数理解析研究所講究録
1057巻 1998年 88-102

一般線型群のモジュラー表現について

千葉大学自然科学研究科 宮地 兵衛
(Hyoue Miyachi)

素数pに関する有限一般線型群群のモジュラー表現について記す。

1 記号

以下有限群Gに対し$(K, \mathcal{O}, F)$を$\mathrm{ch}(K) = 0, \mathrm{ch}(F) = p > 0$である$G$の(十分大きい)$p$-モジュラー系とする。$R = \mathcal{O}, F$に対して$B_0(RG)$で$RG$の主ブロックを表すとする。$Z_n$は位数$n$の巡回群を表し、$D_n$は位数$n$の二面体群を表す。

2 動機

有限群のモジュラー表現論において、多元環としての群環のブロックの構造とその加群の圏について研究することは、重要な問題である。これに関してM.Brouéによる次の予想がある。

予想: PをGのSylow p-部分群とし、$N_G(P)$をPのGにおける正規化群とする。Pがアーベル群ならば$B_0(\mathcal{O}G)$と$B_0(\mathcal{O}N_G(P))$は導来同値か？

以降、$p = 3,\ 3 \parallel q+1,\ G = \mathrm{GL}(4,q)$ または $\mathrm{GL}(5,q)$ としたとき無限系列の群のブロック $B_0(\mathcal{O}G)$ について Broué の予想を肯定的に解くことを目指し、分かった結果を述べる。以降特に断らない限り $p = 3$, q は $3 \parallel q+1$ をみたす任意の素数べきとする。(記号'$\parallel$'はちょうど1回だけ割り切ることを意味する。) P は G の Sylow p-部分群を表すとする。

3　結果 I

Theorem 3.1. $G = \mathrm{GL}(5,q) \Rightarrow B_0(\mathcal{O}G)$ と $B_0(\mathcal{O}N_G(P))$ は森田同値である。

注意：$3 \parallel q+1$ の条件より $P \cong Z_3 \times Z_3$ である。$N_G(P) \cong Z_{q-1} \times ((Z_{q^2-1} \times Z_{q^2-1}) \rtimes D_8)$ であり、$B_0(\mathcal{O}G)$ と $B_0(\mathcal{O}P \rtimes D_8)$ は森田同値である。

Corollary 3.2. $G = \mathrm{PSL}(5,q) \Rightarrow B_0(\mathcal{O}G)$ と $B_0(\mathcal{O}N_G(P))$ は森田同値である。

4　結果 II

Theorem 4.1. $G = \mathrm{GL}(4,q) \Rightarrow B_0(FG)$ と $B_0(FA_8)$ は森田同値である。(8次の交代群 $A_8 \cong \mathrm{GL}(4,2)$)

注意：$N_G(P) \cong (Z_{q^2-1} \times Z_{q^2-1}) \rtimes D_8$

Corollary 4.2. $G = \mathrm{PSL}(4, q) \Rightarrow B_0(FG)$ と $B_0(FA_8)$ は森田同値である。

奥山[17]により、$B_0(FA_8)$ と $B_0(F(Z_3 \times Z_3) \rtimes D_8)$ は導来同値であるので次を得る。

Corollary 4.3. $G = \mathrm{GL}(4, q) \Rightarrow B_0(FG)$ と $B_0(FN_G(P))$ は導来同値である。

Corollary 4.4. $G = \mathrm{PSL}(4, q) \Rightarrow B_0(FG)$ と $B_0(FN_G(P))$ は導来同値である。

