

流速分布や密度成層を考慮した津波の生成・伝播の数値解析

Numerical calculation of tsunami generation and propagation considering velocity distribution or density stratification

鹿児島大学大学院・理工学研究科 柿沼 太郎 (Taro Kakinuma)¹
鹿児島大学大学院・理工学研究科 山下 啓 (Kei Yamashita)¹
北見工業大学・社会環境工学科 中山 恵介 (Keisuke Nakayama)²

¹Graduate School of Science and Engineering, Kagoshima University

²Department of Civil and Environmental Engineering, Kitami Institute of Technology

1. 序 論

海底地震に伴う津波の伝播の数値解析では、浅水方程式系に基づく数値モデルを用いることが多い。その場合、水平方向流速の鉛直分布、並びに、鉛直方向流速が、理論上無視される。また、海洋において、海水が密度分布を有するが、通常、その効果が考慮されない。そこで、本研究では、流速の鉛直分布や密度成層の存在を考慮可能な変分原理を適用して得られた非線形波動方程式系(柿沼, 2001)に基づく数値モデルを適用し、津波の生成、または、伝播の 1 次元数値解析を行なう。このうち、流速分布の考慮に関し、例えば、岩瀬 (2005) 及び Homillo *et al.* (2006) は、それぞれ、Boussinesq 型方程式及び Navier-Stokes 方程式に基づき、考慮される分散性の違いが遠地津波の伝播解析の結果に与える影響を調べた。本研究では、速度ポテンシャルを静水面からの鉛直距離のべき級数に展開し、考慮する展開項のべきを変えた数値解析を行なう。本数値モデルを用いた解析では、変分法により、流速分布の近似に応じて最も真値に近い解を見つけようとする。すなわち、摂動解のような水深波長比等の制約を受ける解を求めるのでないため、津波の生成や伝播に対する、流速分布を考慮する程度の影響に関して調べることができる。

まず、津波の水面形に関して、Hammack (1973) による津波の生成を対象とした実験結果と計算結果とを比較する。次に、初期水面形を与えて、津波伝播の数値解析を行なう。更に、海洋の密度が 2 層に分布していると仮定し、密度成層が津波の伝播に与える影響を調べる。

また、2011 年東北地方太平洋沖地震の際に、それに伴う津波の水面変動が、岩手県南部沖の水深約 204 m の地点に設置された GPS 波浪計により捉えられた(河合ら, 2011)。この計測値より、0.5 m 程度の水位低下の後、約 2.5 m の緩やかな水位上昇が 10 分間生じ、そして、その後の 4 分間に、約 4.7 m もの急激な水位上昇のあったことがわかった。こうした 2 段階にわたる水位の上昇により、変位の大きな短周期波成分を含んだ津波が、どのような伝播特性を示すのかを調べる。

なお、ここでは、現象の単純化のために、津波の長距離伝播を扱う際にも、海底摩擦及び流体粘性を無視し、また、Coriolis の力を考えないこととする。

2. 基礎方程式系と数値解析法

非粘性・非圧縮性流体の I 層問題を対象とする。各層の流体が互いに混合しないと仮定する。第 i 層の流体の密度 ρ_i ($\rho_1 < \rho_2 < \dots < \rho_l$) は、それぞれ、各層内で一様であり、時間的に一定であ

るとする。流体の運動が非回転であると仮定すると、次式のような速度ポテンシャル $\phi_i(\mathbf{x}, z, t)$ が存在する。

$$\mathbf{u}_i = \nabla \phi_i \text{ and } w_i = \partial \phi_i / \partial z, \text{ where } \nabla = (\partial / \partial x, \partial / \partial y) \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{u}_i 及び w_i は、それぞれ、水平及び鉛直方向の流速である。

第 i 層の下面及び上面をそれぞれ $z = \eta_{i,0}(\mathbf{x}, t)$ 及び $z = \eta_{i,1}(\mathbf{x}, t)$ とし、下面に働く圧力を $p_i(\mathbf{x}, t)$ とする。多層流体に対して式(2)の汎関数(柿沼, 2001)を認める。

$$F_i[\phi_i, \eta_{i,j}] = \int_0^1 \iint_A \int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} \left\{ \frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi_i)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right)^2 + gz + \frac{P_{i-j} + P_i}{\rho_i} \right\} dz dA dt \quad (2)$$

ここで、 h_i を第 i 層の静水深として、 $P_i = \sum_{k=1}^{i-1} (\rho_i - \rho_k) g h_k$ としている。重力加速度 g は、 9.8 m/s^2 とする。

流体層の最上面(第1層の上面)を水面とし、第 i 層の速度ポテンシャル $\phi_i(\mathbf{x}, z, t)$ を次式のように静水面からの鉛直距離 z のべき関数の重み付き級数に展開する。

$$\phi_i(\mathbf{x}, z, t) = \sum_{\alpha=0}^{N-1} \{ f_{i,\alpha}(\mathbf{x}, t) \cdot z^\alpha \} \equiv f_{i,\alpha} z^\alpha \quad (3)$$

ここで、(最右辺)において、 α に関する積の総和規約を用いている。また、例えば、 $f_{2,3}$ は、第2層の z^3 の項の重み係数である。

式(3)の速度ポテンシャルを式(2)の汎関数に代入し、鉛直方向積分を解析的に行なってから、変分原理の Euler-Lagrange 方程式系を導出することにより、波の強非線形性・強分散性を考慮した波動方程式系が得られる。

大気圧を0とする。この波動方程式系は、流体の層数を $I=1$ とすると、次式のような1層問題に対する基礎方程式系となる。

$$\zeta^\alpha \frac{\partial \zeta}{\partial t} - b^\alpha \frac{\partial b}{\partial t} + \frac{1}{\alpha + \beta + 1} \nabla \{ (\zeta^{\alpha+\beta+1} - b^{\alpha+\beta+1}) \nabla f_\beta \} - \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta - 1} (\zeta^{\alpha+\beta-1} - b^{\alpha+\beta-1}) f_\beta = 0 \quad (4)$$

$$\zeta^\beta \frac{\partial f_\beta}{\partial t} + \frac{1}{2} \zeta^{\beta+\gamma} \nabla f_\beta \nabla f_\gamma + \frac{1}{2} \beta \gamma \zeta^{\beta+\gamma-2} f_\beta f_\gamma + g \zeta = 0 \quad (5)$$

