数理解析研究所講究録
1193巻 2001年 104-104

Domany-Kinzel モデルの双対性
Dualities for the Domany-Kinzel model

今野 紀雄 (横浜国立大学)
Norio KONNO (Yokohama National University)

本講演では以下の Domany-Kinzel モデル (1) の duality (双対性) について発表を行なった.

Domany-Kinzel モデルは, 以下で記述される 1 次元離散時間マルコフ過程である. ξ_n^A を $A \subset 2\mathbf{Z}$ から出発したときの時刻 n における粒子の集合とする. 時間発展は
(i) $P(x \in \xi_{n+1}^A | \xi_n^A) = f(|\xi_n^A \cap \{x-1, x+1\}|)$,
(ii) ξ_n^A が与えられたとき, $\{x \in \xi_{n+1}^A\}$ は独立, 但し,

$$f(0) = 0, \qquad f(1) = p, \qquad f(2) = q \qquad (0 \leq p, q \leq 1)$$

で定義される. 従って, このモデルは $S = \{s = (x, n) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z}_+ : x + n = \text{偶数}\}$ 上で考えることが出来る. ここで, $\mathbf{Z}_+ = \{0, 1, 2, \ldots\}$.

特に, $q = 2p - p^2$ のときは, 方向性のあるボンド・パーコレーションに, $q = p$ のときは, 方向性のあるサイト・パーコレーションに一致する. また, 方向性のある混合型サイト-ボンド・パーコレーションは, サイトの open な確率が α で, ボンドの open な確率が β で与えられるモデルであるが, このとき $p = \alpha\beta$, $q = \alpha(2\beta - \beta^2)$ という関係にある.

この Domany-Kinzel モデルに関する参考文献として, 例えば Durrett[(2)] の第5章や今野 (3) がある.

本講演では, thinning の概念を取り入れ, 単位時間を適宜 1/2, 1/4 に分割することにより, Domany-Kinzel モデル (と DK dual) に対する 3 種類の duality の関係について, Sudbury の研究 (4) と我々の研究 (5) のアプローチの違いなどを検討しつつ報告した. その中で, Sudbury が連続時間のペア型相互作用をもつ無限粒子系に対して最近得た self-duality の結果 (4) に対応する我々の結果についても併せて発表を行なった (6).

参考文献

(1) E. Domany and W. Kinzel: Equivalence of cellular automata to Ising models and directed percolation. *Phys. Rev. Lett.* **53**(1984) 311-314.
(2) R. Durrett: *Lecture Notes on Particle Systems and Percolation* Wadsworth, Inc., California (1988).
(3) 今野紀雄: ある無限粒子系の局所性と大域性ー Domany-Kinzel モデルの相転移現象, 数理科学, (1999)10月号, 37-43.
(4) A. Sudbury: Dual families of interacting particle systems on graphs, *J. Theor. Prob.* **13** (2000) 695-716.
(5) M. Katori, N. Konno, and H. Tanemura: Survival probabilities for discrete-time models in one dimension, *J. Stat. Phys.* **99** (2000) 603-612.
(6) M. Katori, N. Konno, A. Sudbury, and H. Tanemura: in preparation.