

渦輪の衝突から発生する渦音の数値シミュレーション

流体力学研究所 石井 克哉 (Ishii, Katsuya)

流体力学研究所 安達 静子 (Adachi, Shizuko)

1. はじめに

渦運動から発生する渦音を実験的、数值的に評価とした研究として、神部らの

**T. Kambe, T. Minota and M. Takaoka: 'Oblique collision of two vortex rings and its acoustic emission,' Phys. Rev. E, Vol. 48, Sept. 1993, pp. 1866-1881.**

がある。この論文では、実験で観測された渦音と実験に近いある初期状態から数値計算で求めた渦運動に基づいて評価した渦音を比較した結果、両者の空間分布や時間変化は定性的に一致するが、定量的には大きく異なると報告している。著者らは、この違いを、計算条件と実験条件の違い、特にレイノルズ数の違いのためだと結論づけている。

しかし、渦輪の流体现象は初期の渦分布などレイノルズ数以外にも重要な要因があり、一つの状態の数値計算だけで結論をだすのは不十分であると考えられる。このため、ここでは、二つの異なる渦分布（具体的には渦輪半径に対する渦核の大きさ）をもつ渦輪の衝突の数値解析を行い、渦音の評価をする。また、この二例および神部らの実験、計算を比較することにより、渦運動と渦音の関係をより詳しく調べる。

数値計算の結果を紹介する前に、一つの渦輪の運動を特徴づける量をまとめておく。

たとえば、円形の一つの渦輪の運動を特徴づける量として、渦輪の半径  $R$ 、渦核の半径  $a$ 、循環  $\Gamma$ 、速度  $U$ 、動粘性率  $\nu$ 、を挙げるができる。簡単のため、渦核の半径が渦輪全体のスケールに対して非常に小さいとすると、渦輪の速度は他の量により

$$U = \frac{\Gamma}{4\pi R} \left( \log\left(\frac{8R}{a}\right) - C_1 \right)$$

と決定される。 $C_1$ は渦核中の渦分布によって決められる定数である。渦分布がガウス分布の場合、 $C_1 = .558$ であり、渦核の半径は時間とともに  $a = \sqrt{4\nu(t+t_0)}$ と変化する。

これらの量を基に、二つの独立な無次元パラメータ

$$\text{レイノルズ数} \quad : \quad Re = UR/\nu$$

$$(\text{あるいは 循環を基準にしたレイノルズ数} : Re^* = \Gamma/\nu)$$

$$\text{細長比} \quad : \quad \lambda = a/R$$

を決めることができる。ところで、ほぼ円形の渦輪が粘性の影響を受けながら移動している場合の代表的な時間スケールは

$$\text{渦輪が半径だけ移動する時間} \quad : \quad T_1 = R/U$$

$$\text{渦輪各部分の曲率の違いが現れる時間} \quad : \quad T_2 = a/U$$

$$\text{流体粒子が渦核を1ラジアン回る時間 (1/f)} \quad : \quad T_3 = 2\pi a^2/\Gamma$$

$$\text{渦核の大きさが粘性で変化する時間} \quad : \quad T_4 = a^2/(4\nu) \sim t_0 + t$$

$$\text{渦輪の循環が粘性で減少する時間} \quad : \quad T_5 = R^2/(4\nu)$$

が考えられる。当然ながら、無次元パラメータはこれらの時間スケールの比に関係する。

渦核が小さい、細長比  $\lambda \ll 1$  のとき、 $T_1 > T_2 = O(\lambda T_1) > T_3 = O(\lambda^2 T_1)$  であり、レイノルズ数が大きい場合 ( $Re \gg 1$ )、 $T_5 = O(Re T_1) > T_1$ 、 $T_4 = O(Re T_3) > T_3$  である。

ところで、二つの渦輪が衝突する場合、衝突の時間スケールは  $T_1$  と考えられるので、渦輪の衝突の間に  $T_1, T_2, T_3$  の時間スケールの関係する現象が渦輪の衝突時に発生する渦音の性質に関係することが期待される。また、 $\lambda^2 Re$  の大きさによって  $T_4$  も関係する場合がある。このため、渦輪どうしの相互作用を調べる場合、細長比依存性を調べることが重要となる。ここでは初期の細長比が 0.2 と 0.1 の場合を調べる。2. で保存量、3. で空力音の理論、4. で数値計算の簡単な説明をする。各章の内容の詳しい説明は、それぞれ参考文献 (1)、(3)、(2) にある。

## 2. 渦度場の基礎方程式

遠方で静止している非圧縮性流体の速度場をあらわすためにベクトル・ポテンシャル  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, y, z, t)$  を導入する。これにより速度と渦度は

$$\mathbf{v} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad \boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{v}$$

と表される。ここで、ポテンシャルの任意性を補助条件  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$  をで制限すると、渦度とベクトル・ポテンシャルの関係は

$$\Delta \mathbf{A} = -\boldsymbol{\omega}$$

となる。

流れ場の時間発展は、渦度方程式

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}) + \nu \Delta \boldsymbol{\omega},$$

で記述される。遠方で静止流体を仮定しているので渦度とベクトルポテンシャルの境界条件は

$$\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, t), \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) \rightarrow 0 \quad \text{as } \mathbf{x} \rightarrow \infty$$

