数理解析研究所講究録
1531巻 2007年 55-62

LARGE INDUCTIVE DIMENSION OF REMAINDERS OF SMIRNOV COMPACTIFICATIONS

赤池 祐次 (YUJI AKAIKE)
(呉工業高等専門学校)
(KURE NATIONAL COLLEGE OF TECHNOLOGY)
知念 直紹 (NAOTSUGU CHINEN)
(沖縄工業高等専門学校)
(OKINAWA NATIONAL COLLEGE OF TECHNOLOGY)
友安 一夫 (KAZUO TOMOYASU)
(都城工業高等専門学校)
(MIYAKONOJO NATIONAL COLLEGE OF TECHNOLOGY)

1. 序章

本稿で使用される記号と用語は [7] と [8] に従う. $\mathbb{N}$ を自然数全体, $\mathbb{R}$ を実数全体, $\mathbb{R}_+ = [0,\infty)$ とし, 距離空間 (X,d) の部分空間 Y の部分距離を $d|_Y$ とする. また, $\mathbb{R}^n$ の通常の距離を d_n で表す.

次に, (X,d) を距離空間とする. $C^*(X)$ を X 上の実数値有界連続関数全体で一様収束位相が入っているものとし, $U_d^*(X)$ を距離空間 (X,d) 上の実数値有界一様連続関数全体とする. $U_d^*(X)$ を $C^*(X)$ の部分集合と考えると閉部分環となり, $U_d^*(X)$ により生成されたコンパクト化を Smirnov コンパクト化といい u_dX と表記する. この表記からも分かるように Smirnov コンパクト化は距離に依存するコンパクト化であり, 以下の特徴付けは Smirnov コンパクト化をよく表している. 詳しいことは [12] あるいは [14] を参照するとよい.

Proposition 1.1. [14, Theorem 2.5] (X,d) をコンパクトでない距離空間とすると次は同値である.

(1) X のコンパクト化 αX と u_dX は同値である,
(2) 互いに素な閉集合 $A,B\subset X$ に対して, $\mathrm{Cl}_{\alpha X} A\cap \mathrm{Cl}_{\alpha X} B=\emptyset$ であることと $d(A,B)>0$ とは同値である.

任意の有界な閉集合がコンパクトであるような距離空間を**プロパーな距離空間**という. ここで, コンパクトでないプロパーな距離空間の Smirnov コンパクト化の剰余は距離化可能ではないことが知られおり, この点が Smirnov コンパクト化の剰余を研究する上での困難性となっている. また, 歴史的には Smirnov コンパクト化は δ 空間, すなわち近接空間の研究に伴い導入されたコンパクト化である. 一般的には, 完全正則空間 X において, X の位相に合致する δ 位相, すなわち (X,δ) の族と X のコンパクト化の族の間に一対一の対応が存在し, その対応は (X,δ) に対してその Smirnov コンパクト化 $u_\delta X$ を対応させることによって得られることが知られている. このことは, Smirnov コンパクト化を与えるこ

とにより，そのもともとの空間の δ 位相を決定できることを意味しており，空間の δ 位相を研究する上で Smirnov コンパクト化を研究することは重要となってくる．また，Smirnov 自身により，正規かつ可算型である δ 空間 X において，$\dim(u_\delta X \setminus X) = 0$ である必要十分条件として X が近接縁コンパクトでコンパクトでないことが示されている (cf. [12])．しかし，Smirnov コンパクト化の剰余の次元に関しては 0 次元となる特徴付けに関してしか現在に至るまで知られていない状況である．このような歴史的な背景を踏まえて本研究の目標は Smirnov コンパクト化の剰余の次元を研究対象とし，現時点で得られた結果について紹介する．

可分な距離化可能空間 X に対しては $\dim X = \operatorname{ind} X = \operatorname{Ind} X$ ということはよく知られた事実だか，Stone-Čech コンパクト化の剰余に関して，以下のことはよく知られている．