ここで、水面及び底面をそれぞれ $z = \eta_{1,1} \equiv \zeta(\mathbf{x}, t)$ 及び $z = \eta_{1,0} \equiv b(\mathbf{x}, t)$ と表わしている。

また、流体の層数を $I=2$ とすると、次式のような2層問題の基礎方程式系が得られる。

[上層]

$$\zeta^\alpha \frac{\partial \zeta}{\partial t} - \eta^\alpha \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{\alpha + \beta + 1} \nabla \{ (\zeta^{\alpha+\beta+1} - \eta^{\alpha+\beta+1}) \nabla f_{1,\beta} \} - \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta - 1} (\zeta^{\alpha+\beta-1} - \eta^{\alpha+\beta-1}) f_{1,\beta} = 0 \quad (6)$$

$$\zeta^\beta \frac{\partial f_{1,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \zeta^{\beta+\gamma} \nabla f_{1,\beta} \nabla f_{1,\gamma} + \frac{1}{2} \beta \gamma \zeta^{\beta+\gamma-2} f_{1,\beta} f_{1,\gamma} + g \zeta = 0 \quad (7)$$

[下層]

$$\eta^\alpha \frac{\partial \eta}{\partial t} - b^\alpha \frac{\partial b}{\partial t} + \frac{1}{\alpha + \beta + 1} \nabla \{ (\eta^{\alpha+\beta+1} - b^{\alpha+\beta+1}) \nabla f_{2,\beta} \} - \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta - 1} (\eta^{\alpha+\beta-1} - b^{\alpha+\beta-1}) f_{2,\beta} = 0 \quad (8)$$

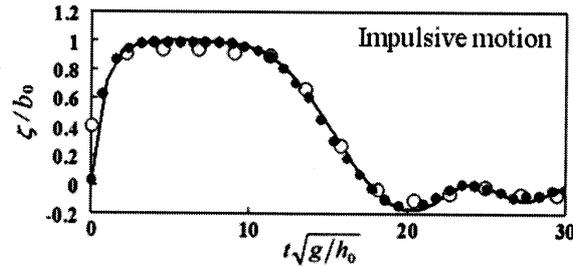


図-1 隆起域と接する水槽端 ($x=0\text{m}$) における水面変動 ζ (○: Hammack (1973) の実験結果, ●: 柿沼・秋山 (2006) の3次元計算結果, -: $N=3$ としたときの本モデルによる計算結果)

$$\eta^\beta \frac{\partial f_{2,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \eta^{\beta+\gamma} \nabla f_{2,\beta} \nabla f_{2,\gamma} + \frac{1}{2} \beta \gamma \eta^{\beta+\gamma-2} f_{2,\beta} f_{2,\gamma} + g(\eta + h_1) - \frac{\rho_1}{\rho_2} \left\{ \eta^\beta \frac{\partial f_{1,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \eta^{\beta+\gamma} \nabla f_{1,\beta} \nabla f_{1,\gamma} + \frac{1}{2} \beta \gamma \eta^{\beta+\gamma-2} f_{1,\beta} f_{1,\gamma} + g(\eta + h_1) \right\} = 0 \quad (9)$$

ここで、水面及び界面をそれぞれ $z = \eta_{1,1} \equiv \zeta(x, t)$ 及び $z = \eta_{1,0} = \eta_{2,1} \equiv \eta(x, t)$ と表わし、また、底面を $z = \eta_{2,0} \equiv b(x, t)$ と表わしている。

断面2次元内の現象を対象とし、5. においては、式(6)～(9)を基礎方程式系とし、それ以外では、式(4)及び(5)を基礎方程式系として、これらを2枚の固定水平板で挟まれた2層問題を解くための数値モデルである Nakayama・Kakinuma (2010) と同様の差分法を用いて解く。なお、津波の生成過程を対象とする場合には、底面の時間変動を式(8)、または、(4)中の $\partial b / \partial t$ の項で与える。

3. 津波の生成に対する流速分布の考慮

数値モデルの検証のために、海底隆起に伴う津波の生成を対象とした Hammack (1973) による実験結果と、本数値モデルによる計算結果を比較する。一様な幅の水槽の一端 $x = 0\text{m}$ にある鉛直壁に接する $0\text{m} \leq x \leq 0.305\text{m}$ の領域の底面を空間的に一様に、鉛直方向に隆起させる。その際、底面の位置 $b(t)$ の時間変化を次式で与える。

$$b(t) = b_0(1 - e^{-\varepsilon t}) - h_0 \quad \text{when } t > 0 \quad (10)$$

ここで、 $b_0 = 0.005\text{m}$ 、 $\varepsilon = 25.84\text{s}^{-1}$ 及び $h_0 = 0.025\text{m}$ であり、時間の単位を秒 (s) とする。計算格子間隔及び計算時間間隔は、それぞれ、 $\Delta x = 0.01\text{m}$ 及び $\Delta t = 0.0005\text{s}$ とする。

図-1に、水槽端 $x = 0\text{m}$ における水面変動の実験結果と計算結果を示す。式(3)に示した速度ポテンシャルの展開項数を $N = 3$ とした場合、本モデルの計算結果は、実験結果とほぼ一致し、また、3次元数値解析 (柿沼・秋山, 2006) による計算結果との一致度も高い。ここで、3次元数値解析では、鉛直方向に21個のメッシュを設けて、海底変動を底面付近のメッシュ内の空隙率の時間変化で与え、水面変動をVOF法を用いて算出している。

