数理解析研究所講究録
第416巻 1981年 30-41

単純代数群の概均質ベクトル空間の分類

筑波大数学系　木村達雄

連結線型代数群Gの有限次元有理表現$\rho: G\to GL(V)$が Zariski-稠密なorbit をもつとき(G,ρ,V)を概均質ベクトル空間(prehomogeneous vector space)という。但しすべて複素数体$\mathbb{C}$上で定義されているとする。群Gが reductive ならば，$G=GL(1)^s\times G_1\times\cdots\times G_k$ $(s\leq \ell)$, $\rho=\rho_1\oplus\cdots\oplus\rho_\ell$, $V=V_1\oplus\cdots\oplus V_\ell$，と仮定してよい。但し$\rho_j: G\to GL(V_j)$ $(j=1,\cdots,\ell)$はGの既約表現である。ρが既約，即ち$\ell=1$の場合の分類は既に完成している(佐藤幹夫-木村達雄[1])。ここでは$k=1$の場合($\ell\geq 2$としてよい)の分類を行なう。完全に述べると長くなるので，やり方の説明と例をあげ，結果と相対不変式についてのみ完全に記述する。詳しくは(木村[2])を参照して下さい。

§1. 分類の方針といくつかの例

まず$G=GL(1)^\ell\times G_1$, $V=V_1\oplus\cdots\oplus V_\ell$, $G_1=$単純群，の場合をやれば，$G=GL(1)^s\times G_1$ $(s\leq\ell)$の場合は，それらのうちから選ぶの

は簡単である。G_1のリー環$\mathfrak{g}_1$が$A_n, B_n, C_n, D_n, G_2, F_4, E_6, E_7, E_8$の場合にわけて各々調べればよい。原理は，$(G, \rho, V)$概均質 $\Leftrightarrow \exists x \in V$ s.t. $\dim G_x = \dim G - \dim V$，但し$G_x = \{g \in G\,;\, \rho(g)x = x\}$より，特に$(G, \rho, V)$概均質 $\Rightarrow \dim G \geqq \dim V$，に注目して，まず$\dim G \geqq \dim V$となる三つ組$(G, \rho, V)$を求め，その各々について概均質性をcheckする方法をとる。とくに(G, ρ, V)概均質 $\Rightarrow$ (G, ρ_i, V_i) $(i=1, \cdots, l)$ 既約概均質ベクトル空間，ゆえ(G, ρ_i, V_i)は[1]で得られた既約概均質ベクトル空間の表に表われる。得られた各々の空間の概均質性の証明はそれぞれ工夫がいる。例えば，次の2つの空間の概均質性を調べてみよう。

(1) $(GL(1)^3 \times SL(6),\ 目 \oplus \square \oplus \square^*,\ V(20) \oplus V(6) \oplus V(6)^*)$

(2) $(GL(1)^2 \times Spin(12)$, 偶半スピン表現$\oplus$奇半スピン表現, $V_e(32) \oplus V_o(32))$

Proposition (1)は概均質ではない。

証明) $(GL(1) \times SL(6), 目, V(20))$ の *generic isotropy subalgebra* は $\left\{ \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix} ; A, B \in \mathfrak{sl}(3) \right\}$ である([1])から(1)の概均質性は$G = GL(1)^2 \times (SL(3) \times SL(3)) \ni g = (\alpha, \beta\,;\, A, B)$，$V = \{X = (x, x', y, y') \in (\mathbb{C}^3)^4\}$，$\rho(g)X = (\alpha A x, \alpha B x', \beta\, {}^t A^{-1} y, \beta\, {}^t B^{-1} y')$で与えられる$(G, \rho, V)$の概均質性に帰着するが，$f(X) = \dfrac{\langle x, y \rangle}{\langle x', y' \rangle}$はその絶対不変式で(勿論定数でないから)あるから$(G, \rho, V)$は概均質ではあり得ない。実際もし概均質ならば，絶対不変式は*Zariski-dense orbit*上で定数，従って全体でも定数とな

