数理解析研究所講究録
第459巻 1982年 58-74

不確定特異点をもつ偏微分作用素の超局所解析

東大理　　打越敬祐

$t \in \mathbb{R}$とし，常微分作用素

$$L = t^{K(m)}\frac{d^m}{dt^m} + \sum_{j=0}^{m-1} t^{K(j)} a_j(t)\frac{d^j}{dt^j}$$

を考える。ここで，$K(0), \cdots, K(m)$は非負の整数とし，係数$a_0(t), \cdots, a_{m-1}(t)$は原点で解析的な函数とし，また

$$a_j(0) \neq 0 \qquad 0 \leq j \leq m-1$$

と仮定する。さて，青木[1]に従って，Lの不確定度$\sigma = \sigma(L)$を，

(1) $$\sigma(L) = \max\left\{\max_{0\leq j\leq m-1}\left(\frac{K(m)-K(j)}{m-j}\right), 1\right\}$$

によって定義する。容易にわかるように，$\sigma = 1$ (resp. $\sigma \neq 1$) のときLは原点に確定特異点(resp、不確定特異点)をもつ。このような常微分作用素については，青木[3]，相原[4]により，次のことが示されている：$x^* = (0; \sqrt{-1}) \in \sqrt{-1}T^*\mathbb{R}$

において，Lは超局所的には標準型$t^{K(m)}$と同等と考えられ，この点で，

$$\mathrm{Ker}_{\mathcal{C}} L \simeq \bigoplus_{K(m)} \mathbb{C} \ , \quad \mathrm{Cok}_{\mathcal{C}} L = 0$$

である。

本稿の目的は，この結果を偏微分作用素に拡張することである。$M = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$とし，$M$の変数を$x = (x_0, x')$と書く。$K(0), \cdots, K(m)$を非負の整数として，偏微分作用素

$$P = \sum_{|\alpha| \leq m} x_0^{K(|\alpha|)} a_\alpha(x) \partial_x^\alpha$$

を考える。但し，$a_\alpha(x)$は$x = 0$で解析的な函数とし，

$$\begin{cases} a_{(m,0,\cdots,0)} = 1 \\ a_\alpha(0, x') \neq 0 \end{cases}$$

としておく。このとき，Pの不確定度$\sigma = \sigma(P)$を，(1)で定義する。$\sigma = 1$ (resp. $\sigma \neq 1$)のとき，Pは超平面$N = \{x \in M ; x_0 = 0\}$に確定特異点(resp. 不確定特異点)をもつ，ということにする。

$\sigma = 1$の場合，常微分作用素と類似の結果は柏原－大島[5]によって得られている。$x^* = (0 ; \sqrt{-1}, 0, \cdots, 0) \in \sqrt{-1}\, T^* \mathbb{R}^{n+1}$において，$P$は超局所的には標準型$x_0^{K(m)}$と同等なのである。

$\ell \neq 1$ の場合については，筆者[8]により初めてこういう結果が得られたので，以下その概要を紹介する。まず主要結果を述べるため，次の定義を与えておく。

<u>定義</u>　$\ell \neq$ とする。$x^* = (0; \sqrt{-1}, 0, \cdots, 0) \in \sqrt{-1}T^*\mathbb{R}^{n+1}$ における P の特性指数とは，方程式

$$\lambda^{k(m)} + \sum_{\pi(P)} a_{(j,0,\cdots,0)}(0)\lambda^{k(j)} = 0$$

の根のことである。但し，

$$\pi(P) = \left\{ 0 \leq j \leq m-1 ; \frac{k(m)-k(j)}{m-j} = \ell \right\}$$

とする。$\blacksquare$

$\ell \neq 1$ としたので，上の代数的方程式は λ に関する $k(m)$ 次方程式である。その根を，重複度も込めて，$\lambda = \lambda_1, \cdots, \lambda_{k(m)}$ とする。