である。以上が局在する渦度場の基本方程式となる。

こうした物体のない局在している渦度場には、いくつかの保存量が存在することが知られている。流体の密度  $\rho = 1$  として渦度のモーメントを

$$R_{ij} = \int \mathbf{x}_i \omega_j dV, \quad T_{ijk} = \int \mathbf{x}_i \mathbf{x}_j \omega_k dV, \quad T_{ijkl} = \int \mathbf{x}_i \mathbf{x}_j \mathbf{x}_k \omega_l dV$$

と定義すると、時間的に変化しない保存量は

$$P_i = 1/2 \epsilon_{ijk} R_{jk}, \quad L_i = T_{iaa}$$

と表せる。それぞれ、 $P_i$ は渦度場の「インパルス」、 $L_i$ は渦度場の「角運動量」と呼ばれる量である。また、各モーメント間には

$$T_{123} + T_{312} + T_{321} = 0, \quad \epsilon_{ijk} T_{ijk} = 0, \quad T_{111} = T_{222} = T_{333} = 0, \quad T_{iij} = -2T_{jii},$$

$$T_{1111} = T_{2222} = T_{3333} = 0, \quad \epsilon_{ijkl} T_{mjkl} = 0, \quad \text{etc.}$$

の関係がある。さらに、粘性がない場合、運動エネルギー

$$K = -F_{aa}, \quad F_{ab} = \int (v_a v_b - \frac{1}{2} v^2 \delta_{ab}) dV.$$

も保存する。渦音の評価にはここで定義した渦度のモーメントの時間変化が重要な役割を果たす。

### 3. 渦音の理論

前章とは異なり圧縮性流体を考える。質量保存と運動量保存の方程式を書き直すと、空力音の基本方程式 (Lighthill, 1952)

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \right) \rho = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \quad T_{ij} = \rho v_i v_j - p_{ij} - c_0^2 \rho \delta_{ij} - \tau_{ij}$$

を得る。ただし、 $\rho$ は密度、 $p$ は圧力、 $c_0$ は静止流体の音速である。空間に局在した渦領域 (大きさ  $L$ 、中の代表的流体の速度  $V$ ) から発生する音波は、上式の流体場をマッハ数

$M = V/c_0$ を使った切りつなぎ法で解析することによって得られる。内部空間変数  $\mathbf{x}$  と外部空間変数  $\hat{\mathbf{x}} = M\mathbf{x}$  を使って、流れ場を内部領域と外部領域に分け、 $M$ で展開すると、内部領域では第一近似として非圧縮ナビエ・ストークス方程式を、外部領域では原点に特異性をもつ音波の波動方程式を得る。外部領域の原点の特異性は内部領域の流れ場の振舞い（渦度のモーメントの時間変化）から決定され、外部領域の圧力は

$$p^{(w)}(\mathbf{x}, t) = -\rho_0 \frac{\dot{P}_0(t_r)}{r} - \rho_0 \partial_i \frac{\dot{Q}_i(t_r)}{r} - \rho_0 \partial_j \partial_i \frac{\dot{Q}_{ij}(t_r)}{r} - \rho_0 \partial_k \partial_j \partial_i \frac{\dot{Q}_{ijk}(t_r)}{r} - \dots$$

と書ける。ただし、 $t_r$ は遅延時間  $t_r = t - r/c$  であり、 $Q$ は渦度のモーメントによって

$$Q_i = \frac{1}{8\pi} \epsilon_{ijk} R_{jk}, \quad Q_{ij} = -\frac{1}{12\pi} \epsilon_{ipq} T_{jpq}, \quad Q_{ijk} = \frac{1}{32\pi} \epsilon_{ipq} T_{jkpq},$$

また、 $P_0$ は運動エネルギー  $K$ によって

$$P_0 = -\frac{5-3\gamma}{12\pi} \frac{1}{c^2} \dot{K},$$

と定義される。ただし、 $\gamma (= 7/5 \text{ 空気})$ は比熱比である。また、 $\dot{P}, \dot{Q}$ は  $P, Q$ の一階微分を表す。観測点までの距離  $r$ が十分大きい場合、 $t_r, 1/r$ の微分を展開すると、上式は

$$p^{(F)}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\rho_0}{r} \dot{P}_0(t_r) - \frac{\rho_0}{c_0^2 r} \dot{Q}_{ij}^{(3)}(t_r) \frac{x_i x_j}{r^2} + \frac{\rho_0}{c_0^3 r} \dot{Q}_{ijk}^{(3)}(t_r) \frac{x_i x_j x_k}{r^3} - \dots$$

となる。 $Q^{(3)}$ は  $Q$ の三階微分である。

この表式を角度  $90^\circ$ で斜めに衝突する二つ渦輪から発生する渦音に適用する。図1のように、対称軸を中心に極座標  $(r, \theta, \phi)$ を取り、 $r = r_{ob}$ (=一定)とすると、対称性から

$$p(\theta, \phi, t) = A_0(t) + A_1(t)P_2^0(\cos\theta) + A_2(t)P_2^2(\cos\theta)\cos(2\phi) \\ + B_1(t)P_3^0(\cos\theta) + B_2(t)P_3^2(\cos\theta)\cos(2\phi) + \dots$$

のように整理される。ただし、 $P$ はルジャンドル多項式

$$P_2^0(\cos\theta) = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1), \quad P_2^2(\cos\theta) = 3\sin^2\theta,$$

$$P_3^0(\cos\theta) = \frac{1}{2}(5\cos^3\theta - 3\cos\theta), \quad P_3^2(\cos\theta) = 15(\cos\theta - \cos^3\theta)$$

