A(d)) \cong (\lambda_e^{(1)}(\alpha_e, x_1, d), B(\lambda_e^{(2)}(\alpha_e, x_1, d)))$. すなは $M_r(A, B)$ も同様に定義される。

〔定理5〕 $M_e \cdot M_r = M_e(A, B) \cdot M_r(A, B)$, ただし A, B は M_e, M_r

κ に対して分歧条件を満足する任意の信号の割当てである。

(証明略)

3.4 状態の両立性 (compatibility)

[定義 8] 2入出力オートマトン $M = (S, \Sigma, \Gamma, \delta, \lambda, s_0)$ の状態 s_i と s_j ($\in S$) は次の条件を満たすとき入力対系列集合 W に
対して等価 (W -等価) であるといい、 $s_i \equiv s_j$ で表わす。

$$M_{s_i} \equiv M_{s_j} \quad \text{すなはち } M_{s_i} = (S, \Sigma, \Gamma, \delta, \lambda, s_i), M_{s_j} = (S, \Sigma, \Gamma, \delta, \lambda, s_j)$$

すなはち M_{s_i} と M_{s_j} に適合する入力対系列の集合をそれぞれ Q_{s_i}, Q_{s_j}
としてとき、 $Q = Q_{s_i} \cap Q_{s_j}$ に對して $M_{s_i} \equiv M_{s_j}$ であるとき s_i と s_j
は両立するといい、 $s_i \approx s_j$ で表わす。

$\forall q \in Q$ に對し、その任意のプレフックスを q' として $q' \in Q$
であるから、長さ 0 の出力を許している 2入出力オートマ
トンにあって、一般のオートマトンと同様定理 6 が成り立つ。

[定理 6] 2入出力オートマトン M にあって、 $s_i \approx s_j$ で
あるための必要十分条件は $\delta(s_i, x_1, x_2)$ と $\delta(s_j, x_1, x_2)$ が共に定
義されているようなら $(x_1, x_2) \in \Sigma_1 \Sigma_2$ に對して、 $\delta(s_i, x_1, x_2) \approx \delta(s_j, x_1, x_2)$
かつ $\lambda(s_i, x_1, x_2) = \lambda(s_j, x_1, x_2)$ (証明略)

$M_e(A, B)$ ある 1 つは $M_r(A, B)$ の状態の両立性は、信号の割当
で A, B の与え方によらず、 \equiv である。 $M_e(A, B)$ ($M_r(A, B)$) の
条件付き両立性グラフは無向グラフ $G_c(M_e)$ ($G_c(M_r)$) で与え
られる。 $G_c(M_e)$ について述べると、 $G_c(M_e) = (S_e, L_e, R_e)$ で、 $(s_i,$

$l, l'_j \in R_c$ なら $M_c(A, B)$ の状態 α_i と α'_j は条件 l が満足されると
き両立することを示してある。条件は写像 A, B に関する条件
と、他の状態に対する両立性に関する条件より成る。ただし無条件
に両立する状態に対するラベル中が与えられる。

[定理 7] $G_c(M_c)$ の枝のラベル l は一般に $l = l_1 \vee l_2 \vee \dots \vee l_k$
で表わされ、 l_i ($1 \leq i \leq k$) は一般には以下の様な条件式となる。

$$(A_{e_1} \approx A'_{e_1}) \wedge \dots \wedge (A_{e_n} \approx A'_{e_n}) \wedge (d_1 = d'_1) \wedge \dots \wedge (d_b = d'_b) \wedge (\beta_i \neq \beta'_i) \\ \wedge \dots \wedge (\beta_c \neq \beta'_c) \wedge [(\beta_{c+1} \neq \beta'_{c+1}) \vee (A_{e_{c+1}} \approx A'_{e_{c+1}})] \wedge \dots \wedge \\ [(\beta_d \neq \beta'_d) \vee (A_{e_d} \approx A'_{e_d})] \quad (\text{証明略})$$

3.5 可観測性と出力記憶性

2入出力オートマトンを一方の入出力対から観測して場合、初期状態と現在までの入出力系列を知っても現在の状態を一意に知ることが一般には不可能であることを前節で述べた。ゆえに一方の入出力対からの可観測性を論じる場合、一般的のオートマトンと同様の可観測性は2入出力オートマトンの場合適当でない。そこで、状態集合の分割や被覆をあらかじめ与えて、その範囲内での可観測性を論じたい、あるいは今観測している入出力対に対する反対側の入出力対の入力の影響をできるだけ除いて論じるために、例えば M の入出力対 1 の可観測性の議論を、 M_c の入出力対 1 が可観測に行うよ