また、図-2に、図-1の場合と同じ条件に対して、速度ポテンシャルの展開項数を $N = 1, 2$ 、または、3としたときの、本数値モデルによる計算結果を示す。 $N = 1$ とすると、本モデルの基礎方程式系は、非線形浅水方程式系に一致するが、この場合、図-2より、津波の tail に発生する短周期波が再現されていないことがわかる。なお、 $N = 2$ とすると、水平方向流速の線形の鉛直分布と、

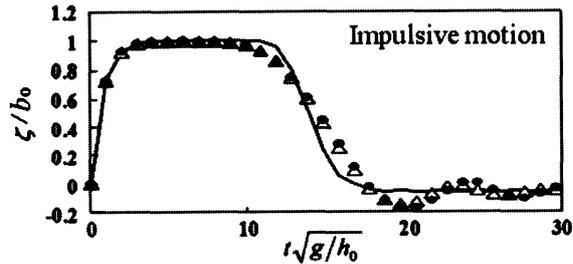


図-2 隆起域と接する水槽端 ($x=0$ m) における水面変動 ζ の本モデルによる計算結果 (—: $N=1$, Δ : $N=2$, \bullet : $N=3$)

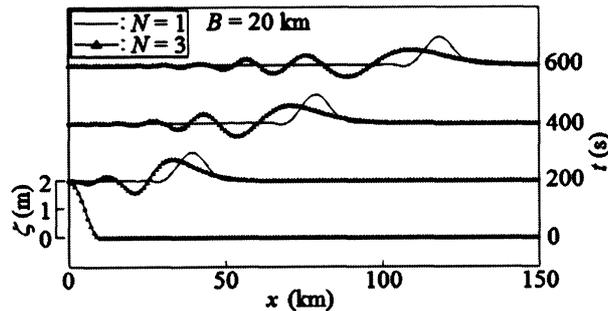


図-3 各時刻における水面形 ($B=20$ km; $N=1$ or 3) .

一様な鉛直方向流速が考慮され、また、 $N=3$ とすると、水平方向流速の z^2 までの鉛直分布と、鉛直方向流速の線形の鉛直分布が考慮され、波の非線形性と分散性のバランスが、それぞれの精度に応じて表現される。

4. 津波の伝播に対する流速分布の考慮

数値解析によって再現される津波に、考慮する流速分布の正確さがどのような影響をもたらすのかを検討する。考慮する流速分布の精度は、式(3)に示した速度ポテンシャルの展開項数 N を異なる値とすることによって変えられる。ここでは、津波の伝播過程に対する流速分布の考慮の影響を調べるために、初期流速を至る所で 0 とし、津波の初期水面形を与えて津波の伝播解析を行なう。静水深を 4,000 m で一様とし、鉛直壁を $x=0$ km に設け、時刻 $t=0$ s における初期水面形を $0 \text{ km} \leq x \leq B/2$ において次式で与える。

$$\zeta(x,0) = a_0 \{1 + \cos[2\pi(x/B)]\}, \quad a_0 = 1.0 \text{ m} \quad (11)$$

ここで、 B は、初期水面形の波長である。そして、時刻 $t=0$ s における速度ポテンシャルを至る所で 0 とし、 $t>0$ s における津波の伝播過程の数値解析を行なう。計算格子間隔及び計算時間間隔は、それぞれ、 $\Delta x=1$ km 及び $\Delta t=0.05$ s とする。

式(3)に示した速度ポテンシャルの展開項数を $N=1$ 、または、3 としたときの、 $B=20$ km の場合の各時刻における水面形を図-3 に示す。波の非分散を仮定して $N=1$ としたとき、時刻 $t=600$ s において、第 1 波の峰の前面の勾配が $N=3$ としたときよりも急であり、第 1 波の峰の高さが $N=3$ としたときの 2 倍以上に過大評価されており、第 1 波の峰のピーク（最高点）の到達時刻が早くなっ

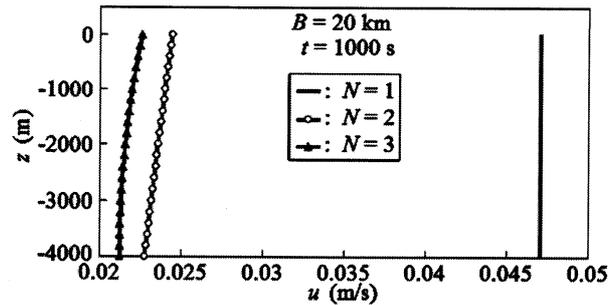


図-4 第1波の峰のピーク位置の水平方向流速 u の鉛直分布 ($B=20$ km; $t=1,000$ s; $N=1, 2, \text{ or } 3$)

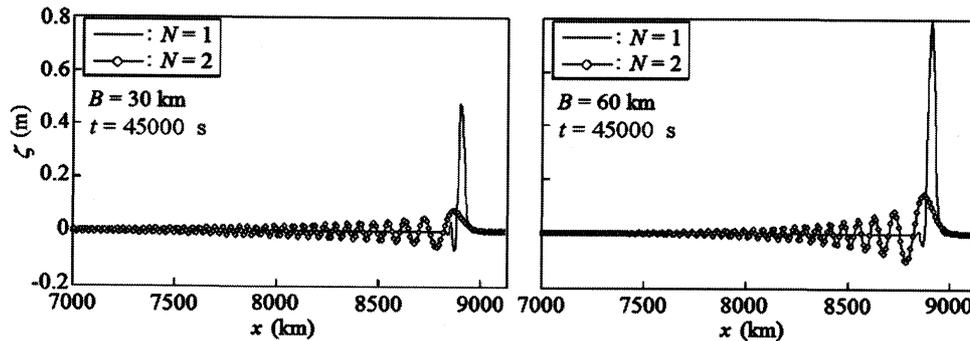


図-5 水面形 ($B=30$ or 60 km; $t=45,000$ s; $N=1$ or 2)

ている。更に、 $N=1$ としたとき、 $N=3$ としたときのような波群が形成されていない。また、 $N=1 \sim 3$ としたときの、 $B=20$ kmの場合の、時刻 $t=1,000$ sにおける第1波の峰のピーク位置の水平方向流速 u の鉛直分布を図-4に示す。 $N=1$ としたとき、他の場合との有意な差異が現れている。