るからである（証明終）

Proposition　(2)も概均質ではない。

証明）（$GL(1)\times Spin(12)$, 偶半スピン表現, $V_e(32)$）の generic isotropy subgroup は $SL(6)$ である。これを $Spin(12)$ の奇半スピン表現に制限してみると，weightの分解から，$SL(6)$の表現空間として $V_o(32)$ は $V_o(32)=V(20)\oplus V(6)\oplus V^*(6)$, 目$\oplus\square\oplus\square^*$ と分解する事がわかる。よって(2)の概均質性と（$GL(1)\times SL(6)$, 目$\oplus\square\oplus\square^*$, $V(20)\oplus V(6)\oplus V^*(6)$）の概均質性は同値であるが，より大きな群の作用による(1)ですら概均質でないのだから，これは概均質ではない（証明終）

このような調子で調べていくのであるが，長くなるので略し次に結果のみを記そう。

§2. $\boxed{\text{単純代数群の（既約でない）概均質ベクトル空間とその相対不変式の表}}$

$G \underset{\rho}{/} H$ は (G,ρ,V) の generic isotropy subgroup が H と局所同型な事を表わす。N は独立な相対不変式の個数，$f_1,\cdots,f_N$ は相対不変式の既約多項式からなる free base，$f_1,\cdots,f_N$ を具体的に与える必要があるとき，V を具体的に書き，また action ρ もそれに応じて記す事もある。

$GL(1)^{\ell}\times G_1$, $V=V_1\oplus\cdots\oplus V_{\ell}$ のとき，ρ に $GL(1)^{\ell}$ の action を記さ

ないが，$GL(1)^{\ell}$ は V の各既約成分の scalar倍として作用する。$s \neq \ell$ なる $GL(1)^{s}$ でも概均質になる場合には，そうなる最小の s について G_{ρ}/H を記す。この場合の $GL(1)^{s}$ の scalar倍の action は ■ で記す事にしよう。

(I) <u>正則概均質ベクトル空間</u>（regular P.V. 即ち Hessian $f = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}\right) \neq 0$ となる相対不変式 f の存在する空間）

(1) $\begin{array}{c} GL(1)^2 \times SL(n) \\ \square \oplus \square^* \end{array} \Big/ GL(1)\times SL(n-1) \quad \left(\begin{array}{c} GL(1)\times SL(n) \\ \blacksquare \otimes (\square \oplus \square^*) \end{array} \Big/ SL(n-1) \right)$

$N=1$, $f_1(\tilde{x}) = \langle x, y \rangle$ for $\tilde{x} = (x, y) \in V(n) \oplus V^*(n)$.

(2) $\begin{array}{c} GL(1)^n \times SL(n) \\ \underbrace{\square \oplus \cdots \oplus \square}_{n} \end{array} \Big/ GL(1)^{n-1} \quad \left(\begin{array}{c} GL(1)\times SL(n) \\ \blacksquare \otimes (\underbrace{\square \oplus \cdots \oplus \square}_{n}) \end{array} \Big/ 1 \right)$

$N=1$, $f_1(X) = \det X$ for $X \in V = M(n)$（$= n\times n$ 行列全体）

(3) $\begin{array}{c} GL(1)^{n+1} \times SL(n) \\ \underbrace{\square \oplus \cdots \oplus \square}_{n+1} \end{array} \Big/ 1$,　$N = n+1$,

$f_k(X) = \det(x_1, \cdots, \check{x}_k, \cdots, x_{n+1})$ for $k = 1, \cdots, n+1$ for $X = (x_1, \cdots, x_{n+1}) \in M(n, n+1)$

(4) $\begin{array}{c} GL(1)^3 \times SL(2m) \\ 日 \oplus \square \oplus \square \end{array} \Big/ GL(1)\times Sp(m-1) \quad \left(\begin{array}{c} GL(1)^2\times SL(2m) \\ \blacksquare \otimes 日 \oplus (\blacksquare \otimes (\square \oplus \square)) \end{array} \Big/ Sp(m-1) \right)$

$N=2$, $f_1(\tilde{x}) = Pf(X)$（$= X$ の Pfaffian），$f_2(\tilde{x}) = {}^t y\, \Delta(X) \cdot z$

($\Delta(X)$ は X の余因子行列) for $\hat{x}=(X;y,z)\in V=$ $\{(X;y,z);\ {}^tX=-X\in M(2m),\ y,z\in\mathbb{C}^{2m}\}$, $\rho(g)\hat{x}=(\alpha AX{}^tA;\ \beta Ay,\ \gamma Az)$ for $g=(\alpha,\beta,\gamma;A)\in GL(1)^3\times SL(2m)$.

