数理解析研究所講究録
第 325 巻 1978 年 93-95

素数位数の自己同型を持つ群について

阪大理　松山広

以下，有限群 G とその自己同型 φ を，次の *Hypothesis* を満たすものとする。

Hypothesis

$$\begin{cases} G \text{ は有限群},\ \varphi \in \mathrm{Aut}(G),\ |\varphi| = r : \text{a prime}, \\ (r, |G|) = 1,\ C_G(\varphi) : \pi\text{-group} \end{cases}$$

Conjecture A.

$$O^{\pi}(G/O_{\pi}(G)) = \overline{N} \times \overline{E}_1 \times \cdots \times \overline{E}_n \text{ となるか？}$$

但し $\overline{N}$ は φ-不変な nilpotent π-group

$\overline{E}_i$ は φ-不変な simple group $(i=1, \cdots, n)$

Definition I

1) φ が $(*)$ を満たす $\Leftrightarrow$ イ) Sylow 2-subgroups of $C_G(\varphi)$ は abelian

or ロ) $r \neq$ Fermat prime

or ハ) Sylow q-subgroup of G は abelian, $q \equiv 1\ (r)$

ii) σ : a set of primes

ϕ が U_σ-automorphism

$\Leftrightarrow$ $^\forall q \in \sigma$ に対して, G の ϕ-inv Sylow q-subgroup は unique に存在する。

N.B)

ϕ が U_π-auto であるか, 又は G が可解のとき $G/F_\pi(G)$ は π-group である。

Proposition 2.

G は可解とする. さらに, ϕ が $(*)$ を満たすか, 又は ϕ が U_π-automorphism とする。このとき, $O^\pi(G/U_\pi(G))$ は nilpotent な π'-group となる。

Conjecture B

$M = O^q(G) \subsetneq G$, $q \notin \pi$, M は simple group かつ π-group ではないとする。このとき, $G = C_q(G) \times M$ か?

Proposition 3.

ϕ が $(*)$ を満たすものとする。このとき, G において, Conj. A が成立することと, Conj. B が成立することは, 同値である。

Proposition 4.

$O^q(G) = M$; q'-group. Qをϕ-不変なSylow q-subgroup of Gとする。さらに，Gはϕ-不変なHall π-subgroupを持つか，又は $C_M(Q\langle\phi\rangle) = 1$ とする。

このとき，Conj. Bの結果が(G)で成立する。