数理解析研究所講究録
1038 巻 1998 年 49-56

Simple K3 特異点方程式について

神戸大学総合人間科学研究科 門脇 圭治 (Keiji Kadowaki)
神戸大学発達科学部 高橋 正 (Tadashi Takahashi)

Abstract.

In the theory of two-dimensional singularities, simple elliptic singularities and cusp singularities are regarded as the next most reasonable class of singularities after rational singularities. What are natural generalizations in three-dimensional case of those singularities. They are purely elliptic singularities. Simple elliptic singularities and cusp singularities are characterized as two-dimensional purely elliptic singularities of (0,1)-type and of (0,0)-type, respectively.

The notion of a simple K3 singularity is defined as a three-dimensional isolated Gorenstein purely elliptic singularity of (0,2)-type. Yonemura calculate the weights of hypersurface simple K3 singularities by nondegenerate polynomials and obtained examples.

We consider the deformation of their defining equations and show the Mathematica programs.

1. 2次元超曲面孤立特異点

V を C^3 の解析集合とする。V 上の点 x_0 が孤立特異点であるとは、点 x_0 のある開近傍 W において $W \cap V - \{x_0\}$ が $W - \{x_0\}$ の smooth submanifold であることである。2次元超曲面孤立特異点には、特異点解消理論において、その構造の容易なクラスとして、以下のようなクラスがある。

(1) Rational singularities

$$
\begin{array}{llll}
A_n : x^{n+1} + y^2 + z^2 & , \text{ weights } (\frac{1}{n+1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) & , & n \geq 1 \ ; \\
D_n : x^{n-1} + y^2 + z^2 & , \text{ weights } (\frac{1}{n-1}, \frac{n-2}{2(n-1)}, \frac{1}{2}) & , & n \geq 4 \ ; \\
E_6 : x^4 + y^3 + z^2 & , \text{ weights } (\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}) \ ; & & \\
E_7 : x^3 y + y^3 + z^2 & , \text{ weights } (\frac{2}{9}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}) \ ; & & \\
E_8 : x^5 + y^3 + z^2 & , \text{ weights } (\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}) \ ; & &
\end{array}
$$

(2) Elliptic singularities

特異点 (X, x) が $\dot{P}_g(X, x) = 1$、かつ、Gorenstein ならば minimally elliptic という。

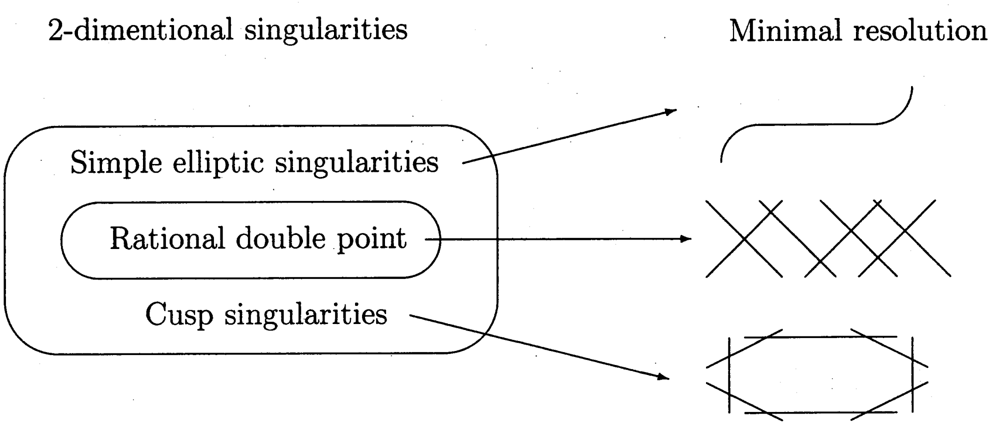
最小特異点解消の例外集合 A が smooth elliptic carve ならば simply elliptic という。$A^2 = -1, -2, -3$ のとき、(X, x) は次の重み付けられた同次多項式によって与えられた hypersurface singularity となる。

