

信用イベントの変動における frailty 要因について

野村アセットマネジメント株式会社 廣中 純

Jun Hironaka

Nomura Asset Management Co., Ltd.

1. はじめに

銀行等の金融機関はバーゼル規制の下で、自社が保有する信用リスクのあるポートフォリオ(以下「ポートフォリオ」という)について、デフォルト確率(Probability of Default、以下、「PD」という)、デフォルト時損失(Loss Given Default、以下、「LGD」という)、景気後退期を考慮した LGD(以下、「景気後退期 LGD」という)および信用 VaR(Value at Risk)等の信用リスク量を算出する。2007 年に顕在化したサブプライム問題や 2008 年 9 月のリーマン・ブラザーズの破綻を契機に拡大したグローバルな金融・経済危機における状況を鑑み、金融機関の自己資本比率の安定的な維持を目的に導入されたバーゼルⅢは、金融機関に対して自己資本の質・量の改善や景気後退期に取り崩しが可能となる追加的な資本の積み増し(資本バッファー)等を要請¹⁾している。こうした新しい規制が金融機関の経営戦略や自社ポートフォリオの信用リスク量の算出プロセスに及ぼす影響は大きいと考えられる。

しかしながら、金融機関の自己資本比率は経済や金融環境に大きく左右されるため、その安定的な水準の維持は容易ではない。例えば景気拡大(好況)時には、高い水準の自己資本比率を維持できるため、金融機関は過度にリスクを取ることが可能となる。一方、景気後退(不況)時には、債務者のデフォルト確率やデフォルト時損失が悪化、金融機関のリスクアセットの増加に伴う自己資本比率の低下を通じて、企業や個人に対する貸出等の信用供与が抑制される。その結果、景気の変動をより増幅させる傾向がある点が指摘されている²⁾。

また、格付機関による、投資対象の信用リスク判断の基準となる格付方式は、景気変動を加味し中長期的に安定した「TTC(Through-the-Cycle)格付³⁾」へと移行しつつあり、これはバーゼルⅢにおける格付の考え方に準拠するものである。

以上により、金融機関はバーゼルⅢへの対応のため、金利・株価等のマクロ要因や、社債市場等の、日本のクレジット市場全体の信用リスクの変動、すなわち、信用サイクル(例:金融機関による信用供与額の拡大・縮小)を踏まえた自社ポートフォリオの信用リスク管理を行う必要があると考える。

本研究は、Yamanaka et al.(2012)や Azizpour et al.(2012)で提示された強度(intensity)モデルを

¹⁾ 主な内容は次の通り。①自己資本の質・量の改善策としての最低自己資本比率の引き上げ(最低所要普通株等 Tier1 比率および Tier1 比率の最低水準を、各々 4.5%、6.0%に引き上げ)、②国際的に活動する銀行に対する流動性基準の導入[流動性カバレッジ比率(LCR)、安定調達比率(NSFR)]の導入、③レバレッジを抑制するレバレッジ比率の導入、④ストレス時に取り崩しが可能な資本バッファーを好況時に積み立て(参考資料 1 および 2 を参照)、⑤ストレス・テストの高度化。

²⁾ プロシクリカリティ(景気変動増幅効果)と呼ばれる。

³⁾ TTC 格付は、格付の対象となる債務者の直近の決算期の状況ではなく、長期の景気変動の影響を勘案して決定される。そのため、景気の局面に応じて、格付毎のデフォルト確率が変動する(ある債務者に付与された格付は景気の局面に関わらず一定)という特徴がある。一方、格付機関の従来の格付手法である Point-in-Time(PIT)格付は、債務者の直近の決算期の状況を重視して決定される。PIT 格付は、景気の局面に応じて債務者に付与される格付が変動する(景気悪化局面では格下げ、景気改善局面では格上げがなされやすい)点に特徴がある。