(5) $$\begin{array}{c}GL(1)^3\times SL(2m)\\ 日\oplus\square\oplus\square^*\end{array}\Big/GL(1)\times Sp(m-1)\ \left(\begin{array}{c}GL(1)^2\times SL(2m)\\ (\blacksquare\otimes 日)\oplus(\blacksquare\otimes(\square\oplus\square^*))\end{array}\Big/Sp(m-1)\right)$$

$N=2$, $f_1(\hat{x})=\mathrm{Pf}(X)$, $f_2(\hat{x})=\langle y,z\rangle$ for $\hat{x}=(X;y,z)\in V=$ $\{(X;y,z);\ {}^tX=-X\in M(2m),\ y,z\in\mathbb{C}^{2m}\}$, $\rho(g)\hat{x}=(\alpha AX{}^tA;\ \beta Ay,\ \gamma\,{}^tA^{-1}z)$ for $g=(\alpha,\beta,\gamma;A)\in GL(1)^3\times SL(2m)$, $\hat{x}\in V$.

(6) $$\begin{array}{c}GL(1)^3\times SL(2m)\\ 日\oplus\square^*\oplus\square^*\end{array}\Big/GL(1)\times Sp(m-1)\ \left(\begin{array}{c}GL(1)^2\times SL(2m)\\ (\blacksquare\otimes 日)\oplus(\blacksquare\otimes(\square\oplus\square^*))\end{array}\Big/Sp(m-1)\right)$$

$N=2$, $f_1(\hat{x})=\mathrm{Pf}(X)$, $f_2(\hat{x})={}^tyXz$ for $\hat{x}=(X;y,z)\in V=$ $\{(X;y,z);\ {}^tX=-X\in M(2m),\ y,z\in\mathbb{C}^{2m}\}$, $\rho(g)\hat{x}=(\alpha AX{}^tA,\ \beta\,{}^tA^{-1}y,\ \gamma\,{}^tA^{-1}z)$ for $g=(\alpha,\beta,\gamma;A)\in GL(1)^3\times SL(2m)$.

(7) $$\begin{array}{c}GL(1)^2\times SL(2m+1)\\ 日\oplus\square\end{array}\Big/GL(1)\times Sp(m)\ \left(\begin{array}{c}GL(1)\times SL(2m+1)\\ \blacksquare\otimes(日\oplus\square)\end{array}\Big/Sp(m)\right)$$

$N=1$, $f_1(\hat{x})=\mathrm{Pf}(\hat{x})$, $\hat{x}\in V=\left\{\hat{x}=\left[\begin{array}{c|c}X&y\\ \hline -{}^ty&0\end{array}\right];\ {}^tX=-X\right.$ $\left.\in M(2m+1),\ y\in\mathbb{C}^{2m+1}\right\}$, $$\rho(g)\hat{x}=\left[\begin{array}{c|c}\sqrt{\alpha}A&0\\ \hline 0&\frac{\beta}{\sqrt{\alpha}}\end{array}\right]\hat{x}\,{}^t\left[\begin{array}{c|c}\sqrt{\alpha}A&0\\ \hline 0&\frac{\beta}{\sqrt{\alpha}}\end{array}\right]=\left[\begin{array}{c|c}\alpha AX{}^tA&\beta Ay\\ \hline -\beta\,{}^ty{}^tA&0\end{array}\right]$$

for $g=(\alpha,\beta;A)\in GL(1)^2\times SL(2m+1)$

(8) $\quad \underset{\boxminus \oplus \square \oplus \square \oplus \square}{GL(1)^4 \times SL(2m+1)} \Big/ Sp(m-1)$

$N=4,\ f_1(\tilde{x}) = \mathrm{Pf}\left[\begin{array}{c|c} X & y \\ \hline -{}^t y & 0 \end{array}\right],\ f_2(\tilde{x}) = \mathrm{Pf}\left[\begin{array}{c|c} X & z \\ \hline -{}^t z & 0 \end{array}\right],\ f_3(\tilde{x}) = \mathrm{Pf}\left[\begin{array}{c|c} X & w \\ \hline -{}^t w & 0 \end{array}\right]$