Proposition 1.2. (X, d) をコンパクトでないプロパーな距離空間とする．互いに素な X の局所有限な閉集合族 $\{E_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ が存在し，すべての $i \in \mathbb{N}$ に対して $\dim E_i = \dim X$ のとき，次が成立する．

$$\dim(\beta X \setminus X) = \operatorname{ind}(\beta X \setminus X) = \operatorname{Ind}(\beta X \setminus X) = \dim X.$$

特に、X をコンパクトでない n 次元位相多様体とするとき，次が成立する．

$$\dim(\beta X \setminus X) = \operatorname{ind}(\beta X \setminus X) = \operatorname{Ind}(\beta X \setminus X) = n.$$

Proof. [4, Lemma 1] より，$\dim X \leq \dim(\beta X \setminus X)$．また，[7, Theorem 7.1.2, 7.2.7 and 7.2.8] より $\dim(\beta X \setminus X) \leq \operatorname{ind}(\beta X \setminus X) \leq \operatorname{Ind}(\beta X \setminus X)$．さらに，[7, Theorem 7.1.3 and Theorem 7.1.15] より $\operatorname{Ind}(\beta X \setminus X) \leq \operatorname{Ind} \beta X = \operatorname{Ind} X$．以上により，

$$\dim X \leq \dim(\beta X \setminus X) \leq \operatorname{ind}(\beta X \setminus X) \leq \operatorname{Ind}(\beta X \setminus X) \leq \operatorname{Ind} X.$$

[7, Theorem 7.3.2] より $\dim X = \operatorname{Ind} X$ だから，

$$\dim(\beta X \setminus X) = \operatorname{ind}(\beta X \setminus X) = \operatorname{Ind}(\beta X \setminus X) = \dim X.$$

□

距離空間 (X, d) の Smirnov コンパクト化の剰余において，一般的には，次の等式 $\dim(u_d X \setminus X) = \operatorname{ind}(u_d X \setminus X) = \operatorname{Ind}(u_d X \setminus X)$ が成立するか否かに関しては特に知られていなかったのであるが，筆者達は [2] において以下のことを示した．

Theorem 1.3. d_n を $\mathbb{R}^n$ 上の通常の距離とする．このとき，次が成立する．

$$\dim(u_{d_n}\mathbb{R}^n \setminus \mathbb{R}^n) = \operatorname{ind}(u_{d_n}\mathbb{R}^n \setminus \mathbb{R}^n) = \operatorname{Ind}(u_{d_n}\mathbb{R}^n \setminus \mathbb{R}^n) = n.$$

また，次の結果は距離を変えると Smirnov コンパクト化の剰余はどんな次元にもなることを示している．

Example 1.4. 任意の $n \in \mathbb{N}$ と任意の $k \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$ に対して，$\mathbb{R}^n$ 上の距離 $\rho_{n,k}$ が存在して次を満たす．

$$\dim(u_{\rho_{n,k}}\mathbb{R}^n \setminus \mathbb{R}^n) = \operatorname{ind}(u_{\rho_{n,k}}\mathbb{R}^n \setminus \mathbb{R}^n) = \operatorname{Ind}(u_{\rho_{n,k}}\mathbb{R}^n \setminus \mathbb{R}^n) = k.$$

上述の３つの結果から次のような問題が自然に出てくる．

Question 1.5. $\dim(u_d\mathbb{R}^n \setminus \mathbb{R}^n) = n$ あるいは $\dim(u_d\mathbb{R}^n \setminus \mathbb{R}^n) \leq n$ となるための十分条件を与えよ．

もっと一般的に，次のような問題も考えられる．

Question 1.6. X をコンパクトでない位相多様体でプロパーな距離 d を持つものとする．このとき，$\dim(u_dX \setminus X) = \dim X$ あるいは $\dim(u_dX \setminus X) \leq \dim X$ となるための十分条件を与えよ．