$$\widetilde{E_6} : x^3 + y^3 + z^3 + \alpha xyz = 0 \quad , \quad \text{weights}(\tfrac{1}{3}, \tfrac{1}{3}, \tfrac{1}{3}) \quad , \quad a^2 = -3$$
$$\widetilde{E_7} : x^4 + y^4 + z^2 + \alpha xyz = 0 \quad , \quad \text{weights}(\tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{2}) \quad , \quad a^2 = -2$$
$$\widetilde{E_8} : x^6 + y^3 + z^2 + \alpha xyz = 0 \quad , \quad \text{weights}(\tfrac{1}{6}, \tfrac{1}{3}, \tfrac{1}{2}) \quad , \quad a^2 = -1$$

(3) Cusp singularities

最小特異点解消の例外集合が曲線の交叉であり、かつ、その曲線が single rational curve か smooth rational curve のサイクルのどちらか一方であるならば、特異点 $x \in X$ を cusp singularities という。hypersurface cusp singularities は多項式 $T_{p,q,r} : x^p + y^q + z^r + \alpha xyz, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} < 1$ かつ $\alpha \neq 0$ によって与えられる。

以上の 2 次元超曲面孤立特異点を、その構造の複雑さで図示すると、以下のようになる。



2. 3 次元超曲面孤立特異点

Definition 1[WI]
次の二つの条件は同値である。この条件を満たすとき、3 次元特異点 (X, x) は simple K3 singularity である。

1) (X, x) が $(0,2) - type$ の Gorendtein purelly elliptic singularity である。

2) 任意の Q-factorial terminal modification $\delta : (Y, D) \to (X, x)$ に対して、例外因子 D が nomal K3 surface である。

simple K3 Singularity は、3 次元孤立 $(0,2) - type$ の Gorenstein pureiy elliptic singularity として特徴づけることができる。

Example
$f(x,y,z,w)$ を $p+q+r+s=h$ となる $type(p,q,r,s;h)$ の quasi-homogeneous 多項式とする。そして、$f(x,y,z,w)=0$ は C^4 の原点で孤立特異点をもつと仮定する。このとき、

原点は simple K3 singularity となる。

2次元超曲面孤立特異点の分類と同様に、3次元超曲面孤立特異点の分類に対しても、Newton 境界を用いることが有効である。

Newton 境界
(X,x) が非退化多項式 $f=\sum a_v x^v \in C[x_0,x_1,\cdots,x_n]$、そして、$x=0\in C^{n+1}$ によって定義された hypersurface singularity とする。f の Newton boundary $\Gamma(f)$ は R^{n+1} で $\cup_{a_n\neq 0}(n+{R_0}^{n+1})$ の凸包となる $\Gamma_+(f)$ のコンパクト面の和集合である。
$\Gamma_+(f)$ を任意の面 D とし、$f_D i=S_{n\in D}a_v X^v$ とする。このとき、$\frac{\partial f_\triangle}{\partial x_0}=\frac{\partial f_\triangle}{\partial x_1}=L=\frac{\partial f_\triangle}{\partial x_n}=0$ が $(C^*)^{n+1}$ で解を持たないならば、この f を非退化という。

Theorem[WI]
f を非退化多項式とする。そして、$X=\{f=0\}$ が $X=0\in C^{n+1}$ で孤立特異点を持つと仮定する。

1) (X,x) は $(1,1,\cdots,1)\in\Gamma(f)$ のとき、かつ、そのときに限って purely elliptic である。

2) n=3、D_0 を $\Gamma(f)$ の face、そして、D_0 が内点として $(1,1,\cdots,1)$ を含んでいる $\Gamma(f)$ とする。このとき (X,x) は simple K3 singularity となり、$\dim_R D_0=3$ となる。

3. Deformation

米村 [Y] は、超曲面 simple K3 singularities を、その非退化定義方程式によって分類し、95個の例を得た。我々は、この米村の分類結果を用いて、Simple K3 Singularity の weights のうち一番小さい weight をさらに小さくして、特異点の Deformation を行った。これにより Simple K3 sigularity は $h^1(X,x)=0$, $(0,1)-type$ に変形される。その際に用いた Mathematica Program を以下に示す。

