数理解析研究所講究録
第1589巻 2008年 85-94

消耗品ビジネスにおける
価格付け問題へのロジットモデルの適用

流通科学大学 情報学部　小出　武 (Takeshi KOIDE)
Faculty of Information Sciences, University of Marketing and Distribution Sciences
大阪大学大学院 経済学研究科　三道 弘明 (Hiroaki SANDOH)
Graduate School of Economics, Osaka University

1　はじめに

キャノンのプリンタと交換インク，Britaの家庭浄水器とフィルタ，ジレットの髭剃りと替え刃のように，本体の価格は低めであるが，交換部品の価格を高く設定したビジネスは消耗品ビジネスと呼ばれ注目されている [1]．筆者らはこれまで，消耗品ビジネスの価格設定に焦点を当てた数理モデルを展開し，消耗品ビジネスの特性について論じた [2]．本研究では消費者の購買行動選択に対して2項ロジットモデル [3,4] を導入し，消耗品ビジネスにおける最適価格について議論する．以下では，プリンタや浄水器，髭剃りをシステム本体と呼び，交換インク，フィルタ，替え刃などを消耗品と呼ぶことにする．

2　問題設定

(1) 独占市場を考える．すなわち，価格を決定するのは生産者である．

(2) システム本体，消耗品の販売価格をそれぞれ P_1 (≥ 0), P_2 (≥ 0) とする．P_1, P_2 は生産者の決定変数である．

(3) システム本体には $l > 0$ 個の消耗品が付属されて販売される．ただし，$P_1 < lP_2$ とする．

(4) 付属消耗品を除くシステム本体の製造原価を a_0，消耗品の製造原価を b とする．付属消耗品も考慮したシステム本体の製造原価を $a = a_0 + bl$ とする．

(5) 消費者は，システムの利用形態からパワーユーザ（タイプ1）とノーマルユーザ（タイプ2）の2つのセグメントに分けられる．

(6) タイプ i $(i = 1, 2)$ の消費者はシステム本体の寿命が尽きるまでに μ_i 個の消耗品を消費する．ただし，$\mu_1 > \mu_2 > l$ とする．

(7) 消費者はシステム本体と消耗品の価格，および将来購入するであろう消耗品の個数 μ_i を考慮して，システム本体を購入するかどうか意思決定する．

(8) タイプ i $(i = 1, 2)$ の消費者がシステムを利用することによって得られる便益を α_i とする．ただし，$\frac{\alpha_1}{\mu_1} > \frac{\alpha_2}{\mu_2}$ とする．また価格が消費者 i の効用に及ぼす負の度合いを β とする．α_i, β は消費者の購買確率から推定する．

(9) タイプ i の消費者のセグメントサイズを $N_i > 0$ とする．

3 定式化

タイプ i $(i=1,2)$ の消費者がシステムを購入したときの確定効用 V_i は,

$$V_i = \alpha_i - \beta\{P_1 + P_2(\mu_i - l)\} \tag{1}$$

と表せる. また購入しない場合の効用は 0 である. 消費者のシステム購買行動に 2 項ロジットモデル [3,4] を適用すると, タイプ i $(i=1,2)$ の消費者がシステムを購入する確率 p_i は,

$$p_i = \frac{e^{V_i}}{e^{V_i} + e^0} = \frac{1}{1 + e^{-V_i}} \tag{2}$$

と書ける.

1 人のタイプ i $(i=1,2)$ の消費者がシステムを購入したときに得られる生産者の利益 q_i は,

$$q_i = P_1 - a + (P_2 - b)(\mu_i - l) \tag{3}$$

となる. よって, タイプ i $(i=1,2)$ の消費者から得られる生産者の期待利益 Q_i は,

$$Q_i(P_1, P_2) = N_i p_i(P_1, P_2) q_i(P_1, P_2) \tag{4}$$

のように P_1, P_2 の関数となる. 生産者の期待総利益 Q は $Q = Q_1 + Q_2$ である. 生産者は制約条件 $P_1 > lP_2$ の下で, 期待総利益 Q が最大となるような決定変数 P_1, P_2 を決定する.