Smirnov コンパクト化とは別に，最近注目されているコンパクト化として Higson コンパクト化がある (cf. [6], [10], [11])．この Higson コンパクト化は Smirnov コンパクト化と同様，距離に依存するコンパクト化であり，それゆえにプロパーな距離空間における Smirnov コンパクト化と Higson コンパクト化は類似した点がいくつか知られている．そのため，Smirnov コンパクト化の剰余の次元を調べることは Higson コンパクト化の剰余の次元の研究につながると考えられる．G. Yu は１９９０年代後半から現在にかけて次のことを証明した：もし幾何的な有限群 Γ の漸近次元が有限ならば，基本群 Γ である多様体に関して Novikov 予想と Gromov-Lawson 予想の両方とも成立する (cf. [5])．また，この予想において，n 次元 aspherical 多様体が重要な研究対象になるのだが，その多様体を研究することはその多様体の普遍被覆が $\mathbb{R}^n$ になっている場合を調べれば十分であり，また，その Higson コンパクト化の剰余を調べることが重要になる (cf. [5])．このようなことから，Question 1.5 と 1.6 は対象となるコンパクト化を Higson コンパクト化に置き換えた問題に関しても重要になる．

ここで，最初に距離に依存する大域的 (グローバル) な性質，一様局所連結性を導入する．

Definition 1.7 (cf. [13]). 距離空間 (X, d) が **一様局所連結** であるとは，任意の $\varepsilon > 0$ に対して，ある $\delta > 0$ が存在し，$d(x, y) < \delta$ を満たす $x, y \in X$ に対し，X のある連結部分集合 P で $\{x, y\} \subset P$ かつ $\operatorname{diam} P < \varepsilon$ を満たすものが取れるときをいう．

[1] において，一様局所連結性と Smirnov コンパクト化の関係を示した．すなわち，一様局所連結でプロパーな距離空間の Smirnov コンパクト化は完全であることを証明した．この事実を使うと，$(\mathbb{R}^n_+, d_n|_{\mathbb{R}^n_+})$ は一様局所連結だからその Smirnov コンパクト化は完全であることがわかる．このことと [3] により $(\mathbb{R}_+, d_1|_{\mathbb{R}_+})$ の Smirnov コンパクト化の剰余は indecomposable continuum となる．また，Smirnov コンパクト化の完全性と [9, Theorem 6.4] の証明により $(\mathbb{R}^n, d_n)$ $(n \geq 3)$ あるいは $(\mathbb{R}^k_+, d_k|_{\mathbb{R}^k_+})$ $(k \geq 2)$ の Smirnov コンパクト化の剰余は unicoherent continuum であることがわかる．

ここでは一様局所連結な１次元位相多様体の Smirnov コンパクト化の剰余を調べて以下の結果が得られた．

Theorem 1.8. X をプロパーな距離 d を持つ1次元位相多様体とする．もし (X,d) が一様局所連結ならば，$\dim(u_dX \setminus X) = \operatorname{ind}(u_dX \setminus X) = \operatorname{Ind}(u_dX \setminus X) = 1$ を満たす．

この定理は Question 1.6 の $\dim X = 1$ のときの1つの解だが，実際はより一般的な定理を得ることができ，この結果を踏まえて，一様局所連結性と Smirnov コンパクト化の剰余の次元の関係を本稿では論ずる．

2. 1次元複体と一様局所連結性

この章は距離化可能な1次元複体を対象に主問題 1.6 を考える．まず，無限で稠密という概念を導入する．

Definition 2.1. (X,d) をプロパーな距離空間とする．X の部分集合 D が ∞ **で稠密**であるとは，任意の $\varepsilon > 0$ に対し，ある X のコンパクト集合 K_ε で $D \cap (X \setminus K_\varepsilon)$ が $X \setminus K_\varepsilon$ で ε-稠密となっているときをいう．

この概念を使うと，Woods によって次のことが示されている (cf. [14])．

Proposition 2.2. (X,d) をプロパーな距離空間とし，D を (X,d) での ∞ で稠密な閉部分集合とする．このとき，$u_dX \setminus X$ は $u_{d|_D}D \setminus D$ と同相である．

Stone-Čech コンパクト化においては，このような結果はほとんど期待できないが，それゆえに，Smirnov コンパクト化の特徴になっている．また，Theorem 1.3, 1.8 と Proposition 2.2 を適用すると以下の結果が得られる．