主要結果は，次のとおり。

<u>定理1.</u>　$\ell \neq 1$ とし，P の特性指数は全て相異なるとする。このとき，

$$Q_1(x, D), \cdots, Q_{k(m)}(x, D) \in \mathcal{E}^{R}_{x^*}$$

が存在して，

$$0 \longrightarrow \bigoplus_{k(m)} (\delta(x_0) \otimes \mathcal{B}_N) \xrightarrow{(Q_1, \cdots, Q_{k(m)})} \mathcal{C}_M \xrightarrow{P} \mathcal{C}_M \longrightarrow 0$$

は x^* で層の意味で完全である。$\blacksquare$

さて，u，$f \in \mathcal{E}_M$ に対して，$K(m)$-縦ベクトル $\vec{u}$，$\vec{f}$ を

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & D_0^{1/2} x_0 & & \\ & & \ddots & \\ & & & (D_0^{1/2} x_0)^{K(m-1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ u \\ \vdots \\ u \end{pmatrix}$$

$$\vec{f} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ f \end{pmatrix}$$

とする。このとき，$Pu = f$ という方程式は，

$$\{x_0 I_{K(m)} + A(x, D)\} \vec{u} = \vec{f}$$

と書き直せる。但し，$A(x, D)$ は $-\frac{1}{2}$ 階の（分数べき）擬微分作用素の $K(m) \times K(m)$ 行列である。ところで，定義から τ は有理数 $\geqq 1$ なので，$1 \leqq p \leqq q$ なる互いに素な整数 p，q が存在し，$\tau = q/p$ である。今は $\tau \gneqq 1$ としているので，更に $p \lneqq q$ である。そして，$A(x, D)$ の完全表象 $\sigma(A)(x, \xi)$ は，青木[2]の意味で，

$$\sigma(A)(x, \xi) \sim \sum_{j = -p/q, -(p+1)/q, \cdots} A_j(x, \xi)$$

という形に漸近展開される，また，A の主表象 $A_{-p/q}(x, \xi)$ の固有値を，$\mu_j(x, \xi)$，$1 \leqq j \leqq K(m)$ とすると，

$$-\mu_j(x, \xi)\big|_{x=0, \xi'=0} = \lambda_j \xi_0^{-p/q} \qquad 1 \leqq j \leqq K(m)$$

となる。従って，x^* の近くでは，これらは全て相異なる，ということが仮定されている。

4.

さて，定理1 は次のことからたやすく導かれる。

定理2．上の条件のもとで，作用素として可逆な行列

$$E(x', D),\ F(x, D) \in M(K(m), \mathcal{E}^{R}_{x^*})$$

が存在して，

$$E(x', D)\{x_0 I_{K(m)} + A(x, D)\} F(x, D) = x_0 I_{K(m)}$$

を満たす。▨

この定理の証明の概略を述べて，本稿を終わる。まず，

$$\sigma(W) \sim I_{K(m)} + \sum_{j=-1/\kappa, -2/\kappa, \cdots} W_j(x, \xi)$$

という漸近展開が定める分数べき擬微分作用素の $K(m) \times K(m)$ 行列 $W(x, D)$ によって，

$$\{x_0 I_{K(m)} + A(x, D)\} W(x, D) = x_0 I_{K(m)} + B(x'; D)$$

但し，

$$\sigma(B)(x'; \xi) \sim \sum_{j=-p/\kappa, -(p+1)/\kappa, \cdots} B_j(x'; \xi)$$

$$B_{-p/\kappa}(x'; \xi) = A_{-p/\kappa}(0, x'; \xi)$$

のようにできる（Weierstrass の割算定理）．そこで，$A(x, D)$ の代わりに，$B(x'; D)$ を考えればよい。

さて，

$$E(x';D)\{x_0 I_{K(m)}+B(x';D)\} = x_0 I_{K(m)} E(x';D)$$

なる可逆行列 $E(x';D)$ を見つければ，$F(x,D)=E^{-1}(x';D)W(x,D)$ でよいが，$E(x';D)$ の満たすべき方程式は，

$$\frac{\partial}{\partial\xi_0}\sigma(E)(x';\xi)+\sigma(EB)(x';\xi)\sim 0$$

である。これはおおざっぱに言って，$(x';\xi')$ を parameter に持つ，ξ_0 に関する常微分方程式で，$\xi_0\to\infty$ での振舞を調べることが重要である。この為，常微分方程式の古典理論から，Turrittin[?]の方法を採用する。