であり、 $P_2^0, P_2^2$ は四重極子、 $P_3^0, P_3^2$ は八重極子の空間依存をする原点にある音源に対応している。各項の係数は、

$$A_0 = \frac{\rho_0}{15\pi c_0^2 r_{obs}} \ddot{K}, \quad A_1 = -\frac{\rho_0}{c_0^2 r_{obs}} Q_{33}^{(3)}, \quad A_2 = \frac{\rho_0}{6c_0^2 r_{obs}} [Q_{11}^{(3)} - Q_{22}^{(3)}],$$

$$B_1 = \frac{\rho_0}{c_0^2 r_{obs}} [Q_{333}^{(4)} - \frac{1}{5} Q_{3hh}^{(4)}], \quad B_2 = \frac{\rho_0}{30c_0^2 r_{obs}} [Q_{311}^{(4)} - Q_{322}^{(4)} + 2(Q_{113}^{(4)} - Q_{223}^{(4)})].$$

である。 $Q^{(3)}$ は $Q$ の三階微分、 $Q^{(4)}$ は $Q$ の四階微分である。また、渦度のモーメントの時間微分が速度と渦度のベクトル積のモーメントで表されることを使うと、時間微分が少ない表式

$$A_0 = -\frac{\rho_0}{15\pi c_0^2 r_{obs}} F^{(2)}$$

$$A_1 = -\frac{\rho_0}{12\pi c_0^2 r_{obs}} [F_{11} + F_{22} - 2F_{33}]^{(2)},$$

$$A_2 = \frac{\rho_0}{24\pi c_0^2 r_{obs}} [F_{11} - F_{22}]^{(2)},$$

$$B_1 = \frac{4\rho_0}{160\pi c_0^2 r_{obs}} [-2G_{311} - 2G_{322} + 2G_{333} - G_{113} - G_{223}]^{(3)},$$

$$B_2 = \frac{2\rho_0}{480\pi c_0^2 r_{obs}} [2G_{311} - 2G_{322} + G_{113} - G_{223}]^{(3)}.$$

$$F_{ij} = \int y_i N_j dV = \int (v_i v_j - \frac{1}{2} v^2 \delta_{ij}) dV$$

$$F_{ij} = F_{ji}, \quad (F_{ij} = 0, i \neq j : \text{oblique collision}).$$

$$G_{ijk} = \int y_i y_j N_k dV, \quad \mathbf{N} = \mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}; \quad G_{ijk} = G_{jik}$$

を得る。実験ではいくつかの $\theta, \phi$ の点で圧力を観測し、ルジャンドル多項式の係数 $A_k, B_k$ の時間変化を求めている。一方、非圧縮流体の数値計算で $K, R_{ij}, T_{ijk}, F_{ij}, G_{ijk}$ が得られれば、 $A_k, B_k$ の時間変化を求めることができる。

#### 4. 数値計算

第二節で示した渦度方程式とベクトル・ポテンシャルに対するポアソン方程式を差分法により数値計算で求める。渦度が初期時刻に空間に局在している場合、有限の時間が経過しても、ある有界な領域以外では渦度は0だと考えてよい。このため、計算格子の境界は計算時間内で $\boldsymbol{\omega} = 0$ とできる位置に取る。ただし、その位置でベクトル・ポテンシャルは0と近似できないため、境界値はポアソン積分

$$\mathbf{A} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}', t)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d\mathbf{x}'$$

を使って計算する。ただし、計算時間の節約のため、数値積分のための格子は渦度方程式の差分化で使用する計算格子の数格子をまとめて作った。また、境界値も数格子ごとに数値積分を行い、他の境界値はスプライン補間で求めた。積分のための格子数、補間のための格子数は積分値が変化しない程度であることにより決定してある。

ある時刻の渦度場を与えたとき、上の方法で境界での $\mathbf{A}$ の値を決定し、次にポアソン方程式をSOR法を用いて解き、内部格子上でのベクトル・ポテンシャル $\mathbf{A}$ の値を決定する。この $\mathbf{A}$ を用いた速度と渦度より渦度方程式を解いた。渦度方程式の空間微分は保存形の二次の中心差分であり、時間発展は四次のルンゲ・クッタ法を用いる。

## 5. 初期値

ここでは初期の細長比  $0.1, 0.2$ 、レイノルズ数  $R^* = 200\pi$  の渦輪の相互作用を考える。渦核の初期の渦分布はガウス分布とする。計算格子の数の制限からレイノルズ数が大きくできないため、計算時間内 ( $T_0$ ) で渦核の大きさが変化することに注意する必要がある (1 の時間スケールを使うと  $T_4 < T_0 \sim T_1$ 、表 5 で見るように実験では  $T_4 \gg T_0$ )。このため、相互作用を開始する時刻前に初期の渦核の大きさがあまり変化しないように近接した二つの輪の相互作用を見ることにする。ただし、現在の細長比の程度で渦核の渦度分布をガウス分布と仮定することも近似であり、ごく初期の渦輪の運動はこの影響を受ける。