$f_4(\tilde{x}) = \mathrm{Pf}\left[\begin{array}{c|c} X & y\,z\,w \\ \hline -{}^t(y\,z\,w) & 0 \end{array}\right]$ for $\tilde{x} \in V = \{\tilde{x} = (X\,;\,y, z, w)\,;$

${}^tX = -X \in M(2m+1),\ y, z, w \in \mathbb{C}^{2m+1}\},\ \rho(g)\tilde{x} = (\alpha AX{}^tA\,;\,\beta Ay, \gamma Az, \delta Aw)$

for $g = (\alpha, \beta, \gamma, \delta\,;\,A) \in GL(1)^4 \times SL(2m+1)$.

(9) $\quad \underset{\boxminus \oplus \square \oplus \square^* \oplus \square^*}{GL(1)^4 \times SL(2m+1)} \Big/ Sp(m-1)$

$N=4,\ f_1(\tilde{x}) = \mathrm{Pf}\left[\begin{array}{c|c} X & y \\ \hline -{}^t y & 0 \end{array}\right],\ f_2(\tilde{x}) = \langle y, z\rangle,\ f_3(\tilde{x}) = \langle y, w\rangle,$

$f_4(\tilde{x}) = {}^tzXw$ for $\tilde{x} = (X\,;\,y, z, w) \in V,\ \rho(g)\tilde{x} = (\alpha AX{}^tA\,;\,\beta Ay, \gamma{}^tA^{-1}z, \delta{}^tA^{-1}w)$.

(10) $\quad \underset{\square\!\square \oplus \square}{GL(1)^2 \times SL(n)} \Big/ O(n-1)$

$N=2,\ \rho(g)\tilde{x} = (\alpha AX{}^tA\,;\,\beta Ay)$ for $g = (\alpha, \beta\,;\,A) \in GL(1)^2 \times SL(n)$,

$\tilde{x} \in V = \{\tilde{x} = (X\,;\,y)\,;\,{}^tX = X \in M(n),\ y \in \mathbb{C}^n\},\quad f_1(\tilde{x}) = \det X,$

$f_2(\tilde{x}) = {}^ty \cdot \Delta(X) \cdot y$，但し $\Delta(X)$ は X の余因子行列.

(11) $\quad \underset{\square\!\square \oplus \square^*}{GL(1)^2 \times SL(n)} \Big/ O(n-1)$

$N=2,\ f_1(\tilde{x}) = \det X,\ f_2(\tilde{x}) = {}^tyXy$ for $\tilde{x} \in V = \{(X, y)\,;\,X = {}^tX \in M(n),\ y \in \mathbb{C}^n\},\ \rho(g)\tilde{x} = (\alpha AX{}^tA,\ \beta{}^tA^{-1}y)$ for $g = (\alpha, \beta\,;\,A) \in GL(1)^2 \times SL(n)$.

(12) $GL(1)^2 \times SL(7) \Big/ SL(3)$
$\quad$ 目 $\oplus$ □

$N=2$, $V = \{ \hat{x} = (x, y) ;\ x = \sum_{1 \le i < j < k \le 7} x_{ijk} u_i \wedge u_j \wedge u_k \in \overset{3}{\wedge} \mathbb{C}^7,\ y \in \mathbb{C}^7 \}$

$\rho(g)\hat{x} = (\alpha \rho_3(A) x, \beta A y)$, $\rho_3(A) x = \sum x_{ijk} (Au_i) \wedge (Au_j) \wedge (Au_k)$ for $g = (\alpha, \beta ; A) \in GL(1)^2 \times SL(7)$. $x = \sum_{i=1}^{7} y_i \frac{\partial x}{\partial u_i}$ とおき 7×7 行列 $\varphi(x)$ と $\varphi^*(x)$ を次の様に定める。$\varphi(x) = (\varphi_{ij}(x))$, 但し $\varphi_{ij}(x)$ は $x \wedge x \wedge x = \left(\sum_{i,j} \varphi_{ij}(x) y_i y_j \right) \omega$ ($\omega = u_1 \wedge \cdots \wedge u_7$) で定める。$\varphi^*(x) = (\varphi^*_{ij}(x))$, $\varphi^*_{ij}(x) = \sum_{s,t} f^{s}_{it}(x) f^{t}_{sj}(x)$, $x \wedge x = \sum_{s,i,t} f^{s}_{it}(x) y_s v_{it}$ 但し $v_{it} \wedge u_i \wedge u_t = \omega$。然らば $\varphi(\rho_3(A)x) = A \varphi(x)\, {}^tA$, $\varphi^*(\rho_3(A)x) = {}^tA^{-1} \varphi^*(x) A^{-1}$ for $A \in SL(7)$ が成立つ([3]を参照), このとき