<u>第1段</u>

可逆行列

$$\sigma(T)(x';\xi) = \sum_{j=0,-1/q,\cdots,-(q-p)/q} T_j(x';\xi)$$

が存在して，

$$T(x';D)\{x_0 I_{K(m)}+B(x';\xi)\}T^{-1}(x';D)$$
$$= x_0 I_{K(m)} + C(x';D)$$

但し，

$$\sigma(C)(x';\xi)\sim\sum_{j=-p/q,-(p+1)/q,\cdots} C_j(x';\xi)$$

で，$C_j(x';\xi)$ は $-p/q\geq j\geq -1$ のとき対角行列である。

第2段(その1)

$C'(x;D)$ を，

$$\sigma(C')(x;\xi) = \sum_{-\frac{p}{q} \geqq j \geqq -1} C_j(x;\xi)$$

で定めると，これは対角行列である。$x_0 I_{K(m)} + C(x;D)$ を，$x_0 I_{K(m)} + C'(x;D)$ に変換する。それには，

(2) $$\{x_0 I_{K(m)} + C(x;D)\} D_0^{(q-p)/q} U(x;D)$$
$$= D_0^{(q-p)/q} U(x;D) \{x_0 I_{K(m)} + C'(x;D)\}$$

とすればよい。U を逐次近似で解く。いま，$U^{(i)}(x;\xi)$, $i = 0, 1, 2, \cdots$，を，

$(3)_i$ $$\frac{\partial}{\partial \xi_0} U^{(i)} + \frac{q-p}{q} \xi_0^{-1} U^{(i)} - \sigma(C') U^{(i)} + U^{(i)} \sigma(C')$$
$$= \sum_{(k,s,i') \in \Pi_1(i)} \frac{1}{s!} \partial_{\xi'}^{s} C_k(x;\xi) \partial_{x'}^{s} U^{(i')}(x;\xi)$$
$$- \sum_{(k,s,i') \in \Pi_2(i)} \frac{1}{s!} \partial_{\xi'}^{s} U^{(i')}(x;\xi) \partial_{x'}^{s} C_k(x;\xi)$$

とする。但し，$\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \cdots\}$ として，

$(4)_i$ $$\Pi_1(i) = \{(k, s, i') \in \tfrac{1}{q}\mathbb{Z} \times (\mathbb{Z}_+)^n \times \mathbb{Z}_+;\ k - |s| - \tfrac{i'}{q} = -\tfrac{i}{q} - 1,\ |k| + |s| \neq 1\}$$

$(5)_i$ $$\Pi_2(i) = \{(k, s, i') \in \tfrac{1}{q}\mathbb{Z} \times (\mathbb{Z}_+)^n \times \mathbb{Z}_+;\ k - |s| - \tfrac{i'}{q} = -\tfrac{i}{q} - 1,\ k \geqq -1,\ s \neq 0\}$$

ここで，(4)$_i$ と (5)$_i$ から，

$$(k, s, i') \in \pi_1(i) \text{ or } \pi_2(i) \Rightarrow i' \leq i-1$$

となる。従って，(3)$_i$ は i について帰納的に解ける。さて，$\tau = \xi_0^{1/q}$ として，$v^{(i')}(x', \xi)$ に $\xi_0 = \tau^q$ を代入したものも同じ記号 $v^{(i')}(x', \tau, \xi')$ で表わすことにすると，(3)$_i$ は，