うで $M = M_L \cdot M_r$ なる分解が存在するかどうかという講論に置き換えてしまうことも考えられる。

以下に述べる可観測性は、状態集合の被覆を与える場合に相当している。すなはち以後系列処理のための関数 g_I, g_0, f_i ($i=1, 2$) を導入する。 g_I は出入力信号(対)系列より入力信号(対)系列を、 g_0 は出力信号(対)系列を抽出する。 f_i は入力信号(出力信号、出入力信号)対系列のオペ成分の系列を抽出する。

[定義 9] 2 入出力対オートマトン M が出力 T_i ($i=1, 2$) について長さ m 以上で可観測であるとは、

$$r = (x_{11}, x_{21})(y_{11}, y_{21}) \cdots (x_{1m}, x_{2m})(y_{1m}, y_{2m}) \quad (\lambda(A_0, g_I(r)) = g_0(r), \text{かつ} \\ y_{im} \neq \varepsilon, \quad m \geq m).$$

$$r' = (x'_{11}, x'_{21})(y'_{11}, y'_{21}) \cdots (x'_{1m}, x'_{2m})(y'_{1m}, y'_{2m}) \quad (\lambda(A_0, g_I(r')) = g_0(r'), \text{かつ} \\ y'_{im} \neq \varepsilon, \quad m \geq m).$$

として $r \neq r'$, $f_i(g_0(r)) = f_i(g_0(r')) \Rightarrow \delta(A_0, g_I(r)) = \delta(A_0, g_I(r'))$ が成り立つことをいう。長さ 1 以上で可観測のことを、単に可観測であるといふ。

定義 9 で M が T_i について可観測なら、初期状態より入出力対の出力信号を観測して、最後の出力信号を観測した時までの M の状態が一意に決ることを示している。そのあとは出力とで他の状態へ遷移する可能性があることに注意せねばならない。図 7 で示してある M_2 は T_1 について可観測である。左を

観測して時臭の状態は A_1 で、 y_1, y_2 を観測して時臭の状態は A_4 である。しかし y_1 を観測してあと (y_2 を観測するまで) の状態は A_1 か A_2 か A_3 のいずれかである。

ただし T_2 に属しては可観測でない。

[定義 10] 定義 9 と同様の仮定のもとで、 $\text{aut}_m(f_i(g_0(r))) = \text{aut}_m(f_i(g_0(r')))$

$\Rightarrow \delta(A_0, g_I(r)) = \delta(A_0, g_I(r'))$ ($m \geq l$) であるとし、 M は T_i によって長さ l の出力記憶であるという。ただし aut_m は系列の長さ m のサブシステムをとる関数。

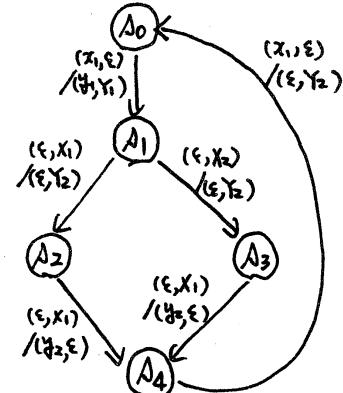
M が出力 T_i によって長さ l の出力記憶なら、 M は T_i によって長さ l 以上で可観測である。

M の出力 T_i によっての出力グラフは有向グラフで $G_{T_i}(M) = (S, T_i, R_{T_i})$ で表わされる。 $(\lambda, y, \alpha) \in R_{T_i}$ であるための必要十分条件は、

$$Y = \begin{cases} (x_{11}, x_{21})(y_{11}, y_{21}) \dots (x_{1m}, x_{2m})(y_{1m}, y_{2m}) & (m \geq 2, y_{ij} = \varepsilon \ (1 \leq j \leq m-1), y_{im} = \\ & y \neq \varepsilon) \text{ or} \\ (x_{11}, x_{21})(y_{11}, y_{21}) & (y_{11} = y \neq \varepsilon) \end{cases}$$