$f_1(\hat{x}) = \mathrm{tr}\, \varphi(x) \varphi^*(x)$, $f_2(\hat{x}) = {}^t y \cdot \varphi^*(x) y$.

(13) $GL(1)^2 \times SL(7) \Big/ SL(3)$
$\quad$ 目 $\oplus$ □*

$N=2$. $\rho(g)\hat{x} = (\alpha \rho_3(A) x, \beta \cdot {}^tA^{-1} y)$ ゆえ $f_1(\hat{x}) = \mathrm{tr}\, \varphi(x) \varphi^*(x)$,
$f_2(\hat{x}) = {}^t y \cdot \varphi(x) \cdot y$.

(14) $GL(1)^2 \times Spin(8) \Big/ (G_2)$
$\quad$ ベクトル表現 $\oplus$ 半スピン表現

$N=2$. $Spin(8) \xleftrightarrow[\text{(偶,奇) 半スピン表現}]{\text{ベクトル表現}} SO(8)$ ゆえ 相対不変式は

2つの2次式. $f_1(\hat{x}) = q_1(x)$, $f_2(\hat{x}) = q_2(y)$, $\hat{x} = (x, y) \in V(8) \oplus V(8)$

(注) Spin(8) の 3つ の 表現,(ベクトル表現,偶半スピン表現,奇半スピン表現)のどの相異なる 2つの組合せも (14) と(概均質ベクトル空間として)同型になる。

(15) $\left. \underset{\text{ベクトル表現} \oplus \text{スピン表現}}{GL(1)^2 \times Spin(7)} \middle/ SL(3) \right.$

$N=2$, $Spin(7) \xrightarrow[\text{ベクトル表現}]{} SO(7)$, $Spin(7) \xrightarrow[\text{スピン表現}]{} SO(8)$, ゆえ相対不変式は 7変数, 8変数の二次式である。

(16) $\left. \underset{\text{偶半スピン表現} \oplus \text{偶半スピン表現}}{GL(1)^2 \times Spin(10)} \middle/ GL(1) \times (G_2) \right.$

$N=1$. 偶半スピン x は $x = x_0 + \sum_{1 \le i < j \le 5} x_{ij} e_i e_j + \sum_k x_k^* e_k^*$,

$e_k e_k^* = e_1 \cdots e_5$ と表わせる([1]をみよ). $X = (x_{ij})$ をこれから得られる 5×5 歪対称行列, X_i を $(-1)^i X$ から i 行 i 列を除いて得られる 4×4 歪対称行列。一般に 4×4 歪対称行列 $y = (y_{ij})$ に対し $Pf(y) = y_{12}y_{34} - y_{13}y_{24} + y_{14}y_{23}$ とおく(即ち Pfaffian)。偶半スピン表現空間 $V(16)$ 上に次の 10ヶ の 2次形式 $Q_i(x)$ ($i = 1, \cdots, 10$) を定義する。 $Q_i(x) = \sum_{j=1}^{5} x_{ij} x_j^*$, $Q_{i+5}(x) = x_0 x_i^* + Pf(X_i)$ ($i = 1, \cdots, 5$)。更に $B_i(x, y) = Q_i(x+y) - Q_i(x) - Q_i(y)$ とおく。然らば

$f_1(\tilde{x}) = \sum_{i=1}^{5} B_i(x, y) B_{i+5}(x, y)$ となる。

$\left(\left. \underset{[redacted]\text{の}(\text{偶半スピン} \oplus \text{偶半スピン})}{GL(1) \times Spin(10)} \middle/ (G_2) \right. \right)$

(17) $\quad GL(1)^2 \times Spin(10)$ ベクトル表現⊕半スピン表現 $/ Spin(7)$

$N=2$, $f_1(\hat{x}) = q(x)$ (=10変数2次形式), $f_2(\hat{x}) = \langle x, Q(y) \rangle$

但し $Q(y) = {}^t(Q_1(y), \cdots, Q_{10}(y))$ for $\hat{x} = (x, y) \in V(10) \oplus V(16)$.