(6)$_i$
$$\frac{\partial}{\partial \tau} v^{(i)}(x', \tau, \xi') + (q-p)\tau^{-1} v^{(i)}(x', \tau, \xi')$$
$$- q\tau^{q-1}\{\sigma(C')(x', \tau, \xi') v^{(i)}(x', \tau, \xi')$$
$$- v^{(i)}(x', \tau, \xi')\sigma(C')(x', \tau, \xi')\}$$
$$= q\tau^{q-1} \sum_{\pi_1(i)} \frac{1}{s!} \partial_{\xi'}^{s} C_k(x', \tau, \xi') \partial_{x'}^{s} v^{(i')}(x', \tau, \xi')$$
$$- q\tau^{q-1} \sum_{\pi_2(i)} \frac{1}{s!} \partial_{\xi'}^{s} v^{(i')}(x', \tau, \xi') \partial_{\xi'}^{s} C_k(x', \tau, \xi')$$

となる。このとき，(6)$_i$ の τ 及び ξ' に関する形式的べき級数としての形式解

(7)$_i$
$$v^{(i)}(x', \tau, \xi') = \sum_{\substack{\frac{j}{q}+|\alpha| \leq -\frac{i+q-p}{q} \\ j \in \mathbb{Z}_-,\ \alpha \in (\mathbb{Z}_+)^n}} v_{j\alpha}^{(i)}(x') \tau^{j} \xi'^{\alpha}$$

が構成されて，

(8)$_{j\alpha}^{i}$
$$|v_{j\alpha}^{(i)}(x')| \leq C \cdot \frac{[-\frac{j}{q-p}]!\,[\frac{i}{q}]!}{[\frac{i}{q-p}]!\,[\frac{q}{q-p}|\alpha|]!} r^{j-|\alpha|-i} \quad \text{for } \exists C, \exists r > 0$$

をみたす。これは発散級数だが，以下のような意味をもつ。

第２段(その２)

ここでは、簡単のため、$q = p+1$ として説明する。

$C_k(x';\tau,\xi')$ に対し、

$$\begin{cases} D_k = \tau^{q-1} C_k & k \lneq -p/q \\ D_{-p/q} = \tau^{q-1}\left(C_{-p/q}(x';\tau,\xi') - C_{-p/q}(x';\tau,0)\right) \end{cases}$$

とおく。また、

$$\overline{C}_{-p/q}(x') = \tau^{q-1} C_{-p/q}(x';\tau,0)$$

とする。上の D_k ($k \lneq -p/q$) は、$\forall (x';\xi') \in \mathbb{C}^n$ を fix するとき、$\operatorname{Im}\tau = \left(\frac{1}{2R}(1+|\xi'|)\right)^{1/q}$ ($R>0$ は小さな数) にとって、$\operatorname{Re}\tau \in \mathbb{R}$ の函数とみて $L^2(\mathbb{R})$ に属するので、$t \in \mathbb{R}$ として、

$$\widehat{D_k}(x',t,\xi') = \int_{\operatorname{Im}t = \left(\frac{1}{2R}(1+|\xi'|)\right)^{1/q}} e^{-\sqrt{-1}t\tau} D_k(x';\tau,\xi')\,d\tau$$

が定義できる。ところが実は、

$$\widehat{D_k}(x',t,\xi') = \widehat{\tilde{D}}_k(x',t,\xi')\,Y(t)$$

であって、ここで $\widehat{\tilde{D}}_k(x',t,\xi')$ は $\{(x',t,\xi') \in \mathbb{C}^n \times \mathbb{C} \times \mathbb{C}^n;\ |x'| < \varepsilon\}$ で正則で、$\exists a, \exists R > 0$ が存在して、

(9) $$|\partial_{\xi'}^{s} \widehat{\tilde{D}}_k(x',t,\xi')| \leq a \exp\left(R^{-1}(1+|\xi'|)^{1/q}|t|\right) \times [|k|+|s|]!\, R^{k-|s|} \frac{|t|^{q|k|+q|s|-q}}{(q|k|+q|s|-q)!}$$

及び、$k \geqq -1$ のときは、

(10) $$|\hat{D}_k(x',t,\xi')| \le C_k (1+|\xi'|)^{(2-k)/q} \exp\left(R^{-1}(1+|\xi'|)^{1/q}|t|\right)$$