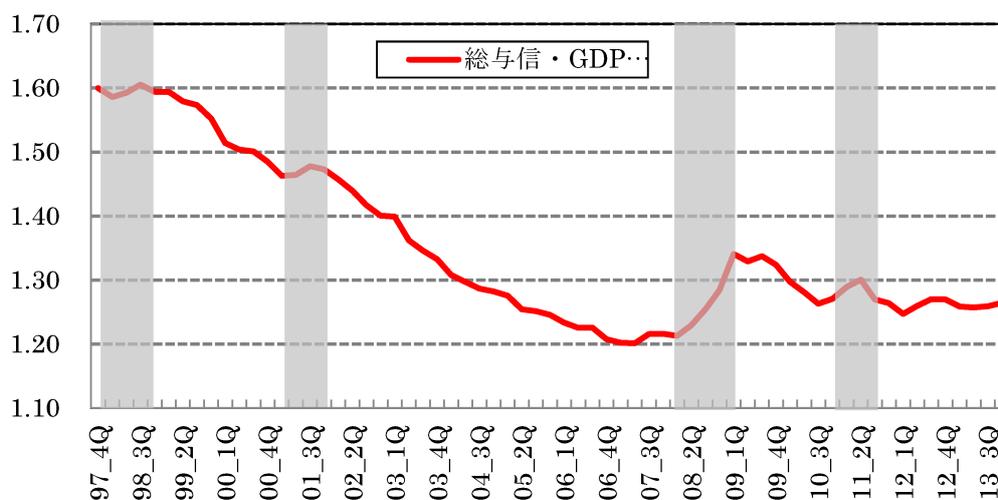
拡張し、観測可能なファクター[信用イベント(格付機関による発行体格付の格上げ・格下げ・デフォルト)・マクロ要因]のほか、市場で直接観測することができないあるファクター(それを *frailty* と名付ける)の存在を仮定し、これらを考慮した信用イベントの発生強度を表すモデルを提案する。本モデルにより信用サイクル変動要因の説明を試みる。また金融機関が本モデルをポートフォリオの信用リスク管理手法へ適用するためのアイデアを提示する。

具体的には、まず信用イベントが経済全体の信用サイクルの代理変数であると仮定し、「格付け・格下げ・デフォルト」の3つの信用イベントの発生のしやすさ(発生強度)を表すモデルを構築し、そのパラメータを推定する。次に本モデルを構成するファクター(信用イベント、マクロ要因および *frailty*)の考慮の有無による、本モデルに対する説明力の差異に対する検証を行う。

ここで、金融機関による信用供与額の拡大・縮小と経済指標との関連性を示す例として、日本銀行が公表する「総与信・GDP比率」を挙げる。総与信・GDP比率は、同行が公表する資金循環統計における企業・家計等向けに対する民間金融機関貸出等の合計値をGDPで除した数値である。

図1-aは1997年10月から2013年12月までの間における総与信・GDP比率の推移を示したものである。なお図中の網掛けは「景気後退期」を表しており、これは日本銀行が公表する景気動向指数のうちComposite Index値が連続して下落している期間、と定義する。

(図1-a) 総与信・GDP比率の推移(1997年12月・2013年12月)