5 証明の方針

$G = \mathrm{GL}(4, q)$ のときの証明の方針を述べる。Dipper，James によって non-defining characteristic のときの一般線型群のモジュラー表現は一連の論文[2], [3], [11], [12], [13], [14], [7] と [8] において大変良く研究されている。特に、既約 $F\,\mathrm{GL}(n, q)$-加群は分割と $f(X) = X$ を除いた $\mathbb{F}_q$ 上のモニック既約多項式によって同型を除いてもとめられていて（例えば [7, p.266 8.Conclusions] 参照）、q-Schur 代数 [14] の概念を導入し分解行列を計算する大変有力なアルゴリズムを確立した。($n \leq 10$ のときは G.D.James [8] により分解行列は完全に計算が可能である。) また $F\,\mathrm{GL}(n, q)$-加群 $M_F(s, \lambda), S_F(s, \lambda), D_F(s, \lambda)$ 等が分かる。($S_F(s, \lambda)$ は、$M_F(s, \lambda)$ の部分加群であり、$D_F(s, \lambda)$ は $S_F(s, \lambda)$ の剰余加群である。詳

しくは[7]参照）

Step 1.[14, p.47 7.11 Theorem]により$\{D_F(1,\lambda) \mid \lambda \vdash 4\}$が既約$B_0(FG)$-加群の同型類である。($\lambda \vdash n$は$\lambda$が$n$の分割であることを表す。)

Step 2. [7, p.261 7.19 Theorem(iii)], [6]により$M_F(1,(3,1))$は分割$(3,1)$に対応したParabolic部分群の自明な加群をGへ誘導した加群である。また組成因子が2つの$D_F(1,(4))$と1つの$D_F(1,(3,1))$の単列加群であり、かつvertexが位数3の巡回群をもつScott加群である。有限群H、そのp-部分群Qにたいして、QをvertexにもつScott加群をScott(H,Q)と記すことにする。

Step 3. Fong-Srinivasanの定理([5, p. 147.(7A)] [14, p. 49.(7.13)])によって主ブロックに属する既約KG-加群を求める。Dipper.Jamesの記号を用いて次の9つであることを証明する。

$S_K(1,(4)), S_K(1,(3,1)), S_K(1,(2^2)), S_K(1,(2,1^2)), S_K(1,(1^4))$,
$S_K(\omega,(2)), S_K(\omega,(1^2)), (S_K(1,(2)) \circ S_K(\omega,(1)))\uparrow^G$,
$(S_K(1,(1^2)) \circ S_K(\omega,(1))) \uparrow^G$ (ωは$\mathbb{F}_{q^2}$における1の原始3乗根）記号'$\circ$'の説明：$R = K$,またはFに対しS_1, S_2がともに$R\,\mathrm{GL}(2,q)$-加群とする。$L_{(2^2)} = \mathrm{GL}(2,q) \times \mathrm{GL}(2,q)$とおく。$S_1 \otimes_R S_2$は$RL_{(2^2)}$-加群である。分割$(2^2)$に対応したParabolic部分群$P^+_{(2^2)}$の極大正規部分群を$U^+_{(2^2)}$とする。$P^+_{(2^2)}/U^+_{(2^2)} \cong L_{(2^2)}$であり、$S_1 \otimes_R S_2$は$RP_{(2^2)}$-加群とみることができる。($U^+_{(2^2)}$上自明

に作用している。）このようにみているとき、$S_1 \otimes_R S_2$ を $S_1 \circ S_2$ と記す。

5.0.1

Step 4. Dipper-Jamesのアルゴリズムで分解行列を計算する。

	(4)	$(3,1)$	(2^2)	$(2,1^2)$	(1^4)
$S_K(1,(4))$	1				
$S_K(1,(3,1))$	1	1			
$S_K(1,(2^2))$		1	1		
$S_K(1,(2,1^2))$	1	1	1	1	
$S_K(1,(1^4))$	1			1	1
$S_K(\omega,(2))$			1		
$S_K(\omega,(1^2))$					1
$(S_K(1,(2)) \circ S_K(\omega,(1)))\uparrow^G$				1	
$(S_K(1,(1^2)) \circ S_K(\omega,(1)))\uparrow^G$			1	1	1