4 生産者の最適価格戦略

4.1 消費者がタイプ $i (i=1,2)$ しか存在しない場合における最適価格政策

ここでは市場に 1 つのタイプの消費者しか存在しない場合における生産者の最適価格政策について論じる.

タイプ i の消費者がシステム本体, および消耗品を原価で購入できたときの効用を $\bar{V}_i$ とすると,

$$\bar{V}_i = V_i(a, b) = \alpha_i - \beta(a_0 + \mu_i b) \tag{5}$$

となる. ここで $\bar{V}_i$ について,

$$\bar{V}_i = \alpha_i - \beta(a_0 + \mu_i b) > 0 \qquad (i = 1, 2) \tag{6}$$

が成立すると仮定する. これは, システム本体, および消耗品を原価で購入できるのであれば, 消費者の効用が正になることを意味する. この仮定から,

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 - \bar{V}_2 &= \alpha_1 - \beta\mu_1 b - (\alpha_2 - \beta\mu_2 b) = \left(\frac{\alpha_1}{\mu_1} - \beta b\right)\mu_1 - \left(\frac{\alpha_2}{\mu_2} - \beta b\right)\mu_2 \\ &> \left(\frac{\alpha_2}{\mu_2} - \beta b\right)\mu_1 - \left(\frac{\alpha_2}{\mu_2} - \beta b\right)\mu_2 = \left(\frac{\alpha_2}{\mu_2} - \beta b\right)(\mu_1 - \mu_2) > 0\end{aligned} \tag{7}$$

となるので，$\bar{V}_1 > \bar{V}_2$ が成立する．

このの $\bar{V}_i$ を用いると，

$$q_i = P_1 - a + (P_2 - b)(\mu_i - l) = \frac{\bar{V}_i - V_i}{\beta} \tag{8}$$

のように q_i を V_i の関数として表すことができ，その結果，

$$Q_i = N_i p_i(V_i) q_i(V_i) \tag{9}$$

のように V_i の関数として表すことができる．

$\phi(V_i) = e^{V_i} + V_i + 1$, $V_i^* = \phi^{-1}(\bar{V}_i)$ とすると，Q_i に関する以下の定理が成立する．

定理 1 $Q_i(V_i(P_1, P_2))$ $(i = 1, 2)$ は

$$V_i(P_1, P_2) = V_i^*, \tag{10}$$

および制約条件 $P_1 > lP_2$ を満足する任意の (P_1, P_2) にて最大値をとる．

証明：

Q_i を V_i について偏微分すると，

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} &= N_i \left(\frac{\partial p_i}{\partial V_i} q_i + p_i \frac{\partial q_i}{\partial V_i} \right) = N_i \left\{ \frac{e^{-V_i}}{(1 + e^{-V_i})^2} q_i - \frac{p_i}{\beta} \right\} \\ &= N_i \left\{ \frac{e^{-V_i}}{(1 + e^{-V_i})^2} \frac{\bar{V}_i - V_i}{\beta} - \frac{1}{\beta} \frac{1}{1 + e^{-V_i}} \right\} = \frac{N_i e^{-V_i}}{\beta(1 + e^{-V_i})^2} \left(\bar{V}_i - \phi(V_i) \right)\end{aligned} \tag{11}$$

となる．$\phi(V_i)$ は V_i に関して単調増加関数なので，Q_i は V_i に関して単峰関数となり，$Q_i(V_i)$ は $V_i = V_i^*$ にて極大値をとる．

V_i は P_1, P_2 に関して単調減少なので，Q_i は P_1, P_2 に関しても単峰関数となる．したがって，Q_i は制約条件 $P_1 > lP_2$ を満たし，式 (10) を満たす任意の (P_1, P_2) にて最大値をとる． □

式 (10) を満足する (P_1, P_2) は，図 1 の太線上の点になる．

式 (10) によって定義される，$Q_i(V_i)$ を最大にする V_i^* については，以下の性質が成り立つ．

性質 1 V_1^*, V_2^* は以下の性質を持つ．

- $V_i^* < \bar{V}_i \quad (i = 1, 2)$
- $V_1^* > V_2^*$
- V_i は α_i に関して単調増加，β, μ_i, a_0, b に関して単調減少，N_i, l とは独立である $(i = 1, 2)$.
- $Q_i(V_i^*) = \frac{N_i}{\beta} e^{V_i^*}$ となり，$Q_i(V_i^*)$ は N_i, α_i に関して単調増加，β, μ_i, a_0, b に関して単調減少．l とは独立である $(i = 1, 2)$.