をみたす。さて，形式べき級数 $v^{(i)}(x';\tau,\xi')$ の形式的な Laplace変換 $\hat{v}^{(i)}(x',t,\xi')$ を，$t\in\mathbb{R}$として，

$$\begin{cases} \hat{v}^{(i)}(x',t,\xi') = -2\pi\sqrt{-1}\,\tilde{v}^{(i)}(x',t,\xi')\,Y(t) \\ \tilde{v}^{(i)}(x',t,\xi') = \displaystyle\sum_{\frac{j}{q}+|\alpha|\le -\frac{i+1}{q}} v^{(i)}_{j\alpha}(x')\,\frac{(-\sqrt{-1}\,t)^{-j-1}}{(-j-1)!}\,\xi'^{\alpha} \end{cases}$$

とする。このとき，(8)$^{i}_{j\alpha}$ から，$|t|=r/2$ で $\hat{v}^{(i)}$ は収束し，

(11)$_i$ $$|\partial_{\xi'}^{\delta}\hat{v}^{(i)}(x',t,\xi')| \le C\,\frac{[\frac{i}{q}+|\delta|]!\;r^{-i-|\delta|}}{(i+q|\delta|)!}\,|t|^{i+q|\delta|}\times$$
$$\times\exp\left(r^{-1}(1+|\xi'|)^{1/q}|t|\right)$$

をみたす。そして，$-\infty\le t\le +r/2$で，$\hat{v}^{(i)}$ は式(6)$_i$ を変換した式

(12)$_i$ $$\sqrt{-1}\,t\,\hat{v}^{(i)}(x',t,\xi')+\frac{1}{\sqrt{-1}}\int_0^t \hat{v}^{(i)}(x',s,\xi')\,ds$$
$$-q\left(\bar{D}_{-p/q}(x')\,\hat{v}^{(i)}(x',t,\xi')-\hat{v}^{(i)}(x',t,\xi')\,\bar{D}_{-p/q}(x')\right)$$
$$-\frac{q}{2\pi\sqrt{-1}}\int_0^t\{\hat{D}'(x',s,\xi')\,\hat{v}^{(i)}(x',t-s,\xi')$$
$$-\hat{v}^{(i)}(x',t-s,\xi')\,\hat{D}'(x',s,\xi')\}\,ds$$
$$=-\frac{1}{2\pi\sqrt{-1}}\sum_{\pi_3(i)}\frac{1}{\delta!}\,\partial_{\xi'}^{\delta}v^{(i')}(x',t,\xi')\,\partial_{x'}^{\delta}\bar{D}_{-p/q}(x')+(続く)$$

(続き) $+\frac{\sqrt{-1}}{2\pi}\sum_{\pi_1(i)}\frac{1}{\delta!}\int_0^t \partial_\xi^{\delta}\hat{D}_k(x',s,\xi')\partial_{x'}^{\delta}\hat{v}^{(i')}(x',t-s,\xi')ds$

$-\frac{\sqrt{-1}}{2\pi}\sum_{\pi_2(i)}\frac{1}{\delta!}\int_0^t \partial_{\xi'}^{\delta}\hat{v}^{(i')}(x',t-s,\xi')\partial_{x'}^{\delta}D_k(x',s,\xi')ds$

の真の解である。但し,

$$\hat{D}' = \sum_{-p/q\geq k\geq -1}\hat{D}_k$$

及び

$$\pi_3(i)=\{(i',\delta)\in \mathbb{Z}_+\times(\mathbb{Z}_+)^n;\ i'+q|\delta|-1=i\}$$

とした。

以下,簡単のため,$\overbrace{\bar{D}_{-p/q}(x')}^{\text{対角行列}}$ の (μ,μ) 成分 $\bar{D}_{-p/q,(\mu)}(x')$ は,

$$\mu\neq\nu \Rightarrow \arg\left(\bar{D}_{-p/q,(\mu)}(x')-\bar{D}_{-p/q,(\nu)}(x')\right)\neq\frac{\pi}{2}$$

とする。このとき,$(i',\delta)\in\pi_3(i)$でも $i'\leq i-1$ なので,$\hat{v}^{(i)}$ に関する第3種Volterra型積分方程式 $(12)_i$ は,i について帰納的に,$t\in\mathbb{R}$全体において解ける。更に,(9),(10)を用いて,$t\in\mathbb{R}$のとき,$(11)_i$ と類似の評価