列の分割 λ は $D_F(1,\lambda)$ を表す。（$D_F(1,(4))$ は自明な FG-加群）

またこの行列は次の意味も表している：

Step 5. 9つの既約 KG-加群の p-modular reductionした FG-加群はそれぞれ行列成分の1がある列の分割に対応した既約加群を組成因子にもつ。たとえば、$(S_F(1,(1^2)) \circ S_F(\omega,(1)))\uparrow^G$ は、組成因子が $D_F(1,(2^2)), D_F(1,(2,1^2)), D_F(1,(1^4))$ の加群である。

Step 6. 奥山の定理([16, p. 301, Lemma 2.2])により、自明なソースをもつ FG-加群のGreen対応子は自明なソースをもち、加え

て既約加群の Green 対応子は既約である。

Step 7. $\lambda \vdash 4, \lambda \neq (3,1)$ に対し $D_F(1,\lambda)$ は自明なソースをもつことを示す。証明法は、つぎのようである：Q を位数 3 の $\mathrm{GL}(2,q)$ の Sylow 3-部分群とすると Scott 加群 $\mathrm{Scott}(\mathrm{GL}(2,q),Q)$ の Heart の Green 対応子が $\mathrm{Scott}(N_{\mathrm{GL}(2,q)}(Q),Q)$ の Heart であることがわかる。(加群 V の Heart とは、$\mathrm{Rad}(V)/\operatorname{Soc}(V)$ のこと。$\mathrm{Scott}(\mathrm{GL}(2,q),Q)$ は自明な加群の射影被覆であり Dipper-James の記号では $M_F(1,(1^2))$ と書けている。$\mathrm{Scott}(N_{\mathrm{GL}(2,q)}(Q),Q)$ も同様に自明な加群の射影被覆であり $|Q|=3$ に限り Heart が既約になる。即ち自明なソースをもつことを示すのに一般の $p|q+1$ の設定ではこの議論は使えない。) Dipper-James の理論からすぐに $M_F(1,(1^2))$ の Heart は $D_F(1,(1^2))$ に同型であり、$D_F(1,(1^2)) \cong S_F(\omega,(1))$ がわかる。$F\,\mathrm{GL}(2,q)$-加群 $S_F(\omega,(1))$ が自明なソースをもつことを示せた。Step 4 の表示と Step 5 から証明を終える。Step 6 よりこれらの Green 対応子は自明なソースをもつ既約加群であることがわかる。

Step 8. $N_G(P) \cong (Z_{q^2-1} \times Z_{q^2-1}) \rtimes D_8$ を示す。全ての既約 $B_0(FN_G(P))$-加群は自明な加群 $I_{N_G(P)}$, 3 つの 1 次元の加群 $1_{1,N_G(P)}, 1_{2,N_G(P)}, 1_{3,N_G(P)}$, 2 次元の加群 $2_{N_G(P)}$ の 5 つであることが分かる。

Step 9. $D_F(1,(3,1))$ の Green 対応子の Top が $1_{i,N_G(P)}$ であるとす

ると任意の$\lambda \vdash 4$に対して$D_F(1,\lambda)$のGreen対応子は$1_{i,N_G(P)}$ではないことを示す。

Step 10. 加群の圏に関するLinckelmannの定理を用いる。以下にその定理を記し、使い方を述べる。

6 Equivalence of module categories

Definition 6.1 (Broué). A と B をF上の対称多元環とし、$\mathcal{M}$は$(B,\ A)-$両側加群、$\mathcal{N}$は$(A,\ B)-$両側加群とする。$\mathcal{M}$ と $\mathcal{N}$ がA と Bの**stable equivalence of Morita type** を誘導するとは、$\mathcal{M}$ と$\mathcal{N}$は右及び左加群として、射影的であり、かつ、ある射影的な$(A,\ A)$-両側加群Xとある$(B,\ B)$-両側加群Yが存在して両側加群の同型$\mathcal{N}\otimes_B\mathcal{M} = A\oplus X$ と $\mathcal{M}\otimes_A\mathcal{N} = B\oplus Y$が存在するときをいう。