Corollary 2.3. $n \geq 2$ である任意の自然数 $n \in \mathbb{N}$ に対し，$\mathbb{R}^n$ の ∞ で稠密な部分集合で $\mathbb{R}_+$ と同相なものは，部分距離 $d_n|_X$ に関して一様局所連結ではない．

$\mathbb{R}^n$ を箱型に無限に行くに従って細かくなるように分割をとり，その 1-skelton をとる，すなわち，$\mathbb{R}^n$ に無限のジャングルジムを作る．無限に行くに従って網目が小さくなることにより，その無限のジャングルジムは一様局所連結になり，$\mathbb{R}^n$ の中で ∞ で稠密になる．よって，Theorem 1.3 と Proposition 2.2 より，以下の例が得られる．

Example 2.4. 任意の $n \in \mathbb{N}$ に対して，コンパクトでない1次元多面体 X とあるプロパーな距離 d_X で以下を満たすものが存在する：
(1) (X, d_X) は一様局所連結．
(2) $\dim(u_{d_X}X \setminus X) = \operatorname{ind}(u_{d_X}X \setminus X) = \operatorname{Ind}(u_{d_X}X \setminus X) = n$.

上記の例は Theorem 1.3 を1次元複体に拡張できないことを示しているが，網目の大きさが無限に行くにしたがって小さくならなければ，次元が上がらないことを次の定理で示した．

Theorem 2.5. (X,d) をコンパクトでない 1 次元多面体で次の条件を満たす三角形分割 $\mathcal{T}$ を持つものとする：

(1) d はプロパー.

(2) (X,d) は一様局所連結.

(3) ある $\alpha>0$ が存在して，$\bigcup\{|\sigma| : \sigma\in\mathcal{T}\setminus\mathcal{T}^{(0)}, \operatorname{diam}|\sigma|<\alpha\}$ がコンパクト.

このとき，$\dim(u_dX\setminus X)=\operatorname{ind}(u_dX\setminus X)=\operatorname{Ind}(u_dX\setminus X)=1$.

3. 一様局所連結性と 2 次元以上の位相多様体の SMIRNOV コンパクト化の剰余

2 次元以上の位相多様体の Smirnov コンパクト化の剰余の次元について考察する．まず最初に $\mathbb{R}^n$ について調べる．この場合は一様局所連結性を持ちながら，n 以下のすべての次元を取ることがわかる．

Proposition 3.1. $1\le k\le n$ を満たす任意の $k,n\in\mathbb{N}$ に対して，$\mathbb{R}^n$ 上のあるプロパーな距離 d で $(\mathbb{R}^n,d)$ が一様局所連結かつ $\dim(u_d\mathbb{R}^n\setminus\mathbb{R}^n)=\operatorname{ind}(u_d\mathbb{R}^n\setminus\mathbb{R}^n)=\operatorname{Ind}(u_d\mathbb{R}^n\setminus\mathbb{R}^n)=k$ を満たすものが存在する．

また，$\mathbb{R}^n$ という条件でなければ，つまり一般的な多様体であれば次元が上がることもわかる．

Example 3.2. $2\le n<k$ を満たす任意の $n,k\in\mathbb{N}$ に対して，あるコンパクトでないプロパーな距離を持つ n 次元位相多様体 (M,d) で一様局所連結かつ $\dim(u_dM\setminus M)=\operatorname{ind}(u_dM\setminus M)=\operatorname{Ind}(u_dM\setminus M)=k$ を満たすものが存在する．

Corollary 2.3 の証明から次の例が得られるので，Proposition 3.1 の中の一様局所連結性をはずしても次元が上がることが分る．

Example 3.3. $2\le n<k\le\infty$ を満たす任意の $k,n\in\mathbb{N}\cup\{\infty\}$ に対し，ある $\mathbb{R}^n$ 上の距離 $\rho_{k,n}$ で $(\mathbb{R}^n,\rho_{k,n})$ が一様局所連結でなく $u_{\rho_{k,n}}\mathbb{R}^n\setminus\mathbb{R}^n$ と $u_{d_k}\mathbb{R}^k\setminus\mathbb{R}^k$ が同相となるものが取れる．すなわち，

$$\dim(u_{\rho_{k,n}}\mathbb{R}^n\setminus\mathbb{R}^n)=\operatorname{ind}(u_{\rho_{k,n}}\mathbb{R}^n\setminus\mathbb{R}^n)=\operatorname{Ind}(u_{\rho_{k,n}}\mathbb{R}^n\setminus\mathbb{R}^n)=k.$$