$N=1$ 、または、2としたときの、 $B=30$ 、または、 60 kmの各場合の $t=45,000$ sにおける水面形を図-5に示す。 $N=2$ としたときの方が、 $N=1$ としたときよりも、第1波の波長が明らかに長くなっている。更に、 $N=2$ の場合に、分散効果により波の数が多くなり、波群の全長が長くなっている。波群の全長は、時刻 $t=45,000$ sにおいて、初期水面形の波長 B が短い方が長い。なお、図-5では、先行する波ほど波高が大きくなっている。すなわち、第2波が第1波よりも波高が大きくなるといった現象は、認められない。

また、 $N=1$ 、または、2としたときの、 $B=20$ 、 30 、または、 60 kmの場合の、各時刻における、第1波の波高（最高点と最低点の高さの差） H 及び第1波の最高点と最低点の位置の水平方向の差 ($x_{\text{crest}} - x_{\text{trough}}$) をそれぞれ図-6及び7に示す。図-6より、同時刻の第1波の波高は、津波の伝播時間が $3,500$ sを越えると、 $N=1$ 及び2の両者の場合とも、初期水面形の波長 B が長いほど大きい。他方、図-7より、第1波の波長は、 $N=1$ としたとき、 B が長いほど大きい。従って、 $N=2$ としたときは、津波が長距離を伝播すると、 B に殆ど依存しなくなっている。従って、 $N=2$ としたときの、図-6及び7の第1波に関する結果より、初期水面形の波高が等しいとき、津波が十分長い距離を伝播した後、水面形の波形勾配は、初期水面形の波長が大きい、すなわち、水域に与えられた初期の位置エネルギーが大きいほど大きい。波長は、初期水面形の波長に依存せず、伝播時間に応じた値になると言える。

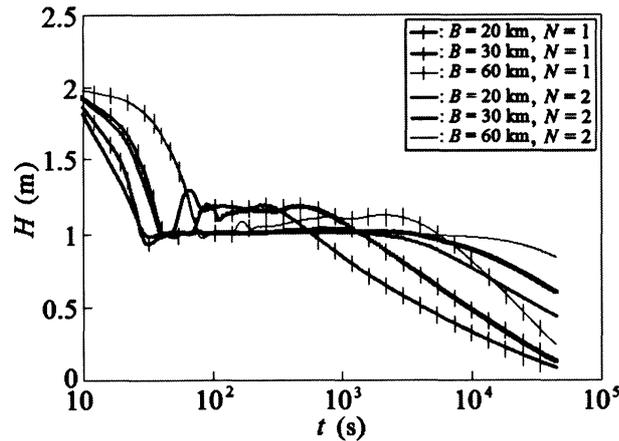


図-6 第1波の波高 H の時間変化 ($B=20, 30, \text{or } 60 \text{ km}; N=1 \text{ or } 2$)

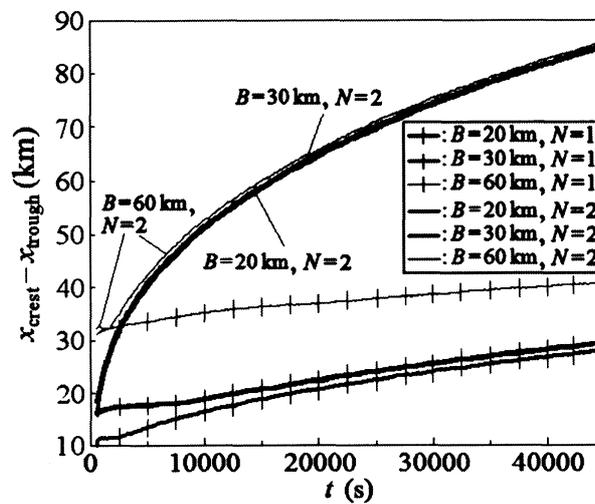


図-7 第1波の最高点と最低点の位置の水平方向の差 ($x_{\text{crest}} - x_{\text{trough}}$) の時間変化 ($B=20, 30, \text{or } 60 \text{ km}; N=1 \text{ or } 2$)

5. 津波に対する密度成層の影響

数値解析によって再現される津波に、海水の密度分布を考慮するか否かが、どのような影響をもたらすのかを検討する。ここでは、津波の伝播経路の全域が、静水状態において一様な密度成層をなしていると仮定し、津波が生成され伝播する過程の数値解析を行なう。そして、この計算結果を流体の密度が全水深にわたって一様である1層の場合の計算結果と比較する。

計算条件は、1層の場合、静水深を4,000 mとする。他方、密度分布がある場合、2層の成層場を仮定し、Pickard and Emery (1990) の太平洋における観測値を参考にして、上・下層の密度をそれぞれ 1020.26 及び 1023.26 kg/m^3 とし、また、静水深をそれぞれ 150 及び 3,850 m とする。これら両者の場合に、鉛直壁を $x = 0 \text{ km}$ に設け、この鉛直壁に接する底面の $0 \text{ km} \leq x \leq 15 \text{ km}$ の部分を $0 \text{ s} \leq t \leq 20 \text{ s}$ の時間に一定速度で空間的に一様に 2 m まで鉛直方向に隆起させ、津波の生成から伝播に至る過程を解析対象とする。計算格子間隔及び計算時間間隔は、それぞれ、 $\Delta x = 1 \text{ km}$ 及び $\Delta t = 0.05 \text{ s}$ とする。