Theorem 6.2 (Linckelmann). [*9, p.89 Theorem* 2.1] A と Bを直既約な既約でない自己入射的F上の多元環かつ、その半単純な商環は分離的であるとする。$\mathcal{M}$を左及び右加群として射影的$(B,\ A)$-両側加群でなおかつ、関手$-\otimes_B \mathcal{M}$は*F-stable equivalence* $\underline{\mathrm{mod}}(B) \cong \underline{\mathrm{mod}}(A)$を誘導すると仮定する。

(1) 同型を除いて、$(B,\ A)$-両側加群として$\mathcal{M}$ は一意的な非射影的直既約直和因子$\mathcal{M}'$ をもつ。

(2) $\mathcal{M}$ が (B, A)-両側加群として射影的な直和因子をもたず、A と B の *stable equivalence of Morita type* を誘導するならば、任意の既約 A-加群 S に対し $S \otimes_A \mathcal{M}$ は B-加群として直既約である。

加えて、任意の既約 A-加群 S に対し $S \otimes_A \mathcal{M}$ が既約 B-加群ならば、$\mathcal{M}$ は A と B の森田同値を誘導する。

6.0.2 館山での多元環の表現論シンポジウム報告集を読んで

以下 [17, p. 114] に従って知られていることを述べる。$B_0(G)$ を FG の主 p-ブロック、G の Sylow p-部分群 P はアーベル群であるとする。H を G における P の正規化群とする。$B_0(G)$ は、vertex$\Delta(P)$ をもつ直既約な $F[G \times G]$-加群である。そして、$B_0(G)$ は $F[G \times H]$-加群として、vertex $\Delta(P)$ をもつ一意的直既約因子 $\mathcal{M}(1)$ をもつ。加えて, $\mathcal{M}(1)$ は $(B_0(G), B_0(H))$-加群である。$\mathcal{N}(1) = \mathrm{Hom}_{B_0(G)}(\mathcal{M}(1), B_0(G))$ とおく。

$(B_0(G), B_0(G))$ -加群として

$$\mathcal{M}(1) \otimes_{B_0(H)} \mathcal{N}(1) = B_0(G) \oplus \mathrm{some}\,(B_0(G), B_0(G))\text{ -加群}$$

$(B_0(H), B_0(H))$ -加群として

$$\mathcal{N}(1) \otimes_{B_0(G)} \mathcal{M}(1) = B_0(H) \oplus \mathrm{some}\,(B_0(H), B_0(H))\text{ -加群}$$

6.1 Stable equivalence of Morita type

$\Delta(P) = \{(g,g) | g \in P\}$ とする。

P の各部分群 Q に対して、$\mathcal{M}(Q)$ を $F[C_G(Q) \times C_H(Q)]$-加群

として vertex $\Delta(P)$ をもつ $B_0\,(C_G(Q))$ の一意的な直既約因子とする。そして、$\mathcal{N}(Q)$ を上と同様に定義する。[1] ,[15], ([17] も参照)、によって、関手 $-\otimes_{B_0(G)}\mathcal{M}(1)$ で $B_0(G)$ と $B_0(H)$ が *stable equivalence of Morita type* になるための必要十分条件を知ることができる：$B_0(G)$ と $B_0(H)$ が関手 $-\otimes_{B_0(G)}\mathcal{M}(1)$ と $-\otimes_{B_0(H)}$ $\mathcal{N}(1)$ で *stable equivalent of Morita type* であることの必要十分条件は P の自明でない任意の部分群 Q に対して、$B_0\,(C_G(Q))$ と $B_0\,(C_H(Q))$ 関手 $-\otimes_{B_0(C_G(Q))}\mathcal{M}(Q)$ と $-\otimes_{B_0(C_H(Q))}\mathcal{N}(Q)$ で F 上森田同値であることである。このとき、$-\otimes_{B_0(G)}\mathcal{M}(1)$ と $-\otimes_{B_0(H)}\mathcal{N}(1)$ は **Green 対応** と一致する。([17], [1] 参照)