$(13)_i$ $$|\hat{v}^{(i)}(x',t,\xi')|\leq c_\cdot r^{-i}\exp\left(r^{-1}(1+|\xi'|)^{1/q}|t|\right)\frac{[\frac{i}{q}]!\,|t|^i}{i!}$$

を得る。そこで,

$$v^{(i)}(x',\tau,\xi')=\frac{1}{2\pi}\int_{\mathbb{R}}\hat{v}^{(i)}(x',t,\xi')e^{\sqrt{-1}t\tau}dt$$

は，$\mathrm{Im}\,\tau \geq 2r^{-1}(1+|\xi'|)^{1/p}$ で well-defined で，(6)$_i$ の真の解であって，

$$|v^{(i)}| \leq C_\cdot r^{-i}\varepsilon^{-i}\left[\frac{i}{p}\right]!\,|\tau|^{-i+\frac{1}{p}}$$

$\tau = \xi_0^{1/p}$ から，

$$|v^{(i)}(x',\xi)| \leq C_\cdot (r\varepsilon)^{-i}\left[\frac{i}{p}\right]!\,|\xi_0|^{-\frac{i}{p}+\frac{1}{p}}$$

$$\text{on } \Omega = \{(x',\xi) \in \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^{n+1};$$

$$|x'| < \varepsilon,\ \frac{p}{3}\pi < \arg \xi_0 < \frac{2p}{3}\pi,$$

$$|\xi_0| > \left(\frac{2r^{-1}}{2^{-1}+\varepsilon}\right)^p(1+|\xi'|)\}$$

となり，

$$\sigma(V) \sim \sum_{i=0}^{\infty} v^{(i)}$$

は 0 階の擬微分作用素を定め，(A) を満たす．更に，

$$v^{(0)} = \xi_0^{-1/p}$$

であり，$i = 1, 2$ のときは，$v^{(i)}$ が (7)$_i$ の形の漸近展開をもつことから，$|v^{(i)}| \leq {}^\exists C_\cdot\ \xi_0^{-1/p - i/p}$ を得る．よって，$V(x',D)$ は可逆な作用素である。

ここまでの議論は 0 階の作用素しか使わないことを注意しておく。p，A が一般のときも本質的には同様である。

<u>第3段</u>

対角行列 $x_0 I_{K(m)} + C'(x',D)$ を $x_0 I_{K(m)}$ に変換する。この際，無限階作用素を用いる。一般に，無限階作用素の計算

は困難であるが，いまは対角行列を扱うので，計算が可能になる。まず，$X(x', D_0) \in M(K(m); \mathcal{E}^{\mathbb{R}})$を，

$$\sigma(X)\ (x', \xi_0) = \sum_{j=1-\frac{p}{q},\, 1-\frac{p+1}{q},\, \cdots,\, \frac{1}{q}} X_j(x')\xi_0{}^{j} + X_0(x') \log \xi_0$$

とする。但し，$X_j(x')$は適当な対角行列とする。このとき，$X(x', D_0)$は無限階作用素であるが，可逆な行列で，

$$X^{-1}(x', D_0)\{x_0 I_{K(m)} + C'(x', D)\} X(x', D_0)$$

は，0階の作用素になってしまう。更に，これは詳しく調べることができて，$X_j(x')$を適当に決めてやれば，

$$X^{-1}(x', D_0)\{x_0 I_{K(m)} + C'(x', D)\} X(x', D_0)$$
$$= x_0 I_{K(m)} + C''(x', D)$$

但し，

$$\sigma(C'') = \sum_{j=-\frac{q}{p},\, -\frac{q+1}{p},\, \cdots,\, -1} C''_j(x', \xi) + C'''(x', \xi)$$

しかもC''_jはξについてj次斉次で，

$$C''_j(x', \xi_0, 0) = 0,$$

また

$$|C'''(x', \xi)| \leq \text{const.}\, |\xi_0|^{-1-\frac{1}{2q}}$$

とできる。まとめて，

(14) $$|\sigma(C'')(x', \xi)| \leq \text{const.}\, |\xi_0|^{-1-\frac{1}{2q}} (1+|\xi|).$$