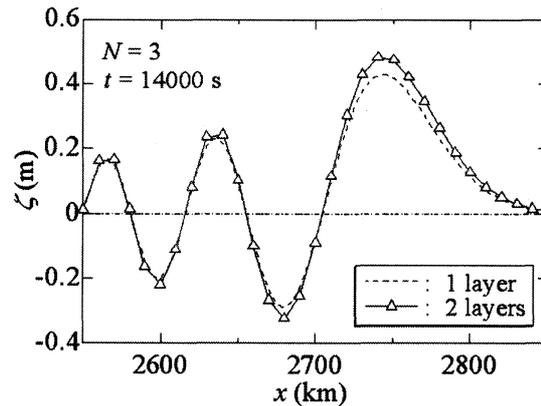


図-8 海洋が1層の場合と2層の場合の津波の水面形の比較 ($t=14,000$ s; $N=3$)

式(3)に示した速度ポテンシャルの展開項数を $N=3$ としたときの、 $t=14,000$ sにおける水面形を図-8に示す。流体が2層に成層をなしている場合、1層の場合と比較して、特に、第1波の波高が大きく、この時刻において、1層の場合の約13.4%大きい。このとき、峰は、より高く、谷は、より低くなっている。ただし、界面における摩擦等によるエネルギー損失を考慮していないことに注意しておく必要がある。すなわち、界面の存在に伴うエネルギー減衰がある場合、1層と2層の場合に、これほどの波高の違いが現れない可能性がある。なお、ここで示さないが、 $N=1$ としたときには、1層と2層の場合の波高に、殆ど差異が見られなかった。

他方、峰や谷の水平位置は、1層と2層の場合で、それぞれ殆ど違いが見られない。すなわち、1層と2層の場合で、位相差が殆ど見られない。従って、津波の第1波のピーク到達時刻に対しては、南アメリカ大陸のチリ沿岸で発生した津波が日本に伝播するような遠地津波の場合においても、海洋の密度分布の影響は、殆ど現れないと言える。津波のピーク到達時刻が数値解析によって正確に推算、または、追算できない場合、その理由には、海洋の成層と異なる他の要因があると考えられる。

6. 変位の大きな短周期波成分を有する津波の伝播特性

2011年東北地方太平洋沖地震に伴う津波の水面変動に関して、岩手県南部沖の水深約204 mの地点に設置されたGPS波浪計により、図-9のような水位偏差が得られた(河合ら, 2011)。そこで、このような2段階の水位上昇の結果、変位の大きな比較的短周期の成分が含まれた場合に、津波がどのような伝播特性を示すのかを調べる。なお、ここでは、地形を二つの一様静水深部と、それを繋ぐ一様勾配斜面よりなるモデル地形とし、津波の1次元伝播を対象とする。すなわち、図-10のように、 $600 \text{ km} \leq x \leq 650 \text{ km}$ に一様勾配斜面があり、この斜面より沖側の静水深を204 m、斜面より岸側の静水深を60 mとする。この斜面の勾配は、0.00288である。

図-9の水面変動の値を2倍し、津波がGPS波浪計の設置位置を線形浅水波の波速で通過したと仮定して、図-11のような津波初期波形を得る。これをCase Aの初期波形とする。このCase Aの波形から、先行する引き波を形成する部分を除外して静水面とした波形を図-12(a)に示す。これをCase Bの初期波形とする。また、このCase Bの波形には、変位の大きな短周期波成分に先行する波を形成する部分、すなわち、第1段階の水位上昇部があるが、この部分を波形が滑らかにな

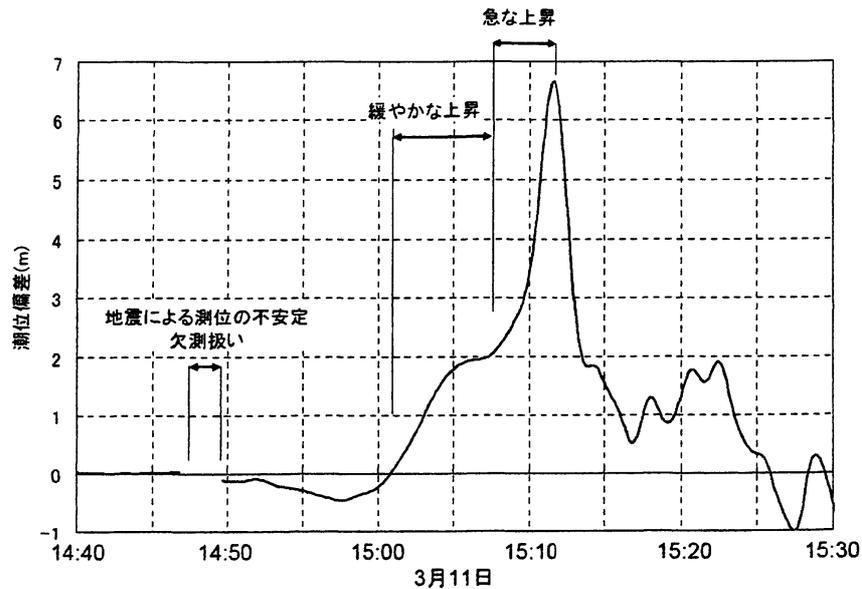


図-9 岩手南部沖 GPS 波浪計が捉えた 2011 年東北地方太平洋沖地震津波の水位偏差 (河合ら, 2011)

るように除外した波形を図-12(b)に示す。これを Case C の初期波形とする。他方、Case A の波形から、第 2 段階の水位上昇部を除外した波形を図-12(c)に示す。これを Case D の初期波形とする。Case A~D の初期波形を初期時刻 $t=0$ s における水面形とし、初期流速を至る所で 0 として、これらの初期状態より生成する津波の伝播解析を行なう。なお、計算格子間隔及び計算時間間隔は、それぞれ、 $\Delta x=100$ m 及び $\Delta t=0.02$ s とする。

図-13 に、Case A~D の津波の、時刻 $t=8,000$, $9,000$ 及び $10,000$ s における水面形の数値解析結果を示す。これらの時刻では、津波の殆どの部分が、図-10 に示す一様静水深の浅い領域を伝播している。Case A, B 及び D では、変位の大きな短周期波成分のみならず、これに先行する静水位より高い水位の部分も、浅水変形により峰の高さが徐々に増加し、数波に分裂している。時刻 $t=8,000$, $9,000$ 及び $10,000$ s のいずれの時刻においても、Case A の津波高さ、すなわち、峰のピークの水位の最大値が、Case A~D の中で最も大きい。そして、Case A のピーク到達時刻が最も早くなっている。