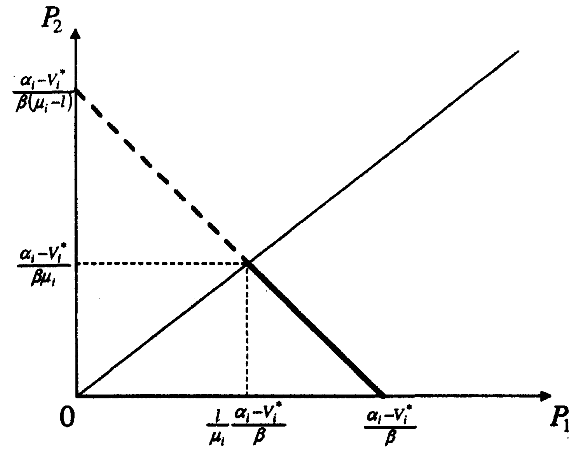

図 1: Q_i を最大化する (P_1, P_2) の位置

証明：

$$\bar{V}_i - V_i^* = \phi(V_i^*) - V_i^* = e^{V_i^*} + 1 > 0 \tag{12}$$

が成立するので，$V_i^* < \bar{V}_i$ が成立する．また $\phi(V_i)$ は V_i に関して単調増加なので，

$$\phi(V_1^*) = \bar{V}_1 > \bar{V}_2 = \phi(V_2^*) \tag{13}$$

より $V_1^* > V_2^*$ が成立する．

また，$\bar{V}_i = \alpha_i - \beta(a_0 + \mu_i b)$ であり，$\phi(V_i)$ が V_i に関して単調増加であることから，α_i が増加するほど V_i^* は増加し，β, μ_i, a_0, b が増加するほど V_i^* は減少する．V_i^* は N_i と l には依存しない．

最後に，$Q_i(V_i^*)$ は，

$$Q_i(V_i^*) = N_i p_i(V_i^*) q_i(V_i^*) = N_i \frac{e^{V_i^*}}{1 + e^{V_i^*}} \frac{\bar{V}_i - V_i^*}{\beta} = N_i \frac{e^{V_i^*}}{\bar{V}_i - V_i^*} \frac{\bar{V}_i - V_i^*}{\beta} = \frac{N_i}{\beta} e^{V_i^*} \tag{14}$$

と変形できる．α_i が増加するほど，β, μ_i, a_0, b が減少するほど V_i^* が増加するので，N_i, α_i が増加するほど最大利益は増加し，β, μ_i, a_0, b が増加するほど最大利益は減少する．l には依存しない． □

4.2 消費者がタイプ 1 とタイプ 2 が存在する場合における最適価格政策

消費者がタイプ 1 とタイプ 2 が存在する場合，生産者の期待総利益 Q は，

$$Q(V_1, V_2) = Q_1(V_1) + Q_2(V_2) = \sum_{i=1}^{2} N_i p_i(V_i) q_i(V_i) \tag{15}$$

となる．$i=1,2$ における式 (10) は，

$$\begin{cases} \alpha_1 - \beta\{P_1 + P_2(\mu_1 - l)\} = V_1^* \\ \alpha_2 - \beta\{P_1 + P_2(\mu_2 - l)\} = V_2^* \end{cases} \tag{16}$$

となる．この式を P_1，P_2 に関して連立に解くと，その解 (P_1^*, P_2^*) は，

$$(P_1^*, P_2^*) = \left(\frac{(\alpha_2 - V_2^*)(\mu_1 - l) - (\alpha_1 - V_1^*)(\mu_2 - l)}{\beta(\mu_1 - \mu_2)},\ \frac{(\alpha_1 - V_1^*) - (\alpha_2 - V_2^*)}{\beta(\mu_1 - \mu_2)} \right) \tag{17}$$