そこで，$j = 0, 1, 2, \cdots\cdots$ に対して，$Z^{(j)}(x', \xi)$を次のよう

に決めてやる：

$$Z^{(0)} = I_{K(m)}$$

$$Z^{(j)}(x';\xi) = \sum_{\substack{j'+|\delta|+1=j \\ j'\in\mathbb{Z}_+ \\ \delta\in(\mathbb{Z}_+)^n}} \frac{1}{\delta!}\int_{\infty}^{\xi_0} \partial_{\xi'}^{\delta}\sigma(C'')(x';\xi)\,\partial_{x'}^{\delta} Z^{(j')}(x';\xi)\,d\xi_0$$

すると，$\exists C$，$\exists r>0$ が存在して，ε を十分小さくとるとき，

$$|Z^{(j)}(x',\xi)| \leq C\cdot r^{-j}|\xi_0|^{-j}\,j!\,\exp\left(|\xi_0|^{1-\frac{1}{m}}\right)$$

$$\text{on } \{(x';\xi)\in\mathbb{C}^n\times\mathbb{C}^{n+1};\ |x'|<\varepsilon,\ |\xi'|<\varepsilon|\xi_0|$$

$$|\mathrm{Re}\,\xi_0| < \varepsilon\,\mathrm{Im}\,\xi_0,\ \ \varepsilon|\xi|>1\}$$

が成立する。従って，

$$\sigma(Z)(x',\xi) \sim \sum_{j=0}^{\infty} Z^{(j)}(x';\xi)$$

なる $Z(x';D)\in M(K(m),\mathcal{E}^{R})$ が存在して，

$$\{x_0 I_{K(m)} + C''(x';D)\}\,Z(x';D) = Z(x';D)\,x_0 I_{K(m)}.$$

Z の逆作用素は，

$$\tilde{Z}(x';D)\{x_0 I_{K(m)} + C''(x';D)\} = x_0 I_{K(m)}\,\tilde{Z}(x';D)$$

なる $\tilde{Z}$ を同様に構成することができて，

$$Z\tilde{Z} = \tilde{Z}Z = I_{K(m)}$$

となる。

これで，定理2が示された。

この論説の詳細は，打越[8] に発表される。なお，打越[7]

の中で，Theorem 7. として，本稿の<u>定理1</u>. が述べられているが，完全図式が

$$0 \longrightarrow \bigoplus_{K(m)} (S(\lambda_0) \otimes \mathcal{A}_N) \xrightarrow{(Q_1, \cdots, Q_{K(m)})} \mathcal{E}_M \xrightarrow{P} \mathcal{E}_M \longrightarrow 0$$

となっている。$\mathcal{A}_N$ は $\mathcal{O}_N$ の誤りなので，この場をお借りして訂正したい。

文献

[1] 青木貴史：Growth order of microdifferential operators of infinite order. (to appear in J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sect. IA.)

[2] 青木貴史：Invertibility for microdifferential operators of infinite order (to appear in Publ. RIMS)

[3] 青木貴史：An invariant measuring the irregularity of a differential operator and a microdifferential operator (to appear in J. Math. Pures Appl.)

[4] 柏原正樹：Systèmes d'équations microdifférentielles, (Univ. Paris-Nord における 1976-1977 の講義)

[5] 柏原正樹－大島利雄：Systems of differential equations with regular singularities and their boundary value problems (Ann. of Math., 106 145-200, 1977)

[6] H. L. Turrittin : Convergent solutions of ordinary linear differential equations in a neighborhood of an irregular singular point, (Acta Math. 93, 28-66, 1955).

[7] 打越敬祐：Microlocal analysis of partial differential operators with irregular singularities, (Proc. Japan Acad. 57, Ser. A. No. 10, 485-487, 1981)

[8] 打越敬祐：Microlocal analysis of partial differential operators with irregular singularities, (to appear)