時刻 $t=8,000$ s では、Case B と Case C のピーク到達時刻は、ほぼ一致している。しかしながら、時刻 $t=9,000$ s では、Case B の第 2~4 波が、Case C の対応する第 1~3 波にそれぞれ先行している。これは、Case B において、変位の大きな短周期波成分の直前の水位が Case C より高いが、これが静水深を相対的に深くする効果として働き、波速がより大きくなるためであると考えられる。なお、Case B の第 5 波は、Case C の対応する第 4 波と位相にあまり違いがなく、Case B の波長が Case C よりも伸長したことがわかる。また、Case C の津波は、変位の大きな短周期波成分に先行する静水位より高い水位の部分を持たないため、その第 1~3 波は、Case B の対応する第 2~4 波よりも、谷の最低水位がそれぞれ低い。時刻 $t=10,000$ s では、Case B の第 1, 3 及び 4 波が、Case C の対応する第 1~3 波よりも、それぞれ更に前方に位置している。

Case B と Case C の第 1 波の最高水位 η_{\max} を見ると、 $t=8,000$ 及び $9,000$ s では、Case C の方が大きい。これは、Case B の方が、変位の大きな短周期波成分の直前の水位が高く、これを静水位とみなすと、相対的な峰の高さが大きくないため、Case B において、浅水変形の効果があまり現れていな

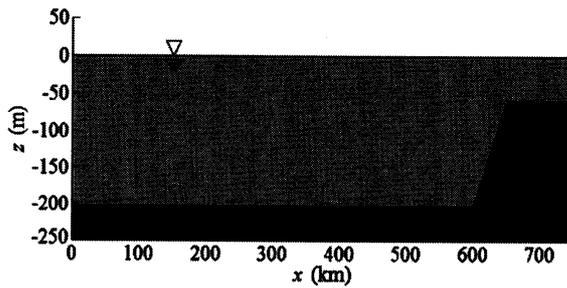


図-10 津波伝播解析のためのモデル地形

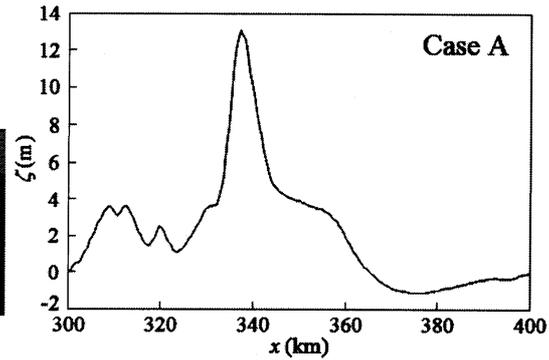
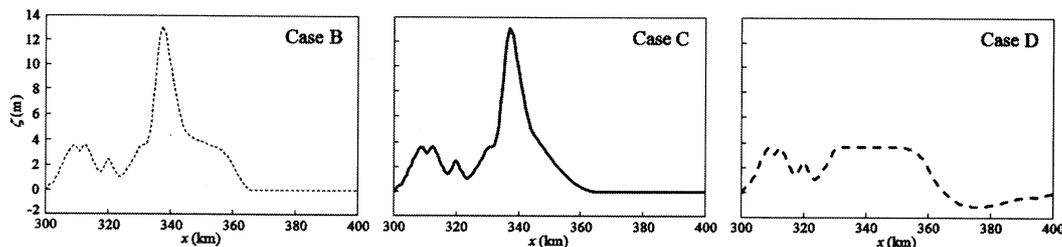


図-11 推定された津波初期波形 (Case A)



(a) Case A の初期波形から引き波を形成する部分を削除した波形 (Case B)

(b) Case A の初期波形から引き波と変位の大きな短周期波成分に先行する波を形成する部分を削除した波形 (Case C)

(c) Case A の初期波形から第2段階の水位上昇部を削除した波形 (Case D)

図-12 仮定された津波初期波形 (Case B～D)

いからである。これに対して、時刻 $t = 10,000$ s では、 η_{\max} は、Case Bの方がCase Cよりも大きくなっている。これは、 $t = 10,000$ sにおいて、Case Bの変位の大きな短周期波成分の第1番目の波が、その直前に存在した部分から形成された波を追い抜いており、変位の大きな短周期波成分の第1番目の波の直前の水位が低く、浅水変形の効果が大きく現れるようになったためである。

ここで注意すべきことは、Case Aの津波は、変位がこれほど大きくない短周期波成分が、Case Dのような長周期波成分に重なって生じた波でないと仮定していることである。ここで仮定された短周期波成分は、単独で η_{\max} 程度の最高水位を有する波である。これを模式的に理解するために、図-14に示すような、短周期波成分Pが長周期波成分Qに追い付いて重なった状態である波Rと、初期水位Iが分離して生じた2波のうち1波である波Jとを考える。前者では、波P及び波Qがソリトンの振舞いをするを仮定すると、波Rの短周期波成分が長周期波成分を追い抜いた後、短周期波成分の最高水位は、元の波Pの最高水位程度になる。これに対して、後者では、波Jに含まれる、変位の大きな短周期波成分は、その直前の部分を追い抜いても、その最高水位が波Jの最高水位からあまり変化せず、この現象が、Case A及びBに現れている。

このように、Case Cの初期波形の全体が、短周期波成分を形成すると考える必要がある。そして、 η_{\max} という最高水位を有する短周期波成分の直前の水位が比較的高い場合が、Case A及びBの津波に見られ、このとき、相対的な峰の高さに対しては、静水位がCase Cよりも高い状態であるとみなされ、浅水変形の効果による波高の増幅及び分裂が現れにくい。時刻 $t = 10,000$ s では、Case A及