となる．(P_1^*, P_2^*) は N_1, N_2 に依存しない．

このとき，$Q(P_1, P_2)$ の最大値 $Q^*(P_1, P_2)$ について，以下の定理が成立する．

定理 2 $\frac{\alpha_1 - V_1^*}{\mu_1} < \frac{\alpha_2 - V_2^*}{\mu_2}$ の場合，$Q^*(P_1, P_2) = Q(P_1^*, P_2^*)$ となり，

$$Q(P_1, P_2) = \frac{1}{\beta}\left(N_1 e^{V_1^*} + N_2 e^{V_2^*}\right) \tag{18}$$

と書ける．Q^* は N_i，α_i が増加するほど増加し，β，μ_i，a_0，b が増加するほど減少し，l には依存しない．

一方，$\frac{\alpha_1 - V_1^*}{\mu_1} \geq \frac{\alpha_2 - V_2^*}{\mu_2}$ の場合，$Q^*(P_1, P_2)$ となる (P_1, P_2) は，

$$\frac{l}{\mu_2}\frac{\alpha_2 - V_2^*}{\beta} \leq P_1 \leq \frac{l}{\mu_1}\frac{\alpha_1 - V_1^*}{\beta},\ P_2 \to \frac{P_1}{l} + 0 \tag{19}$$

の範囲に属する．

証明：

(P_1^*, P_2^*) が制約条件 $P_1 > lP_2$ を満たすとき，すなわち

$$\begin{aligned} P_1^* > lP_2^* &\Longleftrightarrow \frac{(\alpha_2 - V_2^*)(\mu_1 - l) - (\alpha_1 - V_1^*)(\mu_2 - l)}{\beta(\mu_1 - \mu_2)} > l\frac{(\alpha_1 - V_1^*) - (\alpha_2 - V_2^*)}{\beta(\mu_1 - \mu_2)} \\ &\Longleftrightarrow (\alpha_2 - V_2^*)(\mu_1 - l) - (\alpha_1 - V_1^*)(\mu_2 - l) > l\{(\alpha_1 - V_1^*) - (\alpha_2 - V_2^*)\} \\ &\Longleftrightarrow (\alpha_2 - V_2^*)\mu_1 - (\alpha_1 - V_1^*)\mu_2 > 0 \\ &\Longleftrightarrow \frac{\alpha_1 - V_1^*}{\mu_1} < \frac{\alpha_2 - V_2^*}{\mu_2} \end{aligned} \tag{20}$$

のとき，$(P_1, P_2) = (P_1^*, P_2^*)$ とすれば Q は最大になる．

このときの最大利益 $Q(P_1^*, P_2^*)$ は，式 (14) と同様の変形を行うと，

$$Q(P_1^*, P_2^*) = Q_1(V_1^*) + Q_2(V_2^*) = \frac{1}{\beta}\left(N_1 e^{V_1^*} + N_2 e^{V_2^*}\right) \tag{21}$$

と書ける．$Q(P_1^*, P_2^*)$ も $Q_1(V_1^*), Q_2(V_2^*)$ と同様，N_i，α_i が増加するほど増加し，β，μ_i，a_0，b が増加するほど減少する．l には依存しない．