6.2

<u>Step 12.</u> P の自明でない部分群の中心加群を求める。P の生成元をつぎのように取る：$P=\langle x\rangle\times\langle y\rangle$ かつ x,y は $Diag\{1,1,\omega,\omega^q\}$ に $\mathrm{GL}(4,q^2)$-共役かつ xy は $Diag\{\omega,\omega^q,\omega,\omega^q\}$ に $\mathrm{GL}(4,q^2)$-共役。$\mathrm{GL}(4,q)$ と $N_G(P)$ の主3-ブロックが、$\mathcal{M}(1)$ と $\mathcal{N}(1)$ で Stable equivalent of Morita type であることをいうのに、P の２つの巡回部分群 $\langle x\rangle,\langle xy\rangle$ のときを考察すれば十分であることがわかる。

中心化群の構造は次の表ように表される。

Group	Structure of $C_G(Q)$	Structure of $C_{N_G(Q)}(Q)$
$\langle x\rangle$	$\mathrm{GL}(1,q^2)\times\mathrm{GL}(2,q)$	$Z_{q^2-1}\times(Z_{q^2-1}\rtimes Z_2)$
$\langle xy\rangle$	$\mathrm{GL}(2,q^2)$	$(Z_{q^2-1}\times Z_{q^2-1})\rtimes Z_2$

<u>Step 13.</u> $B_0(\mathrm{GL}(2,q))$ と $B_0(Z_{q^2-1}\rtimes Z_2)$ の森田同値を示す。$Q=\langle x\rangle$, $C_G(Q)\cong Z_{q^2-1}\times\mathrm{GL}(2,q)$, $C_N(Q)\cong Z_{q^2-1}\times(Z_{q^2-1}\rtimes Z_2)$ であるので $Z_{q^2-1}\rtimes Z_2$ と $\mathrm{GL}(2,q)$ の森田同値を Linckelmann の定理を用いてしめせば十分である。$L_1=Z_{q^2-1}\rtimes Z_2$ とする。既約 $B_0(\mathrm{GL}(2,q))$-加群 $D_F(1,(2))=S_F(1,(2))$ と $D_F(1,(1^2))\cong S_F(\omega,(1))$ は自明なソースをもち、$B_0(L_1)\cong B_0(Z_3\rtimes Z_2)$ である。既約 $B_0(L_1)$-加群 I_{L_1} と 1_{L_1} は自明なソースをもつ。従って、奥山の定理 ([16, p. 301, Lemma 2.2]) と Theorem 6.2 によって、$B_0(\mathrm{GL}(2,q))$ と $B_0(L_1)$ の森田同値を誘導する関手 $-\otimes_{B_0(\mathrm{GL}(2,q))}\mathcal{M}_1$ と $-\otimes_{B_0(L_1)}\mathcal{N}_1$ が存在する。

<u>Step 14.</u> $B_0(\mathrm{GL}(2,q^2))$ と $B_0((Z_{q^2-1}\times Z_{q^2-1})\rtimes Z_2)$ の森田同値を示す。$Q=\langle xy\rangle$ とする。$G_2=C_G(Q)\cong\mathrm{GL}(2,q^2)$, $L_2=C_N(Q)\cong(Z_{q^2-1}\times Z_{q^2-1})\rtimes Z_2$ とする。$3\mid q^2-1$ であるから、この場合では L.Puig [10] によって $B_0(\mathrm{GL}(2,q^2))$ と $B_0(L_2)$ の森田同値を誘導する関手 $-\otimes_{B_0(\mathrm{GL}(2,q^2))}\mathcal{M}(Q)$ と $-\otimes_{B_0(L_2)}\mathcal{N}(Q)$ が存在する。