あるよう T_i で、 $\delta(A, g_I(r)) = \lambda'$ を満足するものが存在するとしてある。 $G_{T_i}(M)$ において A_0 より道の存在しない節臭を取り除いてグラフを新たに $G_{T_i}(M)$ とおく。

[定理 8] M が T_i によって可観測であるための必要十分条件

図 7 M_2

件は $G_{T_i}(M)$ の $\forall s \in S$ について, $\forall (s, y, s') \in R_{T_i}$, $\forall (s, y', s'') \in R_{T_i}$
 $(s' \neq s'')$ について $y \neq y'$ が成り立つことである。(証明略)

$M_e(A, B)$, $M_r(A, B)$ の出力記憶性が, 写像 A, B によって受け
 る影響を調べるために条件付ペアグラフは, M_e, M_r の出力
 グラフより構成される。 $G_A(M_e)$ より構成される条件付ペア
 グラフ $G_{PA}(M_e) = (K, L_{PA}, R_{PA})$ は有向グラフで, K は S_e の異存,
 長もの非順序付の集合で, L_{PA} は $d_i = d_j$ の形 ($d_i, d_j \in A$) の
 条件式の集合である。 $((s_{ii}, s_{jj}), d_1 = d_2, (s_{iz}, s_{jz})) \in R_{PA}$ である
 めの必要十分条件は $G_A(M_e)$ について, 以下の(i)(ii)のうち少なく
 とも 1 つが成り立つことである。

$$(i) (s_{ii}, d_1, s_{iz}) \in R_A \text{ かつ } (s_{ji}, d_2, s_{jz}) \in R_A$$

$$(ii) (s_{ji}, d_1, s_{iz}) \in R_A \text{ かつ } (s_{ii}, d_2, s_{jz}) \in R_A$$

$G_{PA}(M_e)$ を一般のペアグラフとみて場合, 枝のラベルはその
 枝が存在するため写像 A が満たさなければならぬ条件(例えば
 $d_1 = d_2 \Rightarrow A(d_1) = A(d_2)$)を示してある。逆ラベルの
 条件を満足しないよう A を選ぶことをその枝を切るという。

[定理 9] $M_e(A, B)$ が T_i について長さ $k+1$ の出力記憶である
 めの十分条件は, $M_e(A, B)$ が T_i について可観測かつ $G_{PA}(M_e)$
 について, 写像 A によって切られる枝をとり除いてと, 閉
 路が存在せず最長の道の長さが k 以下であることである。

(証明略)

[補題10] $GPA(M_\ell)$ において、 $(A_{11}, A_{21}) \cdots (A_{1m}, A_{2m}) ((A_{1m}, A_{2m}) = (A_{11}, A_{21}))$ の節点系列にす、て構成される閉路を切るための写像 A が満足しなければならぬ条件は一般に以下の様である。

$$(d_{11} \neq d'_{11} \wedge \cdots \wedge d_{1a_1} \neq d'_{1a_1}) \vee \cdots \vee (d_{1m} \neq d'_{1m} \wedge \cdots \wedge d_{m a_m} \neq d'_{m a_m})$$

例えば図 8 で示された $GPA(M_\ell)$ において

て、 $(A_1, A_2)(A_2, A_3)(A_1, A_3)(A_1, A_2)$ の閉路を切

るための条件式は $d_1 \neq d_2 \vee (d_1 \neq d_3 \wedge d_1 \neq d_4)$

$\vee d_2 \neq d_4$ である。

したが M_ℓ が強連結なら定理 9 の条件に必要十分条件である。

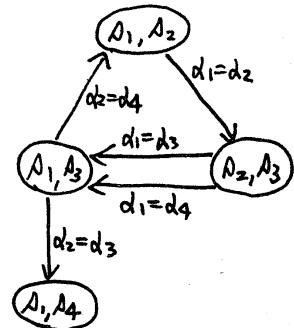


図 8 $GPA(M_\ell)$ の例

3.6 条件式の解法

以上から明瞭かのように信号アルファベット A と B についてのいくつかの条件式が得られる。この条件式を満足するよう A と B を求める方式の一例としてグラフ的に処理する手法を述べる。

条件式で基本にあるのは、 $d_1 = d_2$ も $\beta_1 = \beta_2$ の形の式であり、前者の形のものを不等式、後者の形のものを等式と呼ぶ。ここで不等式を重視し、仮定として、 A に関する $E_0(A), E_1(A_1), \dots, E_n(A)$ の $n+1$ 個の不等式集合が得られてとする。その意味は、