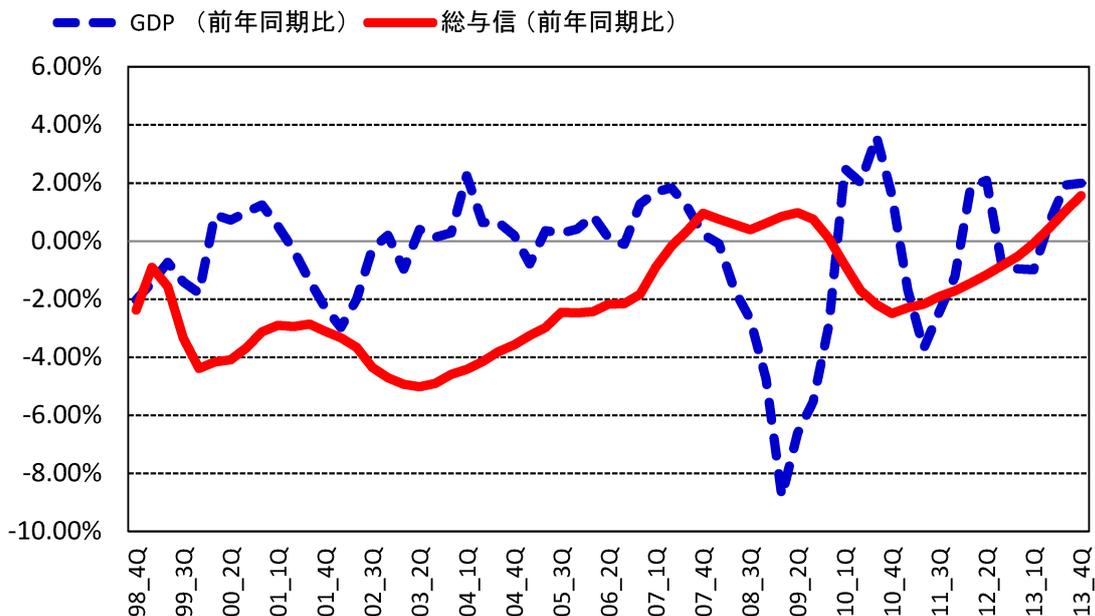
(出所) 日本銀行「資金循環統計」、内閣府「国民経済計算」

図1-aより、総与信・GDP比率が上昇している期間⁴が景気後退期に相当すると考えられる。

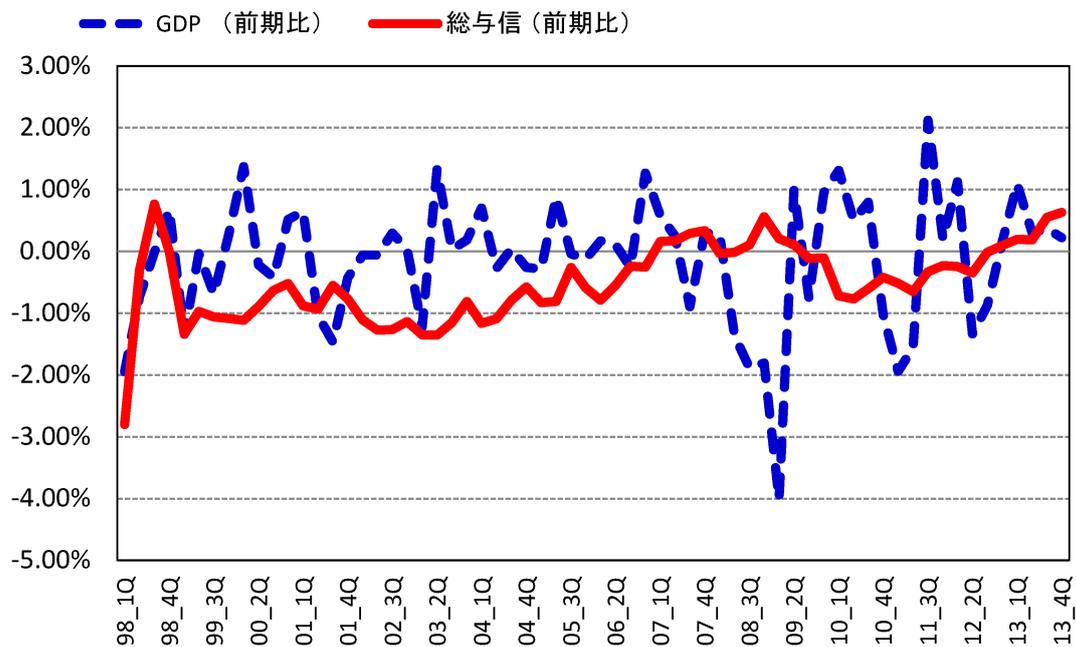
また、次頁における図1-b・図1-cは、図1-aを構成する総与信およびGDPについて、各々前年同期比、前年比の推移をみたものである。