一方，(P_1^*, P_2^*) が制約条件 $P_1 > lP_2$ を満たさないとき，すなわち

$$\frac{\alpha_1 - V_1^*}{\mu_1} \geq \frac{\alpha_2 - V_2^*}{\mu_2} \tag{22}$$

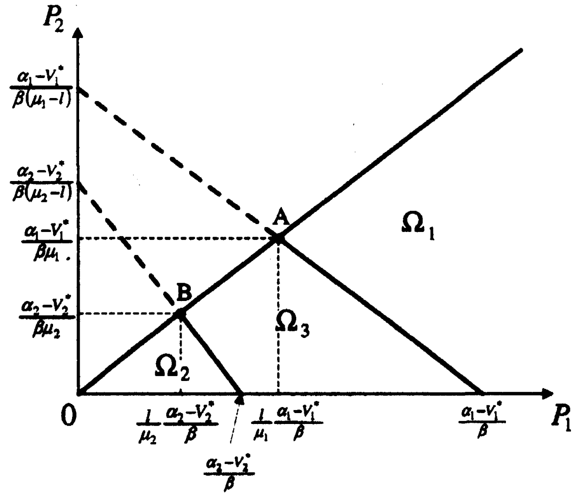

図 2: (P_1^*, P_2^*) が制約条件 $P_1 > lP_2$ を満たさないときの $V_i(P_1,P_2) = V_i^*$ の位置

のときの $V_i(P_1,P_2) = V_i^*$ の状態を図 2 に示す．

$V_i(P_1,P_2)$ は P_1, P_2 について単調減少なので，$V_1(P_1,P_2) < V_1^*$（図 2 の Ω_1）のとき，$V_2(P_1,P_2) < V_2^*$ が成立する．よって，Q_i の単峰性より Q_1, Q_2 ともに P_1 または P_2 を減少させることによってその値が増加する．したがって領域 Ω_1 には Q を最大にする (P_1,P_2) は存在しない．

同様に，$V_2(P_1,P_2) > V_2^*$（図 2 の Ω_2）のとき，Q_1, Q_2 ともに P_1 または P_2 を増加させることによりその値が増加する．したがって領域 Ω_2 の内部にも Q を最大にする (P_1,P_2) は存在しない．

最後に $V_1(P_1,P_2) \geq V_1^*$，$V_2(P_1,P_2) \leq V_2^*$（図 2 の Ω_3）の場合を考える．ここで，

$$V_1(P_1,P_2) - V_2(P_1,P_2) = \alpha_1 - \alpha_2 - \beta P_2(\mu_1 - \mu_2) \tag{23}$$

である．$V_1(P_1,P_2)$ を一定値に固定する場合，P_2 を増加させるほど $V_2(P_1,P_2)$ は増加し，領域 Ω_3 内では V_2 が増加するほど Q_2 は増加する．よって，$V_1(P_1,P_2)$ を一定値に固定して P_2 を増加させる場合，Q_1 は一定で Q_2 が増加するので，Q が増加する．次に $V_2(P_1,P_2)$ を一定値に固定する場合，P_2 を増加させるほど $V_1(P_1,P_2)$ は減少し，領域 Ω_3 内では V_1 が減少するほど Q_1 は増加する．よって，$V_2(P_1,P_2)$ を一定値に固定して P_2 を増加させる場合は，Q_1 が増加し Q_2 が一定なので，やはり Q が増加する．

従って，Q を最大にする (P_1,P_2) は，領域 Ω_3 内で，制約条件 $P_1 > lP_2$ に関する境界線に限りなく近づけた範囲，すなわち式 (19) で表される範囲に属する． □

式 (19) は，本体に付属する l 個の消耗品の価格とシステム本体の価格が等しくなるほど消耗品の価格を高めに設定することで，企業は自らの利益を最大化できることを意味している．

表 1: 数値例におけるパラメータ設定

α_1	β	μ_1	μ_2	N_1	N_2	a_0	b	l
40	.05	20	10	1	2	50	2	1

表 2: ノーマルユーザの便益 α_2 の違いによる生産者利益の変化

α_2	P_1	P_2	V_1	V_2	Q_1	Q_2	Q
10	36.56	36.56	3.44	-8.28	621.3	0.1	621.4
11	36.55	36.55	3.45	-7.28	621.3	0.4	621.7
12	36.54	36.54	3.46	-6.27	621.3	1.1	622.4
13	24.10	24.10	15.90	0.95	392.0	246.6	638.6
14	25.78	25.78	14.22	1.11	425.6	282.5	708.1
15	27.50	27.50	12.50	1.25	460.0	318.7	778.7
16	29.26	29.26	10.74	1.37	495.2	355.0	850.2
17	31.03	31.03	8.97	1.49	530.5	391.8	922.4
18	32.81	32.81	7.19	1.60	565.8	429.1	994.9
19	34.49	34.49	5.51	1.76	597.4	468.7	1066.1

5 数値例

5.1 α_2 に関する最大利益の変化

ここではまず，ノーマルユーザの便益 α_2 を変化させて，生産者の最大利益がどのように変化するのかを確認する．

まず α_2 以外の数値は表 1 のように設定した．ここではノーマルユーザのセグメントサイズ N_2 がパワーユーザのセグメントサイズ N_1 の 2 倍であり，パワーユーザはノーマルユーザの 2 倍 $(=\mu_1/\mu_2)$ の個数の消耗品を消費するとした．