$E_0(A)$: 満足しなければならぬ不等式集合

$E_i(A) \sim E_m(A)$: $1 \leq^{\exists} j \leq m \wedge \forall i \text{ で } E_j(A) \text{ が満足されればよる不等式集合, たゞし } 1 \leq^{\forall} j \leq m \wedge \forall i \text{ で } E_0(A) \cap E_j(A) = \emptyset \text{ かつ任意の } 2 \text{ の集合の間に包含関係が成り立つ。}$

次に、 $n+1$ 個の不等式集合が得られる。

これらの不等式の間の関係を表わすグラフ $G(E_i(A))$ ($1 \leq i \leq n$), $G(E_j(B))$ ($1 \leq j \leq m$) を求める。 $G(E_i(A)) = (A, \emptyset, R_{E_i(A)})$ はラベルの無い無向グラフで, $d_1, d_2 \in A \wedge \text{ただし, } (d_1, d_2) \in R_{E_i(A)} \Leftrightarrow (d_1 \neq d_2) \in E_0(A) \cup E_i(A)$ を満足する。 $G(E_j(B))$ も同様。

$n+1$ 個の A に関する不等式集合を解くことは、グラフ上で考えると、以下の条件を満足する A の分割 $\Pi_A = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n\}$ を求めることがである。このような分割は一般に一意ではない。

$\forall \pi_j \in \Pi_A \wedge \text{対して, } \forall d_1, \forall d_2 \in \pi_j, (d_1, d_2) \in R_{E_i(A)}$ であるようす $G(E_i(A))$ ($1 \leq i \leq n$) が存在する。

4. ハニカム - 1 設計手順

[ステップ 1] 2 入出力オートマトニクス M (図 4(a)) を基本分解して M_L^1, M_Y^1 を得る (図 4(b))。

[ステップ 2] M_L^1 と M_Y^1 より条件付き両立性グラフを求め信号の割当に無関係な状態の両立性のみを採用して簡単化し, M_L^2 と M_Y^2 を得る。

[ステップ③] M_L^2 と M_r^2 の分歧条件を求める。

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_{ii} \neq \alpha_{jj}, \dots, \alpha_{ia} \neq \alpha_{ja} \\ \beta_{ki} \neq \beta_{kj}, \dots, \beta_{ka} \neq \beta_{ja} \end{array} \right\} \quad (1) \text{式}$$

[ステップ④] M_L^2 と M_r^2 の条件付き両立性グラフを求め、並く付けられた条件式(定理7の形)をすべて求め(2)式とする。

[ステップ⑤] M_L^1 , M_r^1 がえられる A, B に関する可観測性のための条件(定理8)を求め(3)式とする(1)式と同様)。

[ステップ⑥] M_L^1 と M_r^1 の条件付きペアグラフを求め閉路が切れるための条件式をすべての閉路について求め(4)式とする。

[ステップ⑦] (1), (3), (4)式より $\{E_j(A)\}$ と $\{E_j(B)\}$ を求める。
(1), (3) の不等式は $E_0(A)$ あるいは $E_0(B)$ に含まれ、(4)式より $\{E_j(A)\}$, $\{E_j(B)\}$ ($j \neq 0$) が構成される。

[ステップ⑧] ステップ⑦で求まつた不等式集合を解く(3.6 参照)。解は一般に複数個存在するので、 Π_A と Π_B のブローランク数を最少にするこ(信号数最少)と評価関数とし、さうに解が一意であるときは、(2)式をできるだけ満足するよう(両立する状態ができるほど多くするよう)解を選び。

[ステップ⑨] ステップ⑧で得られた A と B の分割の名づけ、同じ信号を割り当てるよう方写像 A と B を求め、 $M_L^2(A, B)$, $M_r^2(A, B)$ を簡単化し M_L と M_r を得る。

手順を適用するに当って以下の注意が必要である。

- (1) 出力記憶性す M_e, M_r かつてでなく、より状態数多く
 $\rightarrow M'_e$ と M'_r かつて実現されてる。中間に状態観測は簡
 単化される以前のオートマトンを想定して行われる。
- (2) 出力記憶実現に当っては、 $M'_e (M'_r)$ の状態を増やして、
 より少い信号数で実現する手法も考えられる。