⁴ 図1-aの網掛け部分(景気後退期)は、各々、1997年第4四半期・1998年第3四半期:アジア通貨危機時、2001年第1四半期・2002年第1四半期:ネットバブル崩壊時、2008年第2四半期・2009年第1四半期:リーマン・ショック時、2011年第1四半期・同年第2四半期:東日本大震災時を示している。

(図 1-b) GDP および総与信の推移(前年同期比)(1998年10月-2013年12月)



(図 1-c) GDP および総与信の推移(前期比) (1998年10月-2013年12月)



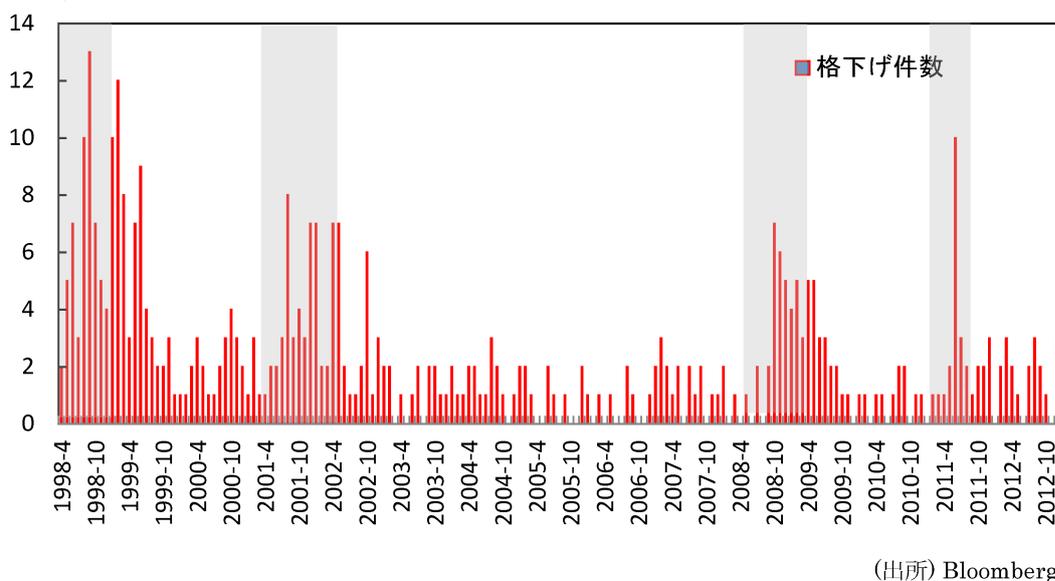
(出所) 日本銀行「資金循環統計」, 内閣府「国民経済計算」

総与信については、前年同期比、前年比ともにはほぼ安定的に推移している一方で、GDP は景気の動向により大きく変化する時期がみられる。そのため、金融機関が経済指標の動向を勘案したうえで自社ポートフォリオの信用リスク管理を実施することには困難が伴う。

図 2 は、日本の格付機関の 1 つである株式会社格付投資情報センター(R&I)が公表する発行体格付のうち、格下げ件数の推移を示したものである(対象期間:1998 年 4 月-2012 年 12 月)。

これによると、格下げ件数が増加している期間は、図 1-a に示す景気後退期とほぼ一致していることがわかる。

(図 2)発行体格付の格下げ件数の推移(1998 年 4 月-2012 年 12 月)



以上より、日本のクレジット市場全体の信用サイクルは、格付機関による信用イベント(格上げ・格下げ・デフォルト)に代替し得ると考えられる。⁵

次に本研究では、金融機関が行う信用リスク量の計測に本モデルを適用し、バーゼルⅢに基づき段階的に積み増しが要請される資本バッファー(資本保全バッファー・カウンターシクリカル資本バッファー)について、金融機関が自社のリスク管理の一環としてその理論的な水準を推定するための枠組みや、本モデルをシステミック・リスク指標へ適用するためのアイデアを提案する。