Program1

```
f=. ; x=. ; y=. ; z=. ; w=. ; xx=. ; yy=. ; zz=. ; ww=. ; p0=. ; p1=. ;
p2=. ; t=. ;  a=. ; b=. ; c=. ; d=. ; k1=. ; k2=. ; rp=. ; rp1=. ;
rld={} ; rl=. ; r1=. ;r2=. ; r3=. ; rr=. ; rd1=. ;rd2=. ; rd3=. ;
total1=0 ; total2=0 ; s ; fdd={} ; c1=0 ; c2=0 ; sdd={} ; sc=0 ; fd=. ;
ss=. ; tota={} ; sp={} ; taitol = Yonemura[21][7]
f = w^5+w x^2+x^2y+y^5+x^2z+z^5
f = f
ss=Solve[ {D[f,x]==0,D[f,y]==0,D[f,z]==0,D[f,w]==0} ] ;
```

```
Do[If[ Length[ ss[[rp]] ]==4 , Do[
    If[ NumberQ[rr=x/.ss[[rp,rp1]]]==True , xx=rr  ,
     If[ NumberQ[rr=y/.ss[[rp,rp1]]]==True , yy=rr  ,
      If[ NumberQ[rr=z/.ss[[rp,rp1]]]==True , zz=rr  ,
       If[ NumberQ[rr=w/.ss[[rp,rp1]]]==True , ww=rr ]]]],{rp1,1,4}] ;
        If[ xx==0 && yy==0 && zz==0 && ww==0 ,
sc=sc+1 , sc=sc+0 ] , sc=sc+0], {rp,1,Length[ss]}] ;
If[ sc!=0 , Print[ Df_,{xx,yy,zz,ww} ] , Print[ Df_Warnning ]] ;
Do[fd[rp]=Exponent[f[[rp]],x]*x+Exponent[f[[rp]],y]*y+
Exponent[f[[rp]],z]*z+Exponent[f[[rp]],w]*w==1;
fdd = Join[ fdd,{fd[rp]}];,{rp,1,Length[f]}]
s = Solve[fdd] ;
Do[If[ NumberQ[rr=x/.s[[1,rp]]]==True , xx=rr  ,
    If[ NumberQ[rr=y/.s[[1,rp]]]==True , yy=rr  ,
     If[ NumberQ[rr=z/.s[[1,rp]]]==True , zz=rr  ,
      If[ NumberQ[rr=w/.s[[1,rp]]]==True , ww=rr ]]]] ,{rp,1,4}] ;
Print[ {xx,yy,zz,ww} ]
Do[If[ NumberQ[xx]!=True || NumberQ[yy]!=True || NumberQ[zz]!=True ||
NumberQ[ww]!=True ||xx==0 || yy==0 || zz==0 || ww==0 ,Break[];] ;
fg={{{},{},{},{}},{{},{},{},{}},{{},{},{},{}},{{},{},{},{}}};
fgw={};fgz={};fgy={};fgx={};fdg=. ;fgg={};fg1={};fg2={};fg3={};fg4={};
ad={f /.w->0,f /.z->0,f /.y->0,f /.x->0} ;
ax={x,y,z,w} ; axd={x,y,z,w} ;aq={{1,2,3},{1,2,4},{1,4,3},{4,2,3}} ;
Do[Do[If[ rp2==1 ,fdg={{ Exponent[ ad[[rp1,rp2]],x ] ,
Exponent[ ad[[rp1,rp2]],y ] , Exponent[ ad[[rp1,rp2]],z ] ,
Exponent[ ad[[rp1,rp2]],w ] }},
fdg=Join[fdg,{{ Exponent[ ad[[rp1,rp2]],x ] ,
Exponent[ad[[rp1,rp2]],y], Exponent[ad[[rp1,rp2]],z],
Exponent[ad[[rp1,rp2]],w]}}]],{rp2,1,Length[ad[[rp1]]]}];ax[[5-rp1]]=0;
Do[If[ 5-rp1==rp2 , Continue[] , ax[[rp2]]=0 ] ; e1=0 ; e2=0 ;