第 2 章の仮定 (8)$\frac{\alpha_1}{\mu_1} > \frac{\alpha_2}{\mu_2}$ はこの場合 $\alpha_2 < 20$ となる．また式 (6) より，$\alpha_2 > 3.5$ となる．そこで，$\alpha_2 = 4, 5, 6, \ldots, 19$ について，生産者の利益を最大にする (P_1, P_2) を数値実験により求めた．$\alpha_2 \geq 10$ の場合における結果を表 2 に示す．$\alpha_2 = 4, 5, \ldots, 9$ の場合は $\alpha_2 = 10$ の場合とほぼ等しかったため，表 2 では省略した．

表 2 の結果を見ると，すべての α_2 の値に対して，$P_1 = P_2$ が成立している．今回の設定では $l = 1$ であるので，$P_1 = P_2$ は制約条件 $P_1 > lP_2$ の境界線を表している．つまり今回の実験では，システム本体をできる限り安くすることによって，生産者は自らの利益を最大化できる．今回の実験での数値設定では，$\frac{\alpha_1 - V_1^*}{\mu_1} = 1.830$ であり，$\frac{\alpha_2 - V_2^*}{\mu_2}$ は 0.490 から 1.651 の値であった．これは定理 2 での $\frac{\alpha_1 - V_1^*}{\mu_1} \geq \frac{\alpha_2 - V_2^*}{\mu_2}$ の場合に該当し，定理 2 の結果通りとなった．

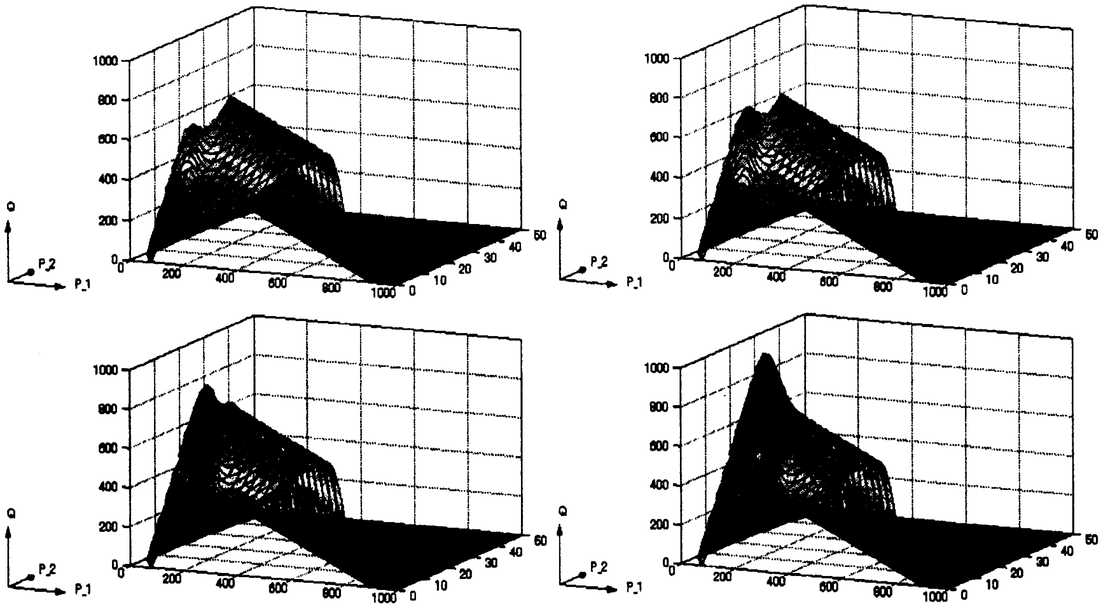

図 3: 生産者の利益 Q の形状．左上，右上，左下，右下の順に $\alpha_2 = 12,\ 13,\ 15,\ 17$

P_1, P_2 の値は，α_2 が 10 から 12 まではなだらかに減少し，$\alpha_2 = 13$ で急激に減少し，$\alpha_2 = 14$ 以降増加に転じている．この理由を，以下の図 3 を用いて説明する．図 3 は生産者の利益 Q をグラフにしたもので，左上，右上，左下，右下の図がそれぞれ $\alpha_2 = 12, 13, 15, 17$ の場合における Q を表す．ここでの 2 軸は決定変数である (P_1, P_2) である．図 2 で示したように，Q_1 に関する峰と Q_2 に関する峰を確認することができる．