2. 先行研究

過去のデフォルト実績、経済指標、マクロ要因および frailty をファクターとして、デフォルトの集積(default clustering)要因の説明やポートフォリオの格付推移確率の推定に関連した先行研究を紹介す

⁵ 日本銀行が公表する総与信額には、格付機関による格付が付与されていない企業に対する与信額が含まれており、これも信用サイクルを構成する要素であると考えられるが、本研究では勘案しない。また上場企業を含め約 120 万社の企業の信用状況を調査する株式会社 帝国データバンクが公表する倒産データ(倒産時の負債総額が 1,000 万円以上の企業で構成)によると、2005 年 5 月以降の月間倒産件数は約 900 件に及ぶ。リーマン・ショック前後においても約 1,100 件と大きな変化はないことから、金融機関の与信先企業に対する与信の内容が変化しているものと考えられる。そのため、本研究における信用サイクル分析のためのデータには適さない。

る。

まず Koopman et al.(2009)では、Standard & Poor's による格付推移データおよび格付対象企業のデフォルトデータに基づき、マクロ要因(GDP・マネーサプライ・インフレ率等)と格付推移との関連性を検証し、格付の変更、特に格下げとデフォルトに大きく影響するのは latent factor、すなわち frailty であり、マクロ要因の影響は限定的であるとの分析結果を示した。

具体的には、格付推移の強度(企業 k が格付推移タイプ j に推移する強度) $\lambda_{jk}(t)$ を次の比例ハザード過程で表す。

$$\lambda_{jk}(t) = R_{jk}(t) \cdot \exp(\eta_j + \beta_j' x(t) + \alpha_j \psi(t)), \quad N(t) = \sum_{jk} N_{jk}(t)$$

また frailty は下記の AR(1)過程に従うと仮定する。

$$\psi(t_i) = \psi(t_{i-1}) + \sqrt{t_i - t_{i-1}} \cdot \varepsilon_i$$

x : 観測可能なファクター(マクロ要因) ψ : 観測不可能なファクター(frailty)

N : 企業 k が格付推移タイプ j に遷移する計数過程

次に Duffie et al.(2009)は、金融機関を除く米国上場企業のデフォルト強度モデルにより、マクロ要因(株価指数・米国債利回り等)や Moody's による過去のデフォルト実績(対象期間:1974年-2004年)等の観測可能なファクターに加え、個別企業間のデフォルトの依存構造に強い影響を及ぼす観測不可能な common dynamic latent factor、すなわち frailty の存在を検証した。

具体的には個別企業のデフォルト強度を下記の比例ハザード過程で表す。

$$\lambda_{it} = \Lambda((w, y); \theta) = e^{\beta_1 w_t} + e^{\beta_2 w_t + \dots + \beta_n w_t + \eta y}, \quad \theta = (\beta, \eta, \kappa)$$

また frailty は Ornstein-Uhlenbeck (OU)過程に従うと仮定する。

$$dY_t = -\kappa Y_t dt + dB_t, \quad Y_0 = 0 \quad (B_t) \text{ は } (\mathcal{G}_t)\text{-ブラウン運動}$$

w : 観測可能な変数⁶ y : 観測不可能な変数(frailty)

β, η, κ : 推定すべきパラメーター

以上の仮定に基づき、下記の尤度関数を最大にするパラメーター・セットを最尤法により推定し、個別企業に共通かつ観測不可能なファクター(frailty)の時系列推移および条件付きの事後分布を推定する。⁷

⁶ S&P500 インデックスリターン、3ヵ月物 T-bill レート、個別企業の株価リターン、デフォルト距離(Distance to default)