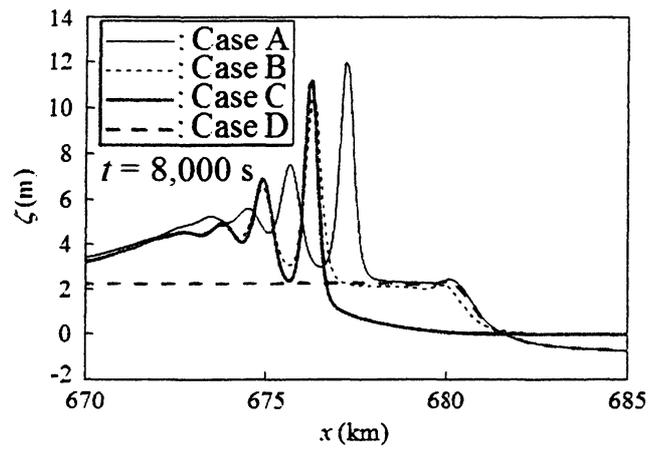
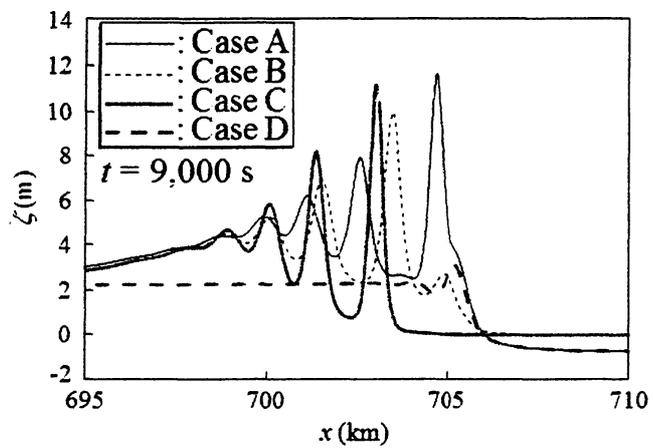
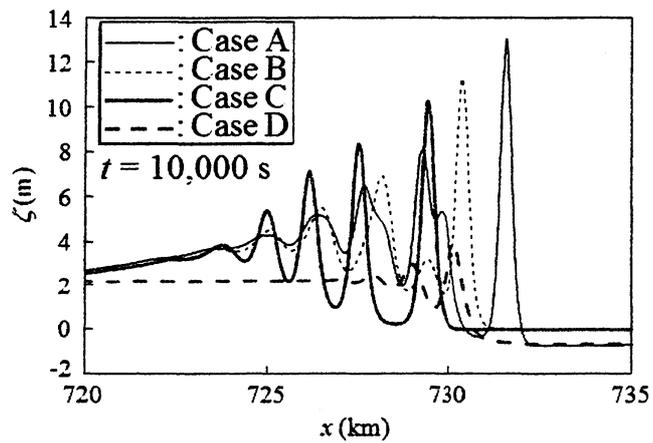
(a) $t=8,000$ s(b) $t=9,000$ s(c) $t=10,000$ s

図-13 図-11 及び 12 の津波初期波形に対する津波の各時刻における水面形の計算結果 ($N=2$)

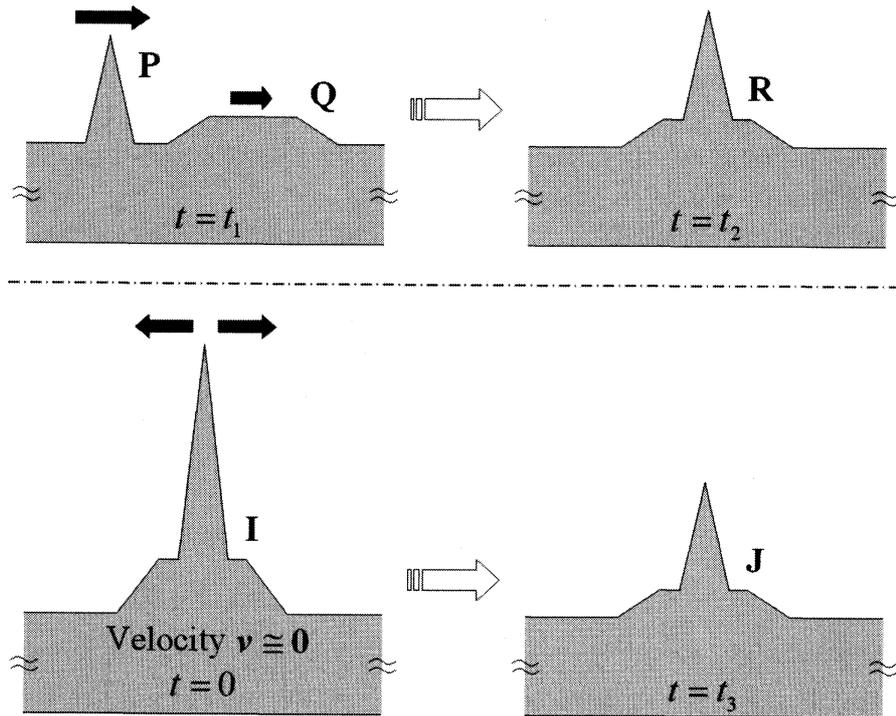


図-14 変位の大きな短周期波成分を含む2種類の津波の模式図（波 Rは、波 Pが波 Qに追い付いて重合した波である。他方、波 Jは、津波初期波形 Iが左右に分離したうちの右方向に進行する波である。）

び Bとも、変位の大きな短周期波成分の第1番目の波が、その直前にあった部分から形成された峰を抜き去っており、直前の水位が低いいため、浅水変形の効果が現れやすくなっている。変位の大きな短周期波成分と、その前にあった部分から形成された分裂波とが重なる際には、そのタイミングに依存して、津波の最高水位が変動する。