上述の 2 つの例をふまえれば，Question 1.5 の中の十分条件として，一様局所連結性が考えられる．

Question 3.4. $(\mathbb{R}^n,d)$ が一様局所連結であれば，$\dim(u_d\mathbb{R}^n\setminus\mathbb{R}^n)\le n$ を満たすか？

一様局所連結性で代表的な空間は，同じ形が同程度の距離だけ離れて無限に繰り返すような空間，すなわち，無限被覆空間がその典型的な例なのだが，問題は無限被覆空間の距離の導入の仕方になる．当然，底空間の距離を利用するので，被覆写像の局所同相性を使用して局所的に距離を無限被覆空間に導入する．おなじ形がおなじ距離だけ離れていることを実現するために，各シートは同程度離れ

ているとする．また，大域的な条件として被覆写像が一様連続であることを条件に加えて次のように定義を導入する．

Definition 3.5. コンパクト距離空間 (X,d) の被覆空間 $((\widetilde{X},\widetilde{d}),p)$ が **thin** であるとは以下の条件を満たすときをいう．

(1) $\widetilde{d}$ は $\widetilde{X}$ のプロパーな距離．

(2) 被覆写像 $p:(\widetilde{X},\widetilde{d})\to(X,d)$ は一様連続．

(3) 次の条件を満たす X の有限開被覆 $\mathcal{U}$ が存在する．

  (*i*) 任意の $U\in\mathcal{U}$ に対して，$\widetilde{U}=p^{-1}(U)$ が互いに素な開集合族，すなわち，シート $\{U_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ の和でかけ，かつ任意の $n\in\mathbb{N}$ に対して，$p|_{U_n}:(U_n,\widetilde{d}|_{U_n})\to(U,d|_U)$ が等長写像となる．このとき，U を p **により均等に被覆された開集合**という．

  (*ii*) 任意のシート $\{U_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ に対して，$m\neq n$ であれば，ある $R>0$ で $\widetilde{d}(\mathrm{Cl}_{\widetilde{X}}U_n,\mathrm{Cl}_{\widetilde{X}}U_m)>R$ となるものが存在する．

Definition 3.5(2) は他の条件を仮定すると導けそうだが，次の例により，それができないことが分る．

Example 3.6. $\mathbb{S}^1$ の2点 x,x' に対して，$\mathbb{S}^1$ で x と x' を連結させる2つの弧 $A_0(x,x'),A_1(x,x')$ で $\mathbb{S}^1=A_0(x,x')\cup A_1(x,x')$ となるものが取れる．このとき，$\rho(x,x')=\min\{\ell(A_0(x,x')),\ell(A_1(x,x'))\}$ と定めると ρ は $\mathbb{S}^1$ 上の距離となる．但し，$\ell(A_i(x,x'))$ は $A_i(x,x')$ の弧の長さである．ここで，

$$\begin{aligned}
Y_{n,0} &= \{(\cos 4\pi t,\sin 4\pi t, t2^{-n})\in\mathbb{R}^3 : 0\le t\le 1/2\},\\
Y_{n,1} &= \{(\cos 4\pi t,\sin 4\pi t,(2^{-n}-2)(1-t)+1)\in\mathbb{R}^3 : 1/2\le t\le 1\},\\
Y_n &= Y_{n,0}\cup Y_{n,1}\ \text{かつ}\\
Y &= \bigcup_{n\in\mathbf{Z}}(\mathbf{n}+Y_{|n|})
\end{aligned}$$