[定理11] 上記手順を適用して得られる M_e, M_r は $M \cong M_e \cdot M_r$ を満足する。ただし Q は M に適合する入力対系列集合。
 (証明略)

5. 手順の適用例

1つのケーススタディとして
 前節の手順が LABOLINK の一部
 を構成する PDP II/a0 と HITAC 8350
 の結合についてのようく適
 用されてかを述べる。
 M として、図9の遷移
 図が与えられてとする。
 その動作の意味を図10
 に示す。入出力対1側
 の計算機 (HITAC) から

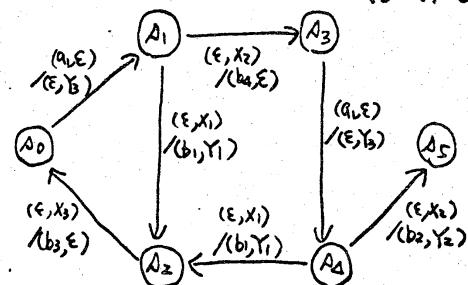


図9 M の状態遷移図

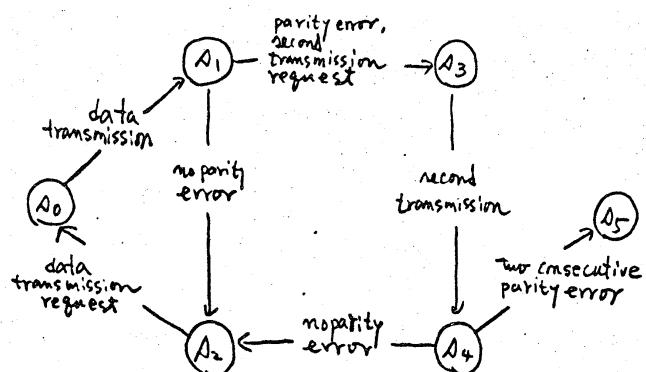
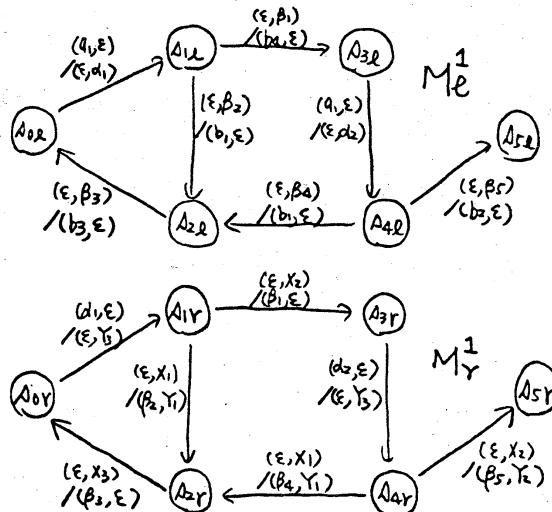
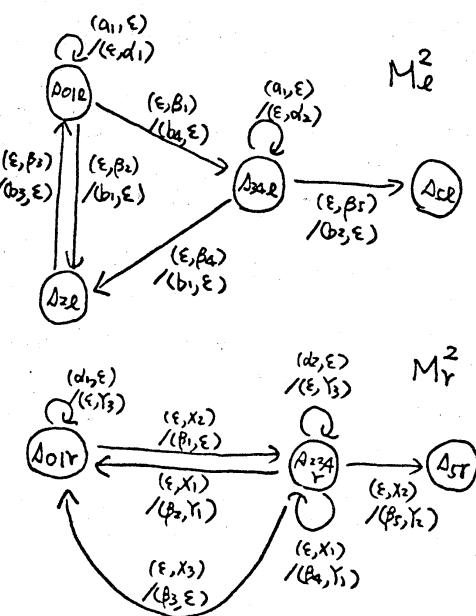


図10 M の動作

入出力対2側の計算機 (PDP) にデータを転送する部分で、パ
 リティエラーの無い場合の正常な状態遷移の系列集合 (A_0, A_1, A_2)*

図11 M_e^1 と M_r^1 図12 M_e^2 と M_r^2

K 属す。パリティ エラーの場合

は再送し、解消すれば正常系列 K もどる。

[ステップ^{°1}] $A = \{d_1, d_2\}$, $B = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5\}$ を導入して、 M を M_e^1 と M_r^1 に分解する(図11)。この場合合併可能な状態対は存在しないか、 K 。