以上により、$B_0(G)$ と $B_0(N_G(P))$ が $-\otimes_{B_0(G)}\mathcal{M}(1)$ が誘導する *Stable equivalent of Morita type* であることが示される。

<u>Step 15.</u> $3 \parallel q_1+1, q_2+1$ をみたす素数べき q_1, q_2 に対し $\mathrm{GL}(4, q_1)$ と $\mathrm{GL}(4, q_2)$ の主ブロックは森田同値であることを示す。各 $i = 1, 2$ に対して P_i を $\mathrm{GL}(4, q_i)$ の Sylow 3-部分群とする。$B_0(N_{G_1}(P_1)) \cong B_0((Z_3 \times Z_3) \rtimes D_8) \cong B_0(N_{G_2}(P_2))$ であるので、　により $1_{1,N_{G_1}(P_1)}$ と $1_{1,N_{G_2}(P_2)}$ をそれぞれ、既約 $B_0(N_{G_1}(P_1))$-加群 と $B_0(N_{G_2}(P_2))$-加群でありかつ各 q_i に対し $D_F(1, (3, 1))$ の Green 対応子の Top に同型とし、$1_{1,N_{G_1}(P_1)}$ はブロックの同型を通して $1_{1,N_{G_2}(P_2)}$ に対応すると仮定してよい。

従って、$\underline{\mathrm{mod}}(B_0(N_{G_1}(P_1)))$ から $\underline{\mathrm{mod}}(B_0(N_{G_2}(P_2)))$ への関手 $\mathcal{G}$ を、ブロックの同型 $B_0(N_{G_1}(P_1)) \cong B_0(N_{G_2}(P_2))$ から誘導される $1_{1,N_{G_1}(P_1)}$ を $1_{1,N_{G_2}(P_2)}$ に写しかつ他の既約 $B_0(N_{G_1}(P_1))$-加群を他の既約 $B_0(N_{G_2}(P_2))$-加群へ写すものとしてとることができる。

$\underline{\mathrm{mod}}(B_0(G_1))$ から $\underline{\mathrm{mod}}(B_0(G_2))$ への関手 $- \otimes_{B_0(G_1)} \mathcal{M}$ を次の図式のように $(- \otimes_{B_0(N_{G_2}(P_2))} \mathcal{N}(1)) \circ \mathcal{G} \circ (- \otimes_{B_0(G_1)} \mathcal{M}(1))$ とおく:

$$\begin{tikzcd}
\underline{\mathrm{mod}}(B_0(G_1)) \arrow[r, "- \otimes_{B_0(G_1)} \mathcal{M}"] \arrow[d, "- \otimes_{B_0(G_1)} \mathcal{M}(1)"'] & \underline{\mathrm{mod}}(B_0(G_2)) \\
\underline{\mathrm{mod}}(B_0(N_{G_1}(P_1))) \arrow[r, "\mathcal{G}"'] & \underline{\mathrm{mod}}(B_0(N_{G_2}(P_2))) \arrow[u, "- \otimes_{B_0(N_{G_2}(P_2))} \mathcal{N}(1)"']
\end{tikzcd}$$

すると、関手 $- \otimes_{B_0(G_1)} \mathcal{M}$ は Linkelmann の定理の仮定をみたす。(i.e. 全ての既約加群を既約加群へ写す両側加群で構成さ

れた関手) なので、この関手 $-\otimes_{B_0(G_1)} \mathcal{M}$ は $B_0(G_1)$ と $B_0(G_2)$ の森田同値を誘導する。

Step 16. 自明なソースをもつ加群の議論をいままで扱っていて、Puig equivalence まで言うことが出来る。ブロックの同値性が F 上から $\mathcal{O}$ 上に持ち上がる。以上が証明の方針である。