$\alpha_2 = 12$ の場合（図 3 の左上），Q_1 に関する峰（右側の峰）と Q_2 に関する峰（左側の峰）が十分に離れており，Q を最大にする (P_1, P_2) は Q_1 に関する峰の一番奥側に存在し，Q_1 に関する峰と制約条件の境界線 $P_1 = P_2$ との交点とほぼ等しくなる．α_2 が小さくなるほど 2 つの峰は離れるため，$\alpha_2 < 12$ の他の値についても利益を最大にする (P_1, P_2) は同じ値になる．

次に $\alpha_2 = 13$ の場合，$\alpha_2 = 12$ の場合に比べ Q_2 に関する峰が Q_1 に関する峰に近づき，Q_2 に関する峰の方が Q_1 に関する峰よりも高くなる．その結果，Q を最大にする (P_1, P_2) は Q_2 に関する峰と制約条件の境界線 $P_1 = P_2$ との交点に近い点に移る．α_2 が大きくなるにつれて Q_2 に関する峰が Q_1 に関する峰により近づき，Q_1 に関する峰の高さと Q_2 に関する峰の高さの差がより大きくなる．Q を最大にする (P_1, P_2) は Q_2 に関する峰と制約条件の境界線 $P_1 = P_2$ との交点に近い点のままであるが，Q_2 に関する峰が Q_1 に関する峰により近づくため，α_2 が大きくなるほど (P_1, P_2) はより大きな値になる．

表 2 におけるパワーユーザに関する値である V_1 と Q_1 の変化は，P_1, P_2 の変化に対応している．すなわち P_1 や P_2 が大きくなるほど，消費者の確定効用 V_1 は減少し，生産者の利益 Q_1 は増加する．一方，ノーマルユーザに関する値である V_2 と Q_2 については，$\alpha_2 \leq 12$ と $\alpha_2 \geq 13$ で大きく変化する．$\alpha_2 \leq 12$ では，(P_1, P_2) が Q_1 の峰付近に設定されて Q_2 の峰からは離れているため，消

表 3: パラメータ設定のうち，前節と設定が異なるもの

パラメータ	設定値
α_1	10, 20, 30, 40
μ_1	20, 30, 40
α_2	1, 2, ..., $\left\lfloor \frac{\mu_2}{\mu_1}\alpha_1 \right\rfloor$
$\mu_2(> l)$	2, 3, ..., $\mu_1 - 1$

表 4: $\frac{\alpha_1 - V_1^*}{\mu_1} > \frac{\alpha_2 - V_2^*}{\mu_2}$ が成立する割合

$\alpha_1 \setminus \mu_1$	20	30	40
10	$\frac{87}{90} = 96.7\%$	$\frac{130}{135} = 96.3\%$	$\frac{171}{180} = 95.0\%$
20	$\frac{187}{189} = 98.9\%$	$\frac{278}{280} = 99.3\%$	$\frac{378}{380} = 99.5\%$
30	$\frac{277}{279} = 99.3\%$	$\frac{432}{434} = 99.5\%$	$\frac{569}{570} = 99.8\%$
40	$\frac{377}{378} = 99.7\%$	$\frac{568}{569} = 99.8\%$	$\frac{778}{779} = 99.9\%$

費者の確定効用である V_2 は非常に小さな値（ここでは負の値）になり，Q_2 もほぼ 0 である．これは生産者が購買対象をパワーユーザに絞り，ノーマルユーザを無視することによって，自らの利益を最大にしている状態を表している．逆に $\alpha_2 \geq 13$ では，α_2 が大きくなるにつれ，V_2 も Q_2 も増加している．これは，ノーマルユーザを重視して，彼らからの利益が最も大きくなるように価格設定をすることによって，全体の利益を最大化していることを表している．