(単に半スピン表現と記した場合は，偶でも奇でもどちらでもよい，即ち同型になる，事を示している)

(18) $\quad GL(1)^2 \times Spin(12)$ ベクトル表現⊕半スピン表現 $/ SL(5)$

$N=2$, 相対不変式は12変数2次式，32変数4次式である。

(19) $\quad GL(1)^2 \times Sp(n)$ $\square \oplus \square$ $/ GL(1) \times Sp(n-1)$ $\left(GL(1) \times Sp(n) \ \blacksquare \otimes (\square \oplus \square) / Sp(n-1) \right)$

$N=1$, $f_1(\hat{x}) = \mathrm{Pf}\ {}^t(xy) J (xy)$ for $\hat{x} = (x, y) \in V(2n) \oplus V(2n)$,

$J = \begin{bmatrix} 0 & -I_n \\ I_n & 0 \end{bmatrix}$.

(20) $\quad GL(1)^2 \times Sp(3)$ 目⊕$\square$ $/ SL(2)$

$N=2$, $f_1(\hat{x})$ は $\underset{目}{Sp(3)}$ の14変数4次式，$f_2(\hat{x})$ は $\underset{目}{SL(6)}$ の20変数4次の相対不変式.

(Ⅱ) 非正則概均質ベクトル空間（この空間の相対不変式は正則の場合ほど重要でないので省略し，個数 N のみ示す）

(1) $\left.\begin{matrix} GL(1)^{\ell} \times SL(n) \\ \underbrace{\square \oplus \cdots \oplus \square}_{\ell} \end{matrix}\right/ (GL(1)^{\ell} \times SL(n-\ell))\, G_a^{\ell(n-\ell)}$ $(2 \leq \ell \leq n-1)$

$N=0$, $\left(\left.\begin{matrix} SL(n) \\ \underbrace{\square \oplus \cdots \oplus \square}_{\ell} \end{matrix}\right/ SL(n-\ell)\cdot G_a^{\ell(n-\ell)} \right)$, $G_a \cong \mathbb{C}$; 1次元加法群

(2) $\left.\begin{matrix} GL(1)^{\ell} \times SL(n) \\ \underbrace{\square \oplus \cdots \oplus \square}_{\ell-1} \oplus \square^{*} \end{matrix}\right/ (GL(1) \times SL(n-\ell+1))\cdot G_a^{(n-\ell+1)(\ell-2)}$

$(n+1 \geq \ell \geq 3)$

$N=\ell-1$, $\left(\left.\begin{matrix} GL(1)^{\ell-1} \times SL(n) \\ \underbrace{(\blacksquare \otimes \square) \oplus \cdots \oplus (\blacksquare \otimes \square)}_{\ell-1} \oplus \square^{*} \end{matrix}\right/ SL(n-\ell+1)\cdot G_a^{(n-\ell+1)(\ell-2)} \right)$

(3) $\left.\begin{matrix} GL(1)^{2} \times SL(2m+1) \\ 日 \oplus 日 \end{matrix}\right/ GL(1)^2 \cdot G_a^{2m}$ $\left(\left.\begin{matrix} SL(2m+1) \\ 日 \oplus 日 \end{matrix}\right/ G_a^{2m} \right)$

$N=0$

(4) $\left.\begin{matrix} GL(1)^{2} \times SL(2m) \\ 日 \oplus \square \end{matrix}\right/ (GL(1) \times Sp(m-1))\cdot U(m-1)$

$N=1$, $U(m-1)$ は $m-1$ 次元 unipotent 群，という意味．

$\left(\left.\begin{matrix} GL(1) \times SL(2m) \\ \blacksquare \otimes (日 \oplus \square) \end{matrix}\right/ Sp(m-1)\cdot U(m-1) \right)$