7

$G = GL(5, q)$ の場合では、すべての既約 $B_0(G)$-加群は同型を除いて $D_F(1,(5)), D_F(1,(3,2)), D_F(1,(2^2)), D_F(1,(2,1^2)), D_F(1,(1^5))$ の 5 つで、いずれも自明なソースをもつことが分かる。GL$(4, q)$ の場合と同様に局所的な中心化群のブロック間の森田同値を特別な関手 $\mathcal{M}(Q)$ で示し、$B_0(G)$ と $B_0(N_G(P))$ が特別な関手 $\mathcal{M}(1)$ で Stable equivalence of Morita type であることがわかる。全ての既約 $B_0(G)$-加群の Green 対応子が既約なので、Linckelmann の定理より森田同値をいうことが出来る。あとは Step 16 と同じ。

8 Corollary について

$n = 4$ または 5 とする。$G = \mathrm{GL}(n, q)$ とおく。$G = C_G(P)SL(n, q)$ をしめす。E.C.Dade のブロックの同型に関する定理 [4, Theorem] より G と $SL(n, q)$ の主ブロックは同型である。主ブロックなので p'-正規部分群で割ってもブロックは同型であるから Corollary

が言える。

参考文献

[1] M. Broué, *Equivalences of blocks of group algebras*, in In Proceedings of the International Conference on Representations of Algebras, V.Dlab and L.L.Scott, eds, Finite Dimensional Algebra and Related Topics, Ottawa, 1992, Kluwer Academic Publishers, 1–26.

[2] R. Dipper, *On the decomposition numbers of the finite general linear groups*, Trans. Amer. Math. Soc. 290 (1985), 315–344.

[3] ——, *On the decomposition numbers of the finite general linear groups II*, Trans. Amer. Math. Soc. 292 (1985), 123–133.

[4] E.C.Dade, *Remarks on isomorphic blocks*, J.Algebra, 45 (1977), 254–258.

[5] P. Fong and B. Srinivasan, *The blocks of finite general linear and unitary groups*, Invent. math. 69 (1982), 109–153.

[6] G. D. James, *Representations of general linear groups*, London Mathematical Society Lecture Notes 94 (Cambrige Universitiy Press), 1984.

[7] ——, *The irreducible representations of the finite general linear groups*, Proc. London Math. Soc, 52 (1986), 236–268.

[8] ——, *The decompsion matrices of $GL_n(q)$ for $n \leq 10$*, Proc. London Math. Soc. 10 (1989), 225–265.

[9] M. LINCKELMANN, *Stable equivalences of Morita type for self-injective algebras and p-groups*, Math.Z. 223 (1996), 87–100.

[10] L. PUIG, *Algèbres de source de certains blocs des groupes de Chevalley*, Astérisque, 181-182 (1990), 221–236.

[11] R.DIPPER AND G.D.JAMES, *Identification of the irreducible modular representaions of $GL_n(q)$*, J.Algebra, 104 (1986), 266–288.

[12] ——, *Representations of Hecke algebras of general linear groups*, Proc. London Math. Soc. 52 (1986), 20–52.

[13] ——, *Blocks and idemportents of Hecke algebras of general linear groups*, Proc. London Math. Soc. 54 (1987), 57–82.

[14] ——, *The q-Schur algebra*, Proc. London Math. Soc. 59 (1989), 23–50.

[15] J. Rickard, *Splendid equivalences:Derived categories and permutaion modules*, Proc. London Math. Soc, 72 (1996), 331–358.

[16] T.Okuyama, *Module correspondence in finite groups*, Hokkaido Mathematical Journal, 10 (1981), 299–318.

[17] ——, *Some examples of derived equivalent blocks of finite groups*, in 第6回多元環の表現論シンポジウム報告集,（越谷重夫·佐藤眞久偏）, ed. 館山, Dec 1996, 108–122.

[18] 永尾汎·津島幸男, 有限群の表現, 裳華房, 1987.