⁷ 具体的には EM(Expectation-Maximization) algorithm を応用し、frailty のパラメーター κ および η を推定するため、frailty のサンプル・パスを Markov Chain Monte Carlo の Gibbs Sampler にて生成する。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\gamma, \theta | W, D) &= \int \mathcal{L}(\gamma, \theta | W, y, D) p_{Y(y)} dy = \mathcal{L}(\gamma | W) \int \mathcal{L}(\gamma, \theta | W, y, D) p_{Y(y)} dy \\ &= \mathcal{L}(\gamma | W) E \left[\prod_{i=1}^m \left(e^{-\sum_{t=t_i}^{T_i} \lambda_{it} \Delta t} \prod_{t=t_i}^{T_i} [D_{it} \lambda_{it} \Delta t + (1 - D_{it})] \right) \middle| W, D \right] \end{aligned}$$

W : 観測可能な変数 D : デフォルトの指示過程 γ : 推定すべきパラメーター

また Yamanaka et al.(2012)は、R&I による日本企業の格付変更データに基づき、経済全体(the whole economy)の信用イベント(格上げ・格下げ・デフォルト)を表す強度モデルを提案した[なおモデルは自励的(self-exciting)過程、かつ状態依存するものと仮定]⁸。

$$\begin{aligned} d\lambda_t^\ell &= \kappa_t^\ell (c_t^\ell - \lambda_t^\ell) dt + dJ_t^\ell & J_t^\ell &= \sum_{n \geq 1} \left(\min(\delta^\ell \lambda_{T_n^\ell -}^\ell, \gamma^\ell) 1_{\{T_n^\ell \leq t\}} \right) \\ \kappa_t^\ell &= \kappa^\ell \lambda_{T_n^\ell}^\ell \end{aligned}$$

更に random thinning(確率的細分化)により、経済全体の信用イベントの発生強度を個別のポートフォリオ(sub portfolio)の信用イベント発生強度に割り当てたうえで、個別ポートフォリオの信用 VaR 等のリスク量の推定を試みた。

最後に、本研究にて提案する信用イベント発生強度モデルを構築する際に参考とした Azizpour et al.(2012)では、Moody's による過去(1970年・2010年)のデフォルト実績、マクロ要因および frailty の3つのファクターにて構成される経済全体のデフォルト強度モデルを構築し、米国企業におけるデフォルト集積の要因が frailty とデフォルトの伝播(default contagion)にある点を明らかにした。なお、参考資料3に上記の先行研究における frailty やマクロ要因の種類等をまとめた。

これまでに、日本企業の格付変更データ等を用いて日本のクレジット市場における frailty の存在を実証した先行研究は存在していないと考える。また frailty の存在を考慮したうえで、金融機関内部の信用リスク管理の視点から、バーゼルⅢ規制により導入される資本バッファの理論値を推定する試みは新規性を有すると思われる。

3. 研究の内容

本研究では、Koopman et al(2009)、Yamanaka et al.(2012)および Azizpour et al.(2012)⁹で提示された強度モデルを拡張し、観測可能なファクター(マクロ要因・信用イベント)と観測不可能なファクター

⁸ Stanford University の Giesecke 等が提唱する「トップダウン・アプローチ」を信用リスクモデルの基本概念とする。トップダウン・アプローチでは、ポートフォリオを構成する個別債務者の信用リスクの特性をひとまわず置き、ポートフォリオ内でデフォルトイベントがいつ発生するのかに注目する。

⁹ 直近の working paper の draft は Azizpour et al.(2015)であるが、本研究の軸となる filtered intensity の計算方法に関する記述については旧バージョンである Azizpour et al.(2012)に詳しい。また、本研究における理論面の詳細については Giesecke and Schwenkler(2014)を参照のこと。

(frailty)を考慮した、信用イベントの強度(intensity)を表すモデルを提案する。また金融機関が本モデルをポートフォリオの信用リスク管理手法へ適用するためのアイデアを提示する。