具体的な二つの渦輪の初期値は表 1, 2 に示す。動粘性率はいずれの場合も  $0.1$  とした。

表 1. ケース 1

渦輪半径	: 5.0
渦輪 A の中心	: $(X, Y, Z) = (0.0, 6.5, 6.5)$
渦輪 B の中心	: $(X, Y, Z) = (0.0, -6.5, 6.5)$
渦核半径	: $a_0 = 1.0$
循環	: $\Gamma = 20\pi$
レイノルズ数	: $\Gamma/\nu = 628$

表 2. ケース 2

渦輪半径	: 10.0
渦輪 A の中心	: $(X, Y, Z) = (0.0, 10.0, 10.0)$
渦輪 B の中心	: $(X, Y, Z) = (0.0, -10.0, 10.0)$
渦核半径	: $a_0 = 1.0$
循環	: $\Gamma = 20\pi$
レイノルズ数	: $\Gamma/\nu = 628$

また、これらの初期値に対応して選んだ計算格子および数値計算の時間間隔などの条件を表 3、4 に示す。

表 3. ケース 1

計算領域 (x,y 方向に)	: -17.5 to 17.5
計算領域 (z 方向に)	: -14.0 to 21.0
計算格子数	: $101 \times 101 \times 101$
格子間隔	: $\Delta x = 0.35$
時間間隔	: $\Delta t = 0.01$
初期分布の最大クーラン数	: $\Gamma \Delta t / (2\pi a_0 \Delta x) = 0.286$
A の境界値の積分評価点数 (一面)	: $13 \times 13$
A の被積分関数評価間隔	: 3

表 4. ケース 2

計算領域 (x,y 方向に)	: -24.5 to 24.5
計算領域 (z 方向に)	: -17.5 to 31.5
計算格子数	: $141 \times 141 \times 141$
格子間隔	: $\Delta x = 0.35$
時間間隔	: $\Delta t = 0.02$
初期分布の最大クーラン数	: $\Gamma \Delta t / (2\pi a_0 \Delta x) = 0.572$
A の境界値の積分評価点数 (一面)	: $19 \times 19$
A の被積分関数評価間隔	: 3

参考のため、第一章でまとめた一つ渦輪に対する無次元量と典型的な時間スケールを、ここの二つの初期値に対し計算し、表 5 に示す。表 5 には神部、蓑田の実験、高岡の数値計算 (数値計算の詳しいことについては木田らの文献 (4) を参照) で値の分かるデータも掲げた。また、[ ] 中の値は、渦核がガウス分布を保って粘性で大きくなる場合、 $t = 2$  で予測される大きさ  $a_2$  を使った値である。

表 5.

	: case I	case II	Takaoka	EXP.(Kambe&Minota)
$R_0$	: 5.0	10.0	0.49	4.7mm
$a_0$	: 1.0	1.0	0.20	
$a_2(t=2)$	: 1.34	1.34	0.35	
$\Gamma$	: 62.8(20 $\pi$ )	62.8	2.99	
$U_0$	: 3.13	1.91	1.17	$27.3 \times 10^3$ mm/s
$\nu$	: 0.10	0.10	0.01	15mm <sup>2</sup> /s
$Re = UR/\nu$	: 157	191	57.3	8550
$Re^* = \Gamma/\nu$	: 628	628	299	
$\lambda_0 = a_0/R_0[a_2/R_0]$	: 0.2[0.27]	0.1[0.13]	0.4[0.71]	
$T_1 = R_0/U_0$	: 1.60	5.23	0.42	0.172ms
$T_1^* = R_0^2/\kappa$	: 2.5	10.0	0.504	
$T_2 = a_0/U_0[a_2/U_0]$	: 0.319[0.427]	0.524[0.702]	0.17[0.3]	
$T_3 = a_0^2/\kappa[a_2^2/\kappa]$	: 0.10 [.18]	0.10[.18]	0.0841[.251]	
$T_4 = a_0^2/(4\nu)[a_2^2/(4\nu)]$	: 2.5[4.5]	2.5[4.5]	1[3]	
$T_5 = R_0^2/(4\nu)$	: 62.5	250.	6.	0.368s

$$\kappa = \frac{\Gamma}{2\pi}, \quad a(t) = \sqrt{4\nu(t+t_0)}, \quad U = \frac{\Gamma}{4\pi R}(\log\left(\frac{8R}{a}\right) - 0.558)$$

当然ながら、実験と数値計算ではレイノルズ数が大きく違う。特に、神部らが論文で比較に用いた計算は  $T_5 \sim 12T_1$  であり、渦輪どうしの相互作用なしでも渦輪の循環が減少する可能性のある条件で行われていることがわかる。また、細長比も 1 に近い場合を計算しているため、全ての時間スケールがほぼ同じ程度になっている。今回の計算で選んだパラメー

タは十分だとは言えないが各時間スケールの分離は保証され、現象と音の発生の解明に役立つことが期待される。

## 6. 結果

図2にケース1( $\lambda = 0.2$ ), 図3にケース2( $\lambda = 0.1$ )の二つの時刻での等渦度面(最大値の40%)を示す。時刻は四重極音 $A_1$ のデータからほぼピークの時刻、ほぼ0の時刻に選んである。ケース2の方が二つの渦輪の部分的な相互作用の様子をはっきり表しているのがわかる。これから計算される $A_0, A_1, A_2$ および $B_1, B_2$ の時間変化をケース1は図4に、ケース2は図5に示す。初期 $t < 1$ の変動は渦核の渦度分布をガウス分布にしたためであり、一つの渦輪に対しても同様なデータが得られている。