なお、図-14において、波 Pと波 Qの位置エネルギーの和 PE_1 と、波 Rの位置エネルギー PE_2 は、等しいと限らない。例えば、 $PE_1 < PE_2$ の場合、波 Pと波 Qの運動エネルギーの和を KE_1 とし、波 Rの運動エネルギーを KE_2 とすると、 $KE_1 > KE_2$ となる。波 Pと波 Qがエネルギーのやりとりを行ない、その結果、それぞれの波速が変化すると、各波の位相がずれる。他方、運動エネルギーを持たない波 Iが分裂して、波 Jが生じるが、波 Jは、運動エネルギーを有しているから、波 I及び波 Jの位置エネルギーをそれぞれ PE_3 及び PE_4 とすると、 $PE_3/2 > PE_4$ である。ここでは、図-11に示す Case Aの津波初期波形を推定する際に、発生する運動エネルギーが PE_4 に相当する位置エネルギーと比べて無視できると仮定し、図-9の水面変動の値を2倍するという操作を行なっている。

また、Case Aと Case Bを比較すると、Case Aの方が第1波の最高水位 η_{\max} が大きい。これは、Case Aが引き波から始まっているからである。すなわち、Case Aの、変位の大きな短周期波成分の直前の部分の、更に前の水位が比較的低く、変位の大きな短周期波成分の直前の部分の波高が相対的に高くなっており、この部分の浅水変形の効果が大きく現れ、これを短周期波成分が抜いて行く Case Aの η_{\max} が大きくなるためであると考えられる。

7. 結 論

非線形波動方程式系に基づく数値モデルを適用し、津波の生成・伝播過程の数値解析を行なった。速度ポテンシャルの展開項を変え、数値解析によって再現される津波に、考慮する流速分布の正確さがどのような影響をもたらすのかを検討した。また、海洋の密度が2層に分布していると仮定し、密度成層が津波に与える影響を調べた。

津波の生成に関して、底面隆起の速度及び加速度が比較的大きい場合、非線形浅水方程式系を適用すると、津波の tail に発生する短周期波を再現できない可能性がある。

一方、津波の伝播に関して、初期水面形を与えて津波の伝播解析を行なう場合、水平方向流速の線形の鉛直分布と、一様な鉛直方向流速とを考慮して、波の非線形性と分散性のバランスを認めると、本数値モデルに基づく数値解析は、計算精度が飛躍的に向上する。これに対して、分散性を考慮しない非線形浅水方程式系を適用すると、津波の第1波に対して、次のように精度を欠いた計算結果を得る可能性がある。

- ・津波高さが過大評価され、波長が短く見積もられ、特に、峰前面の勾配が急になる。
- ・峰のピークが到達すると予測される時刻が、実際の到達時刻よりも早く算定される。
- ・実際の津波の長距離伝播において、分散効果により、多数の波を有する、全長が比較的最長い波群が形成される場合でも、数値解析結果では、こうした波群が再現されない。
- ・実際の津波では、十分長い距離を伝播した第1波の波長は、初期水面形の波長に依存しなくなる。ところが、波の非分散を仮定すると、長距離伝播後であっても、第1波の波長は、初期水面形の波長が長いほど大きくなる。

また、密度が2層に分布した成層化された海洋を進行する津波は、界面の存在に伴う波高の減衰効果が顕著でない場合、1層の場合と比較して波高が大きくなる。しかしながら、津波が密度成層場を長距離伝播する場合においても、ここで対象とした程度の密度分布は、津波のピーク到達時刻に殆ど影響しない。

更に、変位の大きな比較的短周期の成分を含む津波では、その直前の水位が静水位より高いと、相対的な峰の高さが低いため、直前の水位が静水位付近である波よりも、浅水変形に伴う波高の増幅や波の分裂が現れにくく、また、波速が大きく、波長の伸長率が高い。そして、この変位の大きな短周期波成分が、その直前にあった、静水位より水位の高い部分から生じた波を抜き去ると、直前の水位が低くなるため、浅水変形の効果が増大する。また、引き波から始まり、変位の大きな短周期波成分の直前の部分の、更に前の部分の水位が静水位より低いと、変位の大きな短周期波成分の直前の部分の波高が相対的に大きくなり、この部分の浅水変形の効果が比較的大きく現れ、これを抜いて行く変位の大きな短周期波成分の最高水位が、変位の大きな短周期波成分の直前の部分の更に前の部分の水位が静水位程度の場合よりも高くなる。

謝 辞: 津波に対する海洋の密度分布の影響に関して貴重な御助言をいただいた防衛大学校システム工学群藤間功司教授に謝意を表す。また、本研究が、文部科学省科学研究費補助金(基盤研究(C)(21560544))による研究の一部であることを付記する。

参考文献

- 岩瀬浩之: 津波発生域から沿岸域までの分散効果を取り入れた数値モデルの研究, 東北大学大学院博士論文, 166p, 2005.
- 柿沼太郎: 透水性海浜における内部波の挙動の数値計算, 海岸工学論文集, 第 48 巻, pp. 146-150, 2001.
- 柿沼太郎・秋山 実: 海底地形の変動に伴う津波発生過程の数値解析, 土木学会論文集, Vol. 62, pp. 388-405, 2006.
- 河合弘泰・佐藤 真・川口浩二・関 克己: 平成 23 年 (2011 年) 東北地方太平洋沖地震津波の特性, 港湾空港技術研究所報告, 第 50 巻, 第 4 号, pp. 3-63, 2011.
- Hammack, J. L.: A note on tsunamis: their generation and propagation in an ocean of uniform depth, *J. Fluid Mech.*, Vol. 60, pp. 769-799, 1973.
- Horrillo, J., Z. Kowalik, and Y. Shigihara: Wave dispersion study in the Indian Ocean Tsunami of December 26, 2004, *Marine Geodesy.*, Vol. 29, pp. 149-166, 2006.
- Nakayama, K. and T. Kakinuma: Internal waves in a two-layer system using fully nonlinear internal-wave equations, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 62, pp. 574-590, 2010.
- Pickard, G. L. and W. J. Emery: *Descriptive Physical Oceanography*, Butterworth-Heinemann Publications, Wiltshire, p. 246, 1990.