と定める． 但し，$\mathbf{n}=(0,n)$ である．このとき，$p_n:Y_n\to\mathbb{S}^1$ を $p_n(\cos 4\pi t,\sin 4\pi t,z)=(\cos 2\pi t,\sin 2\pi t)$ かつ $p=\bigcup_{n\in\mathbb{N}}(\pi_n)^{-1}\circ p_n:Y\to\mathbb{S}^1$ と定める．但し，$\pi_n:Y_n\to\mathbf{n}+Y_n$ は自然な同相写像とする．ここで，$\mathbb{S}^1\times\mathbb{R}$ 上の距離 $\widetilde{d}$ を $\widetilde{d}((x_0,y_0,z_0),(x_1,y_1,z_1))=\max\{\rho((x_0,y_0),(x_1,y_1))/2,|z_0-z_1|\}$ により定める．すると $p:(Y,\widetilde{d})\to(\mathbb{S}^1,\rho)$ は Definition 3.5 の (1) と (3) を満たすが (2) は満たしていないので thin 被覆空間ではない．

コンパクトな位相多様体の thin 被覆空間は一様局所連結になる．また，もっと一般に次のことがわかる．

Lemma 3.7. $((\widetilde{X},\widetilde{d}),p)$ をコンパクト距離空間 (X,d) の *thin* 被覆空間とする．このとき，X が局所連結であれば，$(\widetilde{X},\widetilde{d})$ は一様局所連結となる．

コンパクトな n 次元位相多様体の thin 被覆空間の Smirnov コンパクト化の剰余の被覆次元は n になることがわかる．もっと一般に次のことがわかる．

Proposition 3.8. $((\widetilde{X},\widetilde{d}),p)$ を n 次元コンパクト距離空間 (X,d) の無限 *thin* 被覆空間であるとする．このとき，$u_{\widetilde{d}}\widetilde{X}\setminus\widetilde{X}$ は $\dim Z_i\leq n$ を満たす有限個の $Z_1,Z_2,\ldots,Z_k$ の和となる．特に，$\dim(u_{\widetilde{d}}\widetilde{X}\setminus\widetilde{X})=n$ となる．

プロパーな距離空間 (X,d) の Smirnov コンパクト化の剰余 $u_dX\setminus X$ は距離化可能ではないので，$\dim(u_dX\setminus X)=\operatorname{ind}(u_dX\setminus X)=\operatorname{Ind}(u_dX\setminus X)$ かどうかはよく分らない．しかし，Smirnov コンパクト化の剰余はコンパクトな正規空間なので，$\dim(u_dX\setminus X)\leq\operatorname{ind}(u_dX\setminus X)\leq\operatorname{Ind}(u_dX\setminus X)$ は知られている (cf. [7],[8])．よって，コンパクト n 次元位相多様体の thin 被覆空間の Smirnov コンパクト化の剰余の大きな帰納的次元 (Ind) を調べることが重要となる．Theorem 2.5 を応用することで以下のことを示した．

Theorem 3.9. $((\widetilde{X},\widetilde{d}),p)$ をコンパクトな 2 次元位相多様体 (X,d) の無限 *thin* 被覆空間とする．このとき，$\dim(u_{\widetilde{d}}\widetilde{X}\setminus\widetilde{X})=\operatorname{ind}(u_{\widetilde{d}}\widetilde{X}\setminus\widetilde{X})=\operatorname{Ind}(u_{\widetilde{d}}\widetilde{X}\setminus\widetilde{X})=2$ となる．

Corollary 3.10. $(\mathbb{R}^2,\rho)$ をあるコンパクトな 2 次元位相多様体の無限 *thin* 被覆空間とするとき，$\dim(u_\rho\mathbb{R}^2\setminus\mathbb{R}^2)=\operatorname{ind}(u_\rho\mathbb{R}^2\setminus\mathbb{R}^2)=\operatorname{Ind}(u_\rho\mathbb{R}^2\setminus\mathbb{R}^2)=2$ となる．