異なる条件の遠方の渦音の結果の比較をするためには、基準の長さ $L$ と時間 $T$ を選ばなければならない。基準の長さ $L$ 、時間 $T$ とすると遠方での圧力は

$$p(\theta, \phi, t) = \frac{\rho_0}{c_0^2 r_{obs}} [L^5 T^{-4} \{ \tilde{A}_0(t) + \tilde{A}_1(t) P_2^0(\cos\theta) + \tilde{A}_2(t) P_2^2(\cos\theta) \cos(2\phi) \} \\ + L^6 T^{-5} \{ \tilde{B}_1(t) P_3^0(\cos\theta) + \tilde{B}_2(t) P_3^2(\cos\theta) \cos(2\phi) \} + \dots]$$

と表される。 $\tilde{A}, \tilde{B}$ で無次元量を示す。図4,5では長さの基準を初期の渦核の大きさ $L = a$ に、時間の基準を流体粒子が渦核を回る時間のほぼ1.6倍の時間 $T = 10T_3 = 20\pi a^2/\Gamma$ に取っている。実験との比較を行うため、空間時間スケール $L = R_0$ 、 $T = T_1 = R_0/U_0$ を選ぶ。これは非粘性の相互作用を記述する一番大きいスケールだと考えられる。このとき、 $A_k$ と $B_k$ の大きさをきめるスケールは計算と実験で

: case I    case II    Takaoka    EXP.(Kambe&Minota)

$$L^5 T^{-4} : 476. \quad 133. \quad 0.918 \quad 2610 \text{m}^5/\text{s}^4$$

$$L^6 T^{-5} : 1491. \quad 254. \quad 0.438 \quad 71300 \text{m}^6/\text{s}^5$$

のように与えられる。このスケールを使った $\tilde{A}_0, \tilde{A}_1, \tilde{A}_2$ および $\tilde{B}_1, \tilde{B}_2$ の時間変化を、図6にケース1、図7にケース2の場合、また、実験のデータを図8に示す。ピークの時間差は

ほぼ同じであり、音が二つの渦輪の衝突の際の相互作用であることを確かめられる。また、音の大きさは、ケース2、実験、ケース1、ここでは示さないが高岡の数値実験となっている。このため、音の大きさの決定には細長比が大きな役割をもち、実験で用いられている渦輪の細長比は0.1～0.2の間にあることが推測できる。また、図4,5の音の大きさの比が図6,7よりも小さいことは、渦音が $T_1$ の現象だけでなく、 $T_2$ あるいは $T_3$ の現象と深く結びついていると推測できる。一方、ある程度レイノルズ数が大きい場合、実験との一致を考えると、渦音への粘性の影響は重要でないと結論してよいであろう。

## 7. 結論

渦輪の衝突から発生する渦音の現象で細長比が重要であることを示した。計算と実験との比較により渦音の測定から実験の渦核の大きさあるいは循環の強さの評価を可能だと考えられる。また、渦輪の相互作用の様々なスケールを分けるのは細長比であるため、いくつかの細長比の計算を行うことで渦輪の相互作用の仕組みがより明確になるものと期待される。

### [参考文献]

1. I. Imai: '渦の運動' 数理解析研講究録 539 pp.1.
2. K. Ishii, K. Kuwahara and C.H. Liu: 'Navier-Stokes Calculation for Vortex Rings in an Unbounded Domain,' *Comp. Fluid Vol.* 22, 1993, pp. 589-605
3. T. Kambe, T. Minota and M. Takaoka: 'Oblique Collision of Two Vortex Rings and its Acoustic Emission,' *Phys. Rev. E*, Vol. 48, Sept. 1993, pp. 1866-1881
4. S. Kida, M. Takaoka and F. Hussain: 'Collision of Two Vortex Rings,' *J.Fluid Mech.* 230, 583(1991)
5. M.J. Lighthill: 'On Sound Generated Aerodynamically. I. General Theory,' *Proc. R. Soc. London*, A211 pp.564(1952)
6. P.G. Saffman: 'The Velocity of Viscous Vortex Rings.' *Stud. Appl. Math.* vol. 49, pp.371-380(1970)