While[ ax[[ 1+Mod[rp2+e1,4] ]]==0 , e1++ ] ; e1=e1+1 ;
While[ ax[[ 1+Mod[rp2+e1+e2,4] ]]==0 , e2++] ;
For[ d1=0,d1<=Exponent[ad[[rp1]],axd[[1+Mod[rp2+e1+e2,4]]]],d1++ ,
For[ d2=0,d2<=Exponent[ad[[rp1]],axd[[1+Mod[rp2+e1-1,4]]]],d2++ ,
 ax[[1+Mod[rp2+e1-1,4]]]=d2 ; ax[[1+Mod[rp2+e1+e2,4]]]=d1 ;
 a=ax[[1]] ; b=ax[[2]] ; c=ax[[3]] ; d=ax[[4]] ;
Do[If[fdg[[rp3]]=={a,b,c,d},Do[If[ fg[[rp1,rp4]]=={{}},
fg[[rp1,rp4]]={{a,b,c,d}[[aq[[rp4]]]]}, fg[[rp1,rp4]]=
Join[ fg[[rp1,rp4]],{{a,b,c,d}[[aq[[rp4]]]]}]],{rp4,1,4}]],
{rp3,1,Length[fdg]}]]]; ax[[rp2]]=axd[[rp2]];
```

```
ax[[1+Mod[rp2+e1-1,4]]]=axd[[1+Mod[rp2+e1-1,4]]];
ax[[1+Mod[rp2+e1+e2,4]]]=axd[[1+Mod[rp2+e1+e2,4]]];,{rp2,1,4}];
ax[[5-rp1]]=axd[[5-rp1]];,{rp1,1,4}];fgd={fgw,fgz,fgy,fgx};
ftd={ftw={},ftz={},fty={},ftx={}};
Do[Do[If[ rp2==1,fgd[[rp1]]={ Line[ Join[fg[[rp2,rp1]],
{fg[[rp2,rp1,1]]}]]},fgd[[rp1]]=Join[ fgd[[rp1]],{
Line[ Join[fg[[rp2,rp1]],{fg[[rp2,rp1,1]]}]]}]],{rp2,1,4}];
ft=. ;
Do[ft[rp2]=Text[ f[[rp2]],{Exponent[f[[rp2]],If[rp1==4,w,x]],
Exponent[f[[rp2]],If[rp1==3,w,y]],Exponent[f[[rp2]],If[rp1==2,w,z]]}];
If[rp2==1,ftd[[rp1]]={ft[rp2]},ftd[[rp1]]=Join[ftd[[rp1]],{ft[rp2]}]],
{rp2,1,Length[f]}],{rp1,1,4}];
fgw=fgd[[1]] ; fgz=fgd[[2]] ; fgy=fgd[[3]] ; fgx=fgd[[4]] ;
ftw=ftd[[1]] ; ftz=ftd[[2]] ; fty=ftd[[3]] ; ftx=ftd[[4]] ;
Show[GraphicsArray[{{
 Graphics3D[{fgw,ftw},PlotRange->All,Boxed->False,
  ViewPoint->{5.985,5.361,4.054} ],
 Graphics3D[ {fgz,ftz},PlotRange->All,Boxed->False,
  ViewPoint->{5.985,5.361,4.054} ]},
{Graphics3D[ {fgy,fty},PlotRange->All,Boxed->False,
  ViewPoint->{5.985,5.361,4.054} ],
 Graphics3D[ {fgx,ftx},PlotRange->All,Boxed->False,
  ViewPoint->{5.985,5.361,4.054} ]}}],Boxed->False ],{rp,0,0}]
t=LCM[Denominator[xx],Denominator[yy],Denominator[zz],
Denominator[ww]]; a*xx*t + b*yy*t + c*zz*t + d*ww*t == 1*t ;
Do[If[ NumberQ[xx]!=True || NumberQ[yy]!=True ||
       NumberQ[zz]!=True || NumberQ[ww]!=True , Break[];];
For[ a=0 , a*xx*t<=1*t , a++ ,
 For[ b=0 , a*xx*t + b*yy*t <= 1*t , b++ ,
  For[ c=0 , a*xx*t + b*yy*t + c*zz*t <= 1*t , c++ ,