5.2 定理 2 における $\frac{\alpha_1 - V_1^*}{\mu_1}$ と $\frac{\alpha_2 - V_2^*}{\mu_2}$ の大小

前節では，仮定を満足する任意の α_2 に対して $\frac{\alpha_1 - V_1^*}{\mu_1} > \frac{\alpha_2 - V_2^*}{\mu_2}$ が成立したため，生産者の利益を最大にする (P_1, P_2) は制約条件 $P_1 > lP_2$ の境界線上に存在した．本節では，パラメータをより多様に設定して，定理 2 における $\frac{\alpha_1 - V_1^*}{\mu_1}$ と $\frac{\alpha_2 - V_2^*}{\mu_2}$ の大小がどのようになるのかを調べた．ここではパラメータをは表 3 のように設定した．ここで μ_2 の範囲は仮定 $\mu_1 > \mu_2 > l$，α_2 の範囲は $\frac{\alpha_1}{\mu_1} > \frac{\alpha_2}{\mu_2}$ によるものであり，$\lfloor x \rfloor$ は x を超えない最大の整数を表す．表 3 に示されていないパラメータについては，前節の値のままとした．

α_1 と μ_1 の各設定下において，$\frac{\alpha_1 - V_1^*}{\mu_1} > \frac{\alpha_2 - V_2^*}{\mu_2}$ が成立した割合を表 4 に示した．この結果から，大多数の設定においては $\frac{\alpha_1 - V_1^*}{\mu_1} > \frac{\alpha_2 - V_2^*}{\mu_2}$ が成立する，つまり Q_1 に関する峰と Q_2 に関する峰は実行可能領域内にて交点を持たず，利益を最大にする (P_1, P_2) は $P_1 = lP_2$ 上に存在することになる．これは，生産者が利益を最大にするには大抵の場合，システム本体に付属している l 個の消耗品の価格と同じぐらいシステム本体の価格 P_1 を安くすればよいことを意味する．

6 おわりに

本研究では，消耗品ビジネスの価格付け問題に対して数理モデルを構築した．本モデルでは消費者がシステムを購入について行う意思決定に対してロジットモデルを適用し，システム購入確率を導出し，生産者の期待利益を最大にするシステム本体と消耗品の価格付けについて考察した．数値例の結果，現実的な大抵のパラメータ設定下においては，システム本体の価格を付属する消耗品の価格と同じぐらい安くすることによって，生産者の期待利益が最大になることを示した．

今回のモデルにおいて重要な役割を担っているのが，制約条件の $P_1 > lP_2$ である．現実にはこの制約条件の式が異なる場合もある．例えば，システム本体を買い換えることが消費者にとって何らかのメリットがある場合には，システム本体の価格 P_1 が多少 lP_2 より高くても，新たにシステム本体を購入するであろう．また不当廉売防止のために，システム本体の最低販売価格が規定されている場合には，それが制約条件になるであろう．しかし P_1, P_2 に関する任意の制約条件に対して，本研究で提案したアプローチは適用可能である．

今後の課題としては，本モデルを現実データへ適用して，その有効性を確認することが挙げられる．具体的に対象となる消耗品ビジネスを選定して，販売価格や消費者嗜好に関するデータを収集することが必要となる．

また本モデルで扱った 2 種類の消費者は合理的で，システム購入時に今後購入する消耗品の個数を正確に考慮した上でシステム本体の購入について意思決定を行っているが，現実社会におけるすべての消費者がそのように合理的に行動している訳ではない．場合によっては非合理的な判断もするような消費者を考慮したモデルに拡張することについても今後の課題としたい．

参考文献

[1] 宮崎正也，消耗品の戦略的製品設計 –プリンタの事例–，東京大学 COE ものづくり経営研究センター MMRC Discussion Paper, No.7, 1-22，2004.

[2] 三道弘明，小出武，消耗品ビジネスにおける最適価格戦略，2006 年度日本 OR 学会秋季研究発表会アブストラクト集，90-91，2006.

[3] S. P. Anderson, A. de Palma and J-F. Thisse, Discrete-Choice Theory of Product Differentiation, The MIT Press, Massachusetts, 1992.

[4] 古川一郎，守口剛，阿部誠，マーケティング・サイエンス入門，有斐閣，2003.