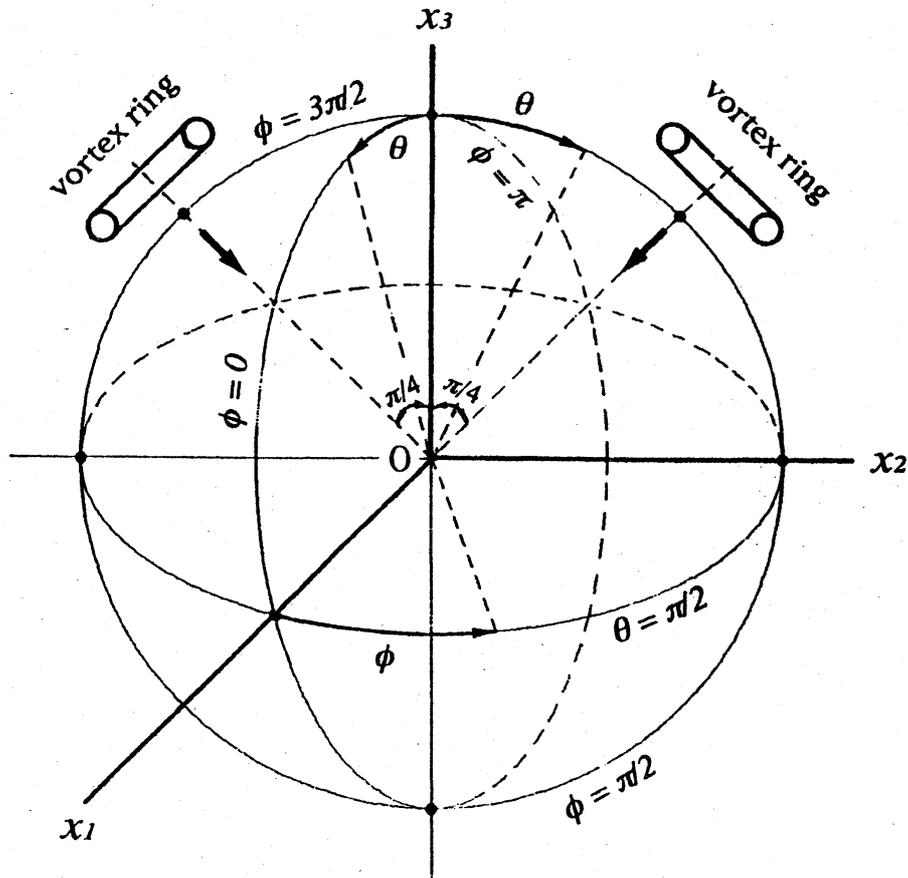


図1. 渦輪の衝突の概略図

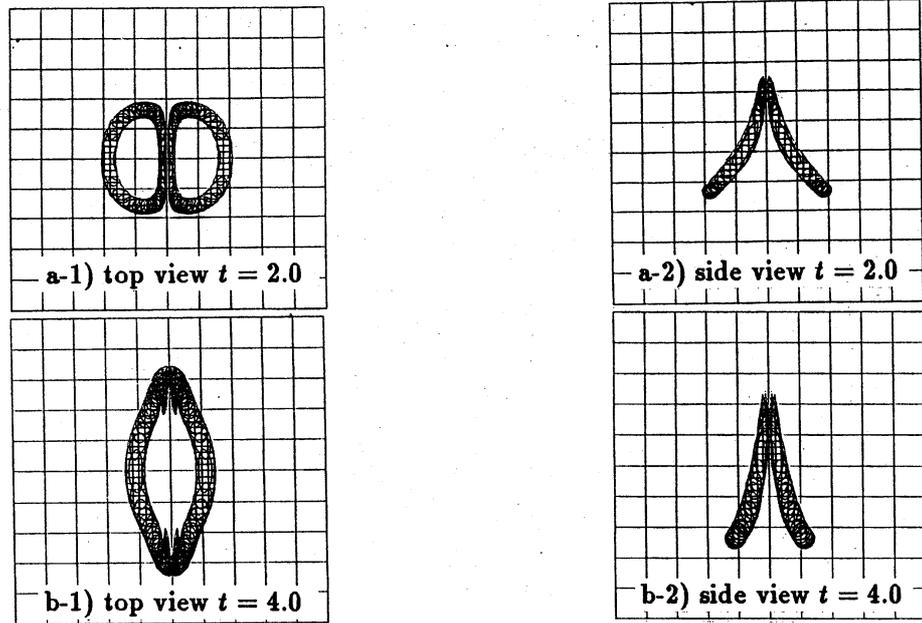


図 2. 細長比 $\lambda = 0.2$ の渦輪の衝突の等渦度面(最大値の40%)