[ステップ^{°2}] 信号の割当に無関係な状態の両立性を利用して、 M_e^1 と M_r^1 を簡単化して M_e^2 と M_r^2 を得る(図12)。

[ステップ^{°3}] 分岐条件は、 M_e^2 の A_{01e} と A_{34e} に注目して次式を得る。 M_r^2 については条件式は無く。

$$\beta_1 \neq \beta_2, \quad \beta_4 \neq \beta_5 \quad (4)$$

[ステップ^{°4}] M_e^2 について図13に示す条件付き両立性グラフが得られ、以下の条件式を得る。

$$\beta_3 \neq \beta_1 \wedge \beta_3 \neq \beta_2 \quad (5)$$

$$\beta_3 \neq \beta_4 \wedge \beta_3 \neq \beta_5$$

$M_Y^2 K \rightarrow \rightarrow$ では両立不可能な状態
は無い。

[ステップ 5] M_Y^1 の可観測
のための条件式は(4)式と等しい。

[ステップ 6] $G_{PB}(M_Y^1)$ (図
14) と $G_{PB}(M_Y^2)$ (図15) を求め,
2つの閉路を切るため K , 以
下の条件式を得る。

$$\beta_2 \neq \beta_3 \quad (6)$$

$$\beta_1 \neq \beta_3 \vee \beta_3 \neq \beta_4 \vee \beta_1 \neq \beta_4$$

[ステップ 7]

$$E_0(B) = \{\beta_1 \neq \beta_2, \beta_4 \neq \beta_5, \beta_2 \neq \beta_3\}$$

$$E_1(B) = \{\beta_1 \neq \beta_3\}$$

$$E_2(B) = \{\beta_3 \neq \beta_4\}$$

$$E_3(B) = \{\beta_1 \neq \beta_4\}$$

[ステップ 8] $G(E_3(B))$ を
図16に示す。プローブ数2の
分割（最小プローブ数2）が可
能である。ただし(5)式に満足

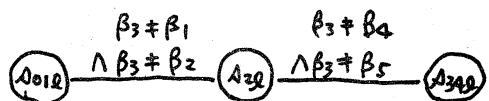


図13 $G_C(M_Y^2)$

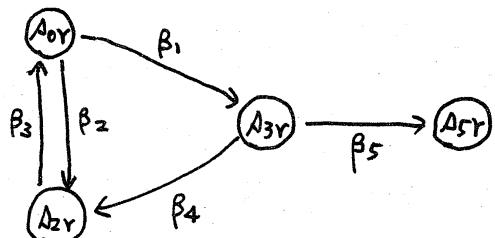


図14 $G_B(M_Y^1)$

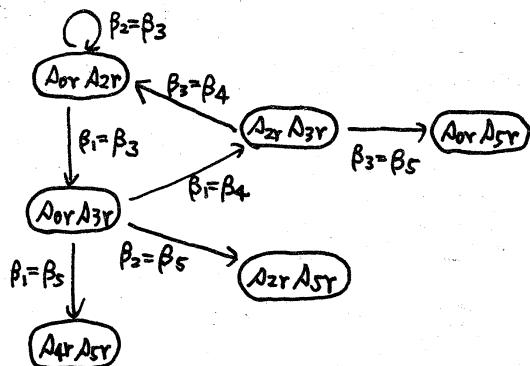


図15 $G_B(M_Y^2)$

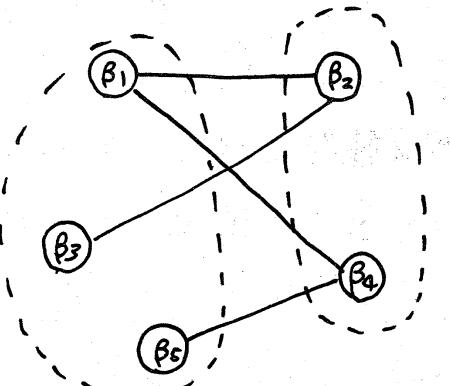


図16 $G(E_3(B))$

できることが分かる。

[ステップ9] $\beta_1 = \beta_3 = \beta_5$ (β_1 とおく), $\beta_2 = \beta_4$ (β_2 とおく) の割当を行へ, M_L と M_R を得る(遷移図は図12とはほぼ同様である)。