(5) $\left.\begin{matrix} GL(1)^{2} \times SL(2m) \\ 日 \oplus \square^{*} \end{matrix}\right/ (GL(1) \times Sp(m-1))\cdot U(m-1)$

$N=1$, $\left(\left.\begin{matrix} GL(1) \times SL(2m) \\ \blacksquare \otimes (日 \oplus \square^{*}) \end{matrix}\right/ Sp(m-1)\cdot U(m-1) \right)$

(6) $GL(1)^2 \times SL(2m+1)$ / 日 ⊕ □* $/ \left(GL(1)^2 \times Sp(m-1)\right) \cdot U(4m-2)$,

$N=0$ $\left(SL(2m+1)\right.$ / 日 ⊕ □* $\left. / \, Sp(m-1) \cdot U(4m-2) \right)$

(7) $GL(1)^3 \times SL(2m+1)$ / 日 ⊕ □ ⊕ □ $/ \left(GL(1) \times Sp(m-1)\right) \cdot U(2m-1)$

$N=2$, $\left(GL(1)^2 \times SL(2m+1)\right.$ / ■ ⊗ (日 ⊕ □) ⊕ (■ ⊗ □) $\left. / \, Sp(m-1) \cdot U(2m-1) \right)$

(8) $GL(1)^3 \times SL(2m+1)$ / 日 ⊕ □ ⊕ □* $/ \left(GL(1) \times Sp(m-1)\right) \cdot U(2m-1)$

$N=2$ $\left(GL(1)^2 \times SL(2m+1)\right.$ / ■ ⊗ (日 ⊕ □) ⊕ (■ ⊗ □*) $\left. / \, Sp(m-1) \cdot U(2m-1) \right)$

(9) $GL(1)^3 \times SL(2m+1)$ / 日 ⊕ □* ⊕ □* $/ \left(GL(1)^2 \times Sp(m-1)\right) \cdot U(2m-2)$

$N=1$ $\left(GL(1) \times SL(2m+1)\right.$ / 日 ⊕ ■ ⊗ (□* ⊕ □*) $\left. / \, Sp(m-1) \cdot U(2m-2) \right)$

(10) $GL(1)^2 \times SL(6)$ / 日 ⊕ □ $/ \left(GL(1) \times SL(2) \times SL(2)\right) \cdot G_a^4$ $\left(GL(1) \times SL(6)\right.$ / ■ ⊗ (日 ⊕ □) $\left. / \left(SL(2) \times SL(2)\right) G_a^4 \right)$

$N=1$,

(11) $GL(1)^3 \times SL(6)$ / 日 ⊕ □ ⊕ □ $/ GL(1)^2 \cdot G_a^4$ $\left(GL(1) \times SL(6)\right.$ / ■ ⊗ (日 ⊕ □ ⊕ □) $\left. / \, G_a^4 \right)$

$N=1$,

参考文献

[1] M. Sato and T. Kimura, A Classification of Irreducible Prehomogeneous Vector Spaces and Their Relative Invariants Nagoya Math. J. Vol 65 (1977) 1—155

[2] T. Kimura, A Classification of Prehomogeneous Vector Spaces of Simple Algebraic Groups, (preprint)

[3] T. Kimura, Remark on Some Combinatorial Construction of Relative Invariants, (Tsukuba J. of Math. Vol 5, No 1, 1981 June)

[4] M. Sato, M. Kashiwara, T. Kimura and T. Oshima, Microlocal Analysis of Prehomogeneous Vector Spaces, Inv. Math. (1981)

[5] T. Kimura and M. Muro, On Some Series of Regular Irreducible Prehomogeneous Vector Spaces, Proc. Japan Acad., Vol 55, Ser A, No. 10 (1979), 384—389

[6] T. Kimura, The b-functions and holonomy diagrams of Irreducible Regular Prehomogeneous Vector Spaces, (Nagoya Math. J. Vol 85 (1982))

[7] 木村達雄, 概均質ベクトル空間の理論 (論説) 数学オ32巻2号(1980)

(注) 最近, 一般のReductive群の場合の概均質ベクトル空間の分類原理がみつかった。これについては他の機会にゆずる。)