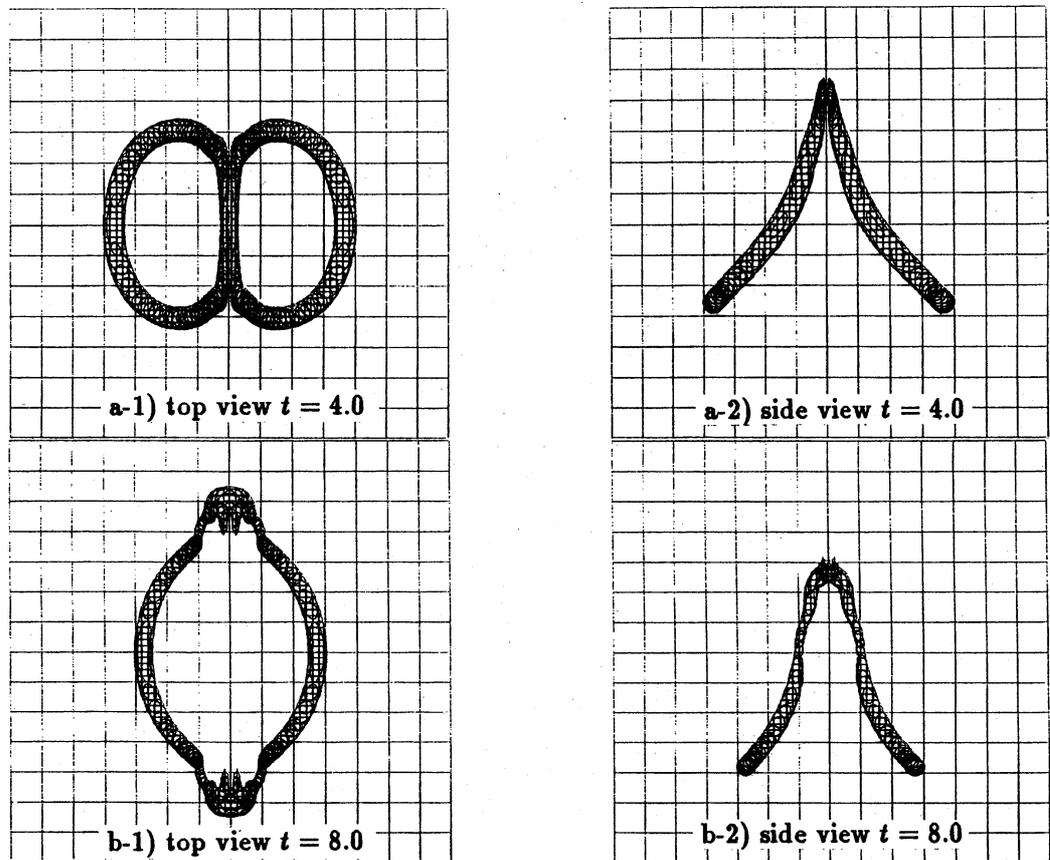


図 3. 細長比 $\lambda = 0.1$ の渦輪の衝突の等渦度面(最大値の40%)

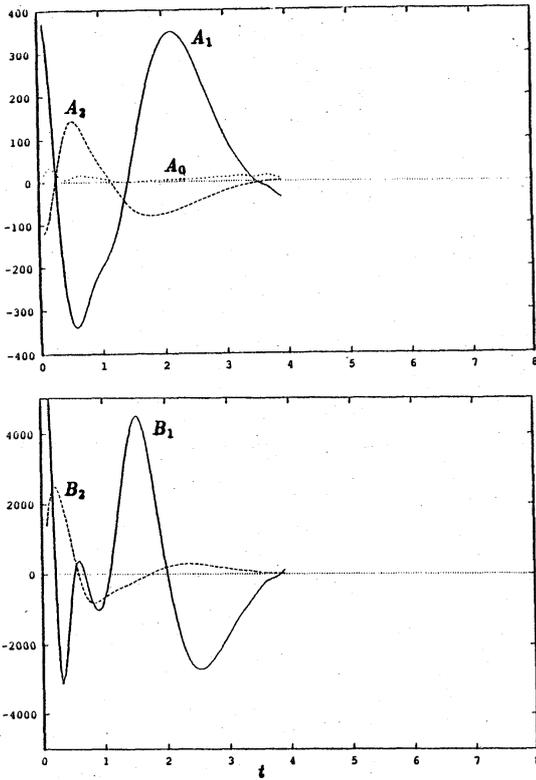


図4. モード振幅の時間発展 (細長比 $\lambda = 0.2$ )

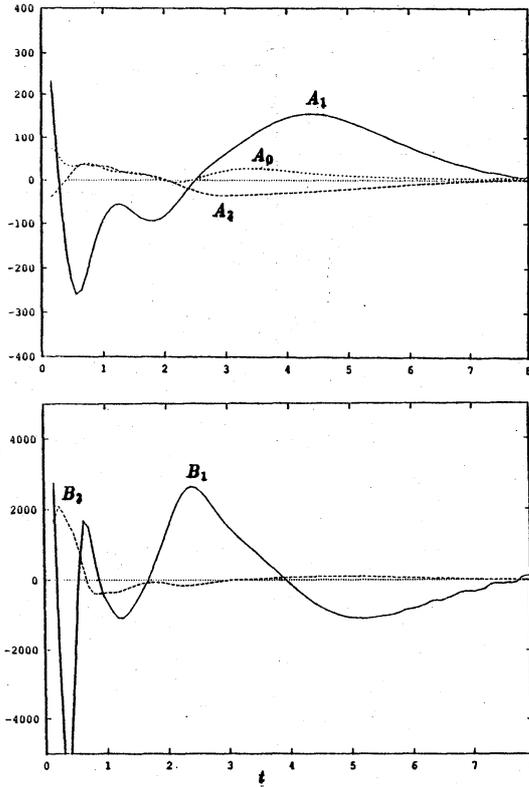


図5. モード振幅の時間発展 (細長比 $\lambda = 0.1$ )

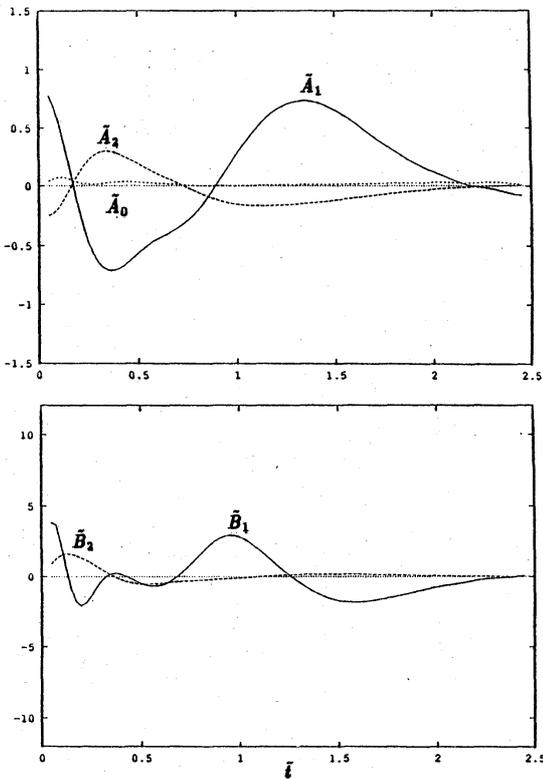


図6. 無次元化したモード振幅の時間発展 ( $\bar{t} = tU/R_0$ , 細長比 $\lambda = 0.2$ )