M_L 側より M_R を観測する場合, M_R の状態遷移図としては簡単化する以前の遷移図(つまり M'_R に上記割当を適用したもの)を想定することにする。長さ3の出力記憶によってあり, 例えび, $\beta_2 = \beta_1, \beta_3$ を観測して時刻の M_R の状態は A_{2r} であることが分かり, 次には β_1 が入力されることを予想することができる。

6. あとがき

著者たちは HITAC と PDP の結合のためのイニタフェースの設計とオートマトン理論(入出力対オートマトンモデル)を応用し, 新しい考え方によるイニタフェースを設計製作し動作させた。製作されたイニタフェースは通信路の制御信号が2種類のみで, さうに一方のイニタフェースの一部を長さ3の出力記憶にして, 他方のイニタフェースの3段のシフトレジスタに出力を記憶させておいて状態観測を可能とし, 誤り検出に利用できた。まだまだ改良すべき点もあるが, イニタフェースの設計手順を入出力対オートマトンの上で厳密な形で議論することによつて, オートマトン理論を実際のシ

システムの設計開発に直接応用できることを示すことがでうた。

本論文はその性質上、エ入出力対オートマトンの理論的解析については、イニタフェース設計に直接関係のある部分についてのみ述べた。本文中でも多少触れたようにエ入出力対オートマトンだけの他にも理論的に興味深い問題が多くあり、そのような問題の解析も重要である。応用面についても自動遷移を許したモデルによる設計手順、ハードウェア主体のプロセス同期理論、イニタフェースの検査法、エ入出力対オートマトンのマクロプロセッサによる実現等今後にこれでいる問題も多い。

最近データ転送手順等ですぐれた標準方式が発表されている。特に大規模システムの場合、これらの標準方式の採用が重要になるとと思われるが、その場合でもハードウェアイニタフェースの役割は重要であり、エ入出力対オートマトンを用いて組織的設計解析を行うことは有用であると考えられる。

参考文献

- (1) 上林、岩間、矢島、"エ入出力対オートマトンとの計算機結合イニタフェース設計への応用",信学会オートマトンと言語研資, AL74-32, 1974年11月.
- (2) 岩間、上林、矢島、"エ入出力対オートマトンによる7°

ロセスの同期," 信学会オートマトンと言語研資 , AL'75-
70, 1976年1月.

- (3) S.Yajima, Y.Kambayashi, S.Yoshida, K.Iwama,"New Interfaces for Computer Communication," the Proceedings of PACNET Symposium, Sendai, Japan, Aug.1975.
- (4) S.Yajima, Y.Kambayashi, S.Yoshida, K.Iwama,"Optically Linked Laboratory Computer Network LABOLINK," the Proceedings of 10th Hawaii International Conference on System Sciences, Honolulu, Hawaii, Jan.1977.
- (5) R.M.Karp and R.E.Miller,"Parallel Program Schemata," JCSS , vol.3, No.2, May 1969.
- (6) R.M.Keller,"Formal Verification of Parallel Programs," CACM, vol.19, No.7, July 1976.
- (7) G.V.Bochmann and J.Gecsei,"A Unified Method for the Specification and Verification of Protocols," Publication # 27, Department of Information, University of Montreal, Nov.1976.
- (8) G.V.Bochmann,"Logical Verification and Implementation of Protocols," Proceedings of 4th Data Communication Symposium, 1975.
- (9) Y.Masunaga,"A Probabilistic Automaton Model of the NRM, HDX HDLC Procedure," (to be submitted to Computer Networks) .
- (10) 森, 谷口, 藤井, 嵩, "半二重通信制御オートマトン," 信学会オートマトンと言語研資 , AL'75-14, 1975年6月.
- (11) 荒木, 谷口, 郡倉, 嵩, 森, "コニカレント系における

検証およびパラメータ選定問題,"信学会オートマトンと
言語研資, AL76-68, 1977年1月.

- (12) 嵩, 荒木, "Petri Net の Reachability に関する二, 三の
問題,"信学会オートマトンと言語研資, AL75-12, 1975
年6月.
- (13) M.Hack, "Decision Problems for Petri Nets and Vector Addition
Systems," MAC TM-59, March 1975.
- (14) A.D.Friedman, "Feedback in Synchronous Sequential Switching
Circuits," IEEE Trans.Comp., vol. EC-15, No. 3, 1966.