For[ d=0 , a*xx*t + b*yy*t + c*zz*t + d*ww*t <= 1*t , d++ ,
 If[ a*xx*t + b*yy*t + c*zz*t + d*ww*t == 1*t , p0={a,b,c,d};
total1=total1+1; If[ tota=={},tota={p0},tota=Join[tota,{p0}]];
For[ k1=1 , k1<=Length[ f ]-1 , k1++ ,
 p1={ Exponent[ f[[k1]],x ],Exponent[ f[[k1]],y ],
      Exponent[ f[[k1]],z ],Exponent[ f[[k1]],w ]};
    For[ k2=k1+1 , k2<=Length[ f ] , k2++ ,
     p2={ Exponent[ f[[k2]],x ],Exponent[ f[[k2]],y],
          Exponent[ f[[k2]],z ],Exponent[ f[[k2]],w]};
            s=Solve[{r1*p0[[1]]+r2*p1[[1]]+r3*p2[[1]]==1 &&
```

```
              r1*p0[[2]]+r2*p1[[2]]+r3*p2[[2]]==1 &&
              r1*p0[[3]]+r2*p1[[3]]+r3*p2[[3]]==1 &&
              r1*p0[[4]]+r2*p1[[4]]+r3*p2[[4]]==1},{r1,r2,r3}];
If[s!={},Do[If[ NumberQ[ rr=r1/.s[[1,rp1]] ]==True , rd1=rr ,
   If[ NumberQ[ rr=r2/.s[[1,rp1]] ]==True , rd2=rr ,
     If[ NumberQ[ rr=r3/.s[[1,rp1]]]==True , rd3=rr]]],{rp1,1,3}];
If[sp=={},sp={{{p0,p1,p2},{rd1,rd2,rd3}}},
   sp=Join[ sp,{{{p0,p1,p2},{rd1,rd2,rd3}}}]];
If[rd1>0 && rd2>0 && rd3>0,If[sdd=={},Print[sdd={{p0,p1,p2}}];
   Print[f+w^(Exponent[f,w]+1)+(x^p0[[1]])(y^p0[[2]])
   (z^p0[[3]])(w^p0[[4]])];total2=total2+1,
   Do[If[ (sdd[[rp1,1]]==p0 || sdd[[rp1,2]]==p0 || sdd[[rp1,3]]==p0)
   && (sdd[[rp1,1]]==p1 || sdd[[rp1,2]]==p1 || sdd[[rp1,3]]==p1) &&
   (sdd[[rp1,1]]==p2 || sdd[[rp1,2]]==p2 || sdd[[rp1,3]]==p2) ,
   c1=1 ; Break[]],{rp1,1,total2}];If[ c1==0,
   sdd = Join[ sdd,{{p0,p1,p2}}]; Print[ {{p0,p1,p2}}];
Print[f+w^(Exponent[f,w]+1)+(x^p0[[1]])(y^p0[[2]])
(z^p0[[3]])(w^p0[[4]])];total2=total2+1];c1=0;c2=0;]],If[sp=={},
sp={{{p0,p1,p2},{}}},sp=Join[sp,{{{p0,p1,p2},{}}}]];];
r1=. ; r2=. ; r3=. ; rd1=. ; rd2=. ;  rd3=. ;]];]]]]];
ffd={{},{},{},{}};fft={{},{},{},{}};rl={{},{},{},{}}; cf=0 ;
 Do[Do[If[rp2==1,a=1;b=2;c=3;a1=0;b1=0;c1=0,
        If[rp2==2,a=1;b=2;c=4;a1=0;b1=0;c1=Exponent[f,w]+1,
         If[rp2==3,a=1;b=4;c=3;a1=0;b1=Exponent[f,w]+1;c1=0,
            a=4;b=2;c=3;a1=Exponent[f,w]+1;b1=0;c1=0]]];
    Do[If[sdd[[rp1,1,rp3]]!=0,cf=cf+1,cf=cf+0],{rp3,1,4}];rld={{}};
     Do[If[sdd[[rp1,rp3,5-rp2]]==0,If[ rld[[1]]=={},