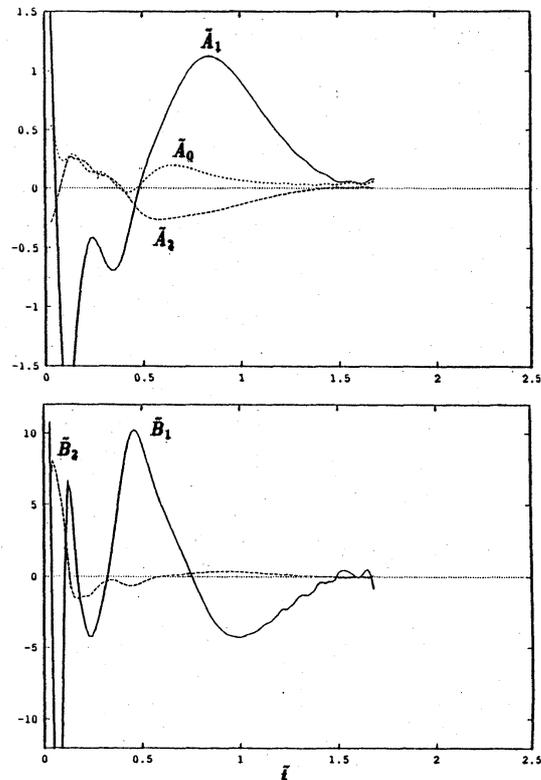


図7. 無次元化したモード振幅の時間発展 ( $\bar{t} = tU/R_0$ , 細長比 $\lambda = 0.1$ )

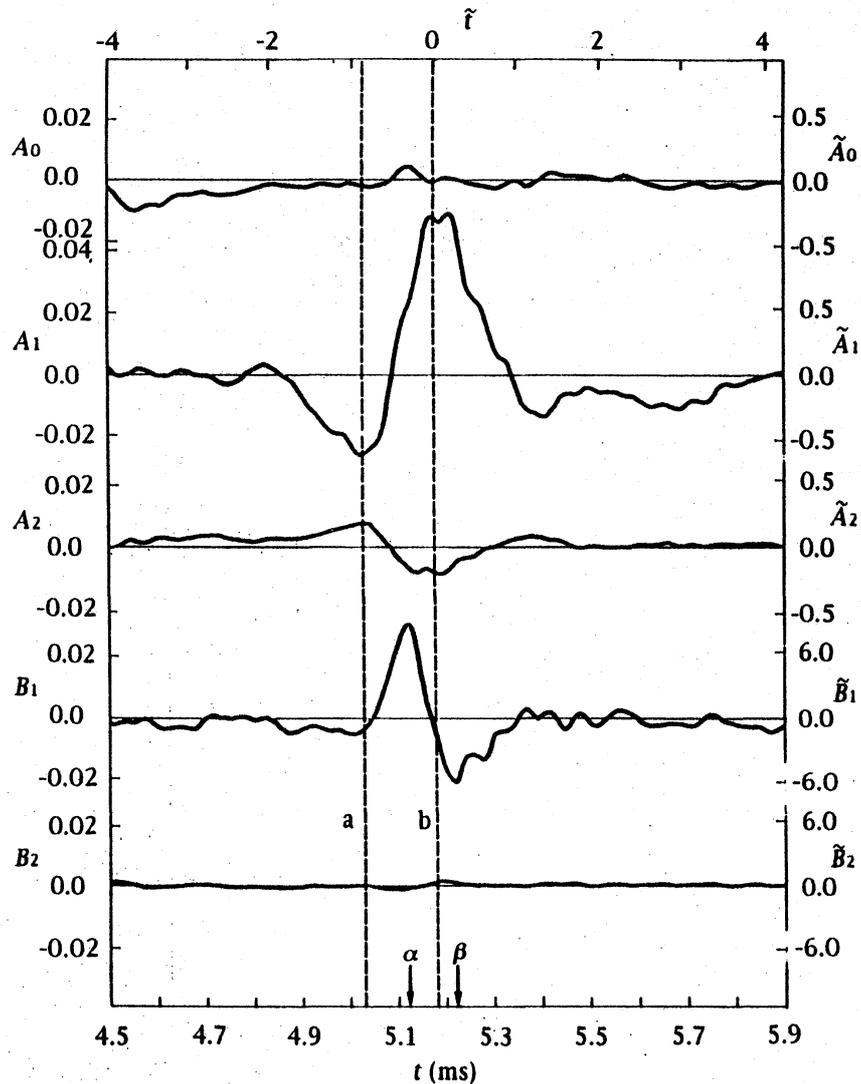


FIG. 7. Observed amplitudes of five dominant wave modes of Eq. (29) plotted against the time  $t$  (ms) with the origin fixed by the shock signal. The left and right ordinates denote the pressure scale in the unit Pa and the dimensionless scale, respectively. The upper time scale is dimensionless with the origin at the time  $b$ . The marked times are  $(a, b) = (5.031, 5.178)$  ms and  $(\alpha, \beta) = (5.124, 5.223)$  ms.

図 8. 無次元化したモード振幅の時間発展 (実験)