これは Question 1.5 の 1 つの解になっている．Corollary 3.10 の $\mathbb{R}^2$ は一様局所連結である．

4. 問題

Theorem 1.8 から，さらに一般的に以下のような問題が考えられる．

Question 4.1. $(\mathbb{R}_+,d)$ をプロパーな距離 d を持ち，一様局所連結であるとする．このとき，$u_d\mathbb{R}_+\setminus\mathbb{R}_+$ と $u_{d_1|_{\mathbb{R}_+}}\mathbb{R}_+\setminus\mathbb{R}_+$ は同相であるか．

Proposition 3.8 から以下の問題群が自然に持ち上がる．

Question 4.2. コンパクトな n 次元位相多様体 (X,d) の無限 *thin* 被覆空間 $((\widetilde{X},\widetilde{d}),p)$ に対して，以下は常に成立するか？

$$\dim(u_{\widetilde{d}}\widetilde{X}\setminus\widetilde{X})=\operatorname{ind}(u_{\widetilde{d}}\widetilde{X}\setminus\widetilde{X})=\operatorname{Ind}(u_{\widetilde{d}}\widetilde{X}\setminus\widetilde{X})=n$$

Question 4.3. あるプロパーな距離空間 (X,d) で $\dim(u_dX\setminus X)<\operatorname{Ind}(u_dX\setminus X)$ を満たすようなものは存在するか？

Question 4.4. プロパーな距離空間 (X,d) で $\operatorname{Ind}(u_dX\setminus X)<\infty$ であれば，$\dim(u_dX\setminus X)=\operatorname{Ind}(u_dX\setminus X)$ であるか？

5. 謝辞

Example 3.2 に関して貴重な意見を下さった筑波大学の酒井克郎氏に謝意を表します．

References

[1] Y. Akaike, N. Chinen and K. Tomoyasu, *Perfectness of the Higson and Smirnov compactifications*, to appear in Colloq. Math.

[2] Y. Akaike, N. Chinen and K. Tomoyasu, *Large inductive dimension of the Smirnov remainder*, to appear in Houston J. Math.

[3] D. P. Bellamy, *A non-metric indecomposable continuum*, Duke Math. J. 38 (1971), 15–20.

[4] A. Calder, *The cohomotopy groups of Stone-Čech increments*, Indag. Math. 34 (1972), 37–44.

[5] A. N. Dranishnikov, *Asymptotic topology*, Uspekhi Mat. Nauk 55 (2000), no. 6(336), 71–116; translation in Russian Math. Surveys 55 (2000), no. 6, 1085–1129

[6] A.N. Dranishnikov, J. Keesling and V.V. Uspenskij, *On the Higson corona of uniformly contractible spaces*, Topology 37 (1998), 791-803.

[7] R. Engelking, *General Topology*, Helderman Verlag, Berlin, 1989.

[8] R. Engelking, *Theory of Dimension Finite and Infinite*, Helderman Verlag, Berlin, 1995.

[9] A. Illanes P., *Hereditary multicoherence degree and multicoherence degree of remainders of perfect extensions*, Glasnik Math. 42 (1987), 463–479.

[10] J. Keesling, *The one-dimensional Čech cohomology of the Higson compactification and its corona*, Topology Proceedings 19 (1994), 129-148.

[11] J. Keesling, *Subcontinua of the Higson corona*, Top. Appl. 80 (1997), 155-160.

[12] Y. Kodama and K. Nagami, *General topology* (*Japanese*), Iwanami, Tokyo, 1974.

[13] S. B. Nadler, Jr., *Continuum theory. An introduction*, Monographs and Textbooks in Pure and Applied Math., 158. Marcel Dekker, Inc., New York, 1992.

[14] R.G. Woods, *The minimum uniform compactification of a metric space*, Fund. Math. 147 (1995), 39-59.

Kure National College of Technology, 2-2-11 Aga-Minami Kure-shi Hiroshima 737- 8506, Japan
E-mail address: `akaike@kure-nct.ac.jp`

Okinawa National College of Technology, Nago-shi Okinawa 905-2192, Japan
E-mail address: `chinen@okinawa-ct.ac.jp`

Miyakonojo National College of Technology, 473-1 Yoshio-cho Miyakonojo-shi Miyazaki 885-8567, Japan
E-mail address: `tomoyasu@cc.miyakonojo-nct.ac.jp`