          rld[[1]]=sdd[[rp1,rp3]],rld=Join[rld,{sdd[[rp1,rp3]]}]]];,
          {rp3,1,3}];cf1=0;
    Do[If[rld[[rp3,4]]!=0,cf1=cf1+1,cf1=cf1+0],{rp3,1,Length[rld]}];
      cf3=0;Do[Do[If[f[[rp4]]==(x^rld[[rp3,1]])(y^rld[[rp3,2]])*
      (z^rld[[rp3,3]])(w^rld[[rp3,4]]),cf3=cf3+1,cf3=cf3+0],
      {rp4,1,Length[f]}],{rp3,1,Length[rld]}];
            If[ cf>2 || cf1==0 || cf3>1,rld=sdd[[rp1]]]; cf=0 ;
            If[ Length[rld]!=2,rl[[rp2]]={RGBColor[1,0,0],Line[{}]},
rl[[rp2]]={RGBColor[1,0,0],Line[{{rld[[1,a]],rld[[1,b]],rld[[1,c]]},
{rld[[2,a]],rld[[2,b]],rld[[2,c]]}}]}];
ffd[[rp2]]={RGBColor[0,0,1],Polygon[{{sdd[[rp1,1,a]],sdd[[rp1,1,b]],
sdd[[rp1,1,c]]},{sdd[[rp1,2,a]],sdd[[rp1,2,b]],sdd[[rp1,2,c]]},
{sdd[[rp1,3,a]],sdd[[rp1,3,b]],sdd[[rp1,3,c]]},{sdd[[rp1,1,a]],
```

```
 sdd[[rp1,1,b]],sdd[[rp1,1,c]]}}]};fft[[rp2]]={RGBColor[.3,0,0],
 Text[(x^sdd[[rp1,1,1]])(y^sdd[[rp1,1,2]])(z^sdd[[rp1,1,3]])
 (w^sdd[[rp1,1,4]]),{sdd[[rp1,1,a]],sdd[[rp1,1,b]],sdd[[rp1,1,c]]}]};
 If[rp2==1,flw={{RGBColor[0,0,1],{Line[{{a1,b1,c1},{sdd[[rp1,1,a]],
 sdd[[rp1,1,b]],sdd[[rp1,1,c]]}}],Line[{{a1,b1,c1},{sdd[[rp1,2,a]],
 sdd[[rp1,2,b]],sdd[[rp1,2,c]]}}],Line[{{a1,b1,c1},{sdd[[rp1,3,a]],
 sdd[[rp1,3,b]],sdd[[rp1,3,c]]}}]}}},
 flw=Join[flw,{{RGBColor[0,0,1],{Line[{{a1,b1,c1},{sdd[[rp1,1,a]],
 sdd[[rp1,1,b]],sdd[[rp1,1,c]]}}],Line[{{a1,b1,c1},{sdd[[rp1,2,a]],
 sdd[[rp1,2,b]],sdd[[rp1,2,c]]}}],Line[{{a1,b1,c1},{sdd[[rp1,3,a]],
 sdd[[rp1,3,b]],sdd[[rp1,3,c]]}}]}}}]],{rp2,1,4}];
Show[GraphicsArray[{{Graphics3D[{fgw,ftw,ffd[[1]],fft[[1]],flw[[1]],
 rl[[1]]},PlotRange->All,Boxed->False,ViewPoint->{5.985,5.361,4.054}],
 Graphics3D[{fgz,ftz,ffd[[2]],fft[[2]],flw[[2]],rl[[2]]},
 PlotRange->All,Boxed->False,ViewPoint->{5.985,5.361,4.054}]},
 Graphics3D[{fgy,fty,ffd[[3]],fft[[3]],flw[[3]],rl[[3]]},
 PlotRange->All,Boxed->False,ViewPoint->{5.985,5.361,4.054}],
 Graphics3D[{fgx,ftx,ffd[[4]],fft[[4]],flw[[4]],rl[[4]]},
 PlotRange->All,Boxed->False,ViewPoint->{5.985,5.361,4.054}]}}]],
 {rp1,1,Length[sdd]}],{rp,0,0}]
Print[ {total1,total2}]
```

Program2

```
Do[If[rp==1,fd={{Exponent[f[[rp]],x],Exponent[f[[rp]],y],
      Exponent[f[[rp]],z],Exponent[f[[rp]],w]}},
      fd=Join[fd,{{Exponent[f[[rp]],x],Exponent[f[[rp]],y],
      Exponent[f[[rp]],z],Exponent[f[[rp]],w]}}]],{rp,1,Length[f]}]
fv=fd;total3=0;total4=0;ff={};ff1={};sc=0;az={xx,yy,zz,ww}
Do[Do[If[IntegerQ[ az[[rp]]/az[[rp1]]]==True,Do[
  If[(a=fv[[rp2,rp]])>=1,For[b=1,a-b>=1,b++,
  fv[[rp2,rp]]=fv[[rp2,rp]]-1;
  fv[[rp2,rp1]]=fv[[rp2,rp1]]+az[[rp]]/az[[rp1]];
Do[If[rp3==1,fw=(x^fv[[rp3,1]])(y^fv[[rp3,2]])(z^fv[[rp3,3]])
  (w^fv[[rp3,4]]),
  fw=Plus[fw,(x^fv[[rp3,1]])(y^fv[[rp3,2]])(z^fv[[rp3,3]])
  (w^fv[[rp3,4]])]],{rp3,1,Length[fv]}];total3=total3+1;
s=Solve[ {D[fw,x]==0,D[fw,y]==0,D[fw,z]==0,D[fw,w]==0}];
Do[If[Length[s[[rp3]]]==4,Do[If[ NumberQ[rr=x/.s[[rp3,rp4]]]==True,
  xx1=rr,If[ NumberQ[rr=y/.s[[rp3,rp4]]]==True,yy1=rr,
```

```
            If[ NumberQ[rr=z/.s[[rp3,rp4]]]==True,zz1=rr,
              If[ NumberQ[rr=w/.s[[rp3,rp4]]]==True,ww1=rr]]]],
                {rp4,1,4}];
If[(xx1==0 && yy1==0 && zz1==0 && ww1==0),sc=sc+1,sc=sc+0],sc=sc+0],
  {rp3,1,Length[s]}];
If[sc!=0,total4=total4+1;If[ff=={},ff={fw},ff=Join[ff,{fw}]];
Print[{fw,Df_,{xx1,yy1,zz1,ww1}}],If[ff1=={},ff1={fw},
  ff1=Join[ff1,{fw}]];
Print[{fw,Df_Warnning}]];sc=0;xx1=.;yy1=.;zz1=.;ww1=.;];fv=fd],
  {rp2,1,Length[fv]}]],{rp1,rp+1,4}],{rp,1,3}]
Print[{total3,total4}]
Do[ Print[ff[[rp]]],{rp,1,Length[ff]}]
```

参 考 文 献

[1] K. Watanabe and S. Ishii、"On simple K3 singularities (in Japanese)"、Proc. of Con. on Algebraic Geometry at Tokyo Metropolitan Univ. (N. Sasakura, ed.)、pp. 20-31 (1988).

[2] T. Yonemura、"Hypersurface Simple K3 Singularities"、Tohoku Math. J, 42 、pp. 351-380 (1990).