まず信用イベントの発生強度モデルの内容について説明する。フィルトレーション付きの完備確率空間を $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t), \mathbb{P})$ [(\mathcal{F}_t):完全フィルトレーション]、 $0 < T_1^i < T_2^i < \dots$ を $\{\mathcal{F}_t\}$ -適合な点過程とする(T_n^i : イベント*i*の発生時刻)。また観測フィルトレーション $(\mathcal{G}_t)_{t \geq 0}$ ¹⁰の下での計数過程を $N_t^i = \sum_{n \geq 1} 1_{\{T_n^i \leq t\}}$ 、

λ_t^i を N_t^i に対する $\{\mathcal{F}_t\}$ -補正過程とすると、 $N_t^i - \int_0^t \lambda_s^i ds$ は局所マルチンゲールとなる。

また信用イベントを格付の変更($i \in \{1, 2, \dots, I\}$ [$i = 1$ (格上げ), $i = 2$ (格下げ), $i = 3$ (デフォルト)])とし、「格付け・格下げ・デフォルト」の3つの信用イベントが発生する強度を表すモデルを考える。また、信用イベントである格付の変更が、日本のクレジット市場全体の信用拡張・信用収縮(信用サイクル)の代理変数であると仮定する。

以上の前提に基づき、信用イベント発生の強度モデルを次式で表すものとする。

$$\lambda_t^i = g(X_t, Y_t) + e^{-kt} \eta_t^i \quad (1)$$

各々の変数の内容は以下の通りである。

X_t : マクロ要因(観測可能なファクター)¹¹

$$X_{(j+1)\Delta} = X_{j\Delta} + \mu(X_{j\Delta}, j) + \sigma(X_{j\Delta}, j)(\Delta W_{(j+1)\Delta}^X - W_{j\Delta}^X), \quad X_t = X_{j\Delta}, \quad j\Delta \leq t < (j+1)\Delta, \quad j \in \mathbb{N}$$

Y_t : frailty(観測不可能なファクター)¹²

$$dY_t^i = k^i(c^i - Y_t^i)dt + \sqrt{Y_t^i} dW_t^Y, \quad c, k \geq 0, \quad 2kc \geq 1,$$

$$W_t = (W_t^X, W_t^Y): d \text{次元標準ブラウン運動}$$

R_t^i : 過去の信用イベント(格付変更イベント)の影響(観測可能なファクター)¹³

¹⁰ 観測値は、「マクロ要因」「信用イベント(格付の変更)の発生件数」の2種類である。

¹¹ GDP 成長率、鉱工業生産成長率、株価指数(TOPIX・日経平均株価指数等)のリターン、同ボラティリティ、日本国債10年物の利回り、短期・長期国債のイールドスプレッド、社債のイールドスプレッド(AAA・BBB)等。格付変更件数との回帰分析により、観測可能なファクターを選択する(本研究では、GDP 成長率、TOPIX リターンおよび短期・長期国債のイールドスプレッドの3つを選択)。参考資料4に信用イベントとマクロ

¹² Duffie et al.(2009)は frailty の持つ特徴として中心回帰性を主張した。OU 過程では frailty が負となる可能性がある点を踏まえ、本研究では frailty の形を Cox-Ingersoll-Ross(CIR)タイプに類似するものとした。なお、Azizpour et al(2012)では、CIR モデルのパラメーターであるボラティリティ項 σ の有無がパラメーター推定値に及ぼす影響が極めて小さいことを示した。

¹³ 1日に複数件の信用イベントが同時に発生した場合においても、これらは互いに独立に発生したものと見做す。

$$R_t^i = \sum_{k=1}^{N_t^i} \eta_k^i \quad \sum_{n \leq N_t^i} \exp(-\kappa^i(t - T_n^i)) \ell(R_n^i) : \text{Hawkes 過程に従う.}$$

以上により、(1)式は以下の様に表すことができる.

$$\lambda_t^i = \exp(a_0 + \sum_{k=1}^d a_k X_{k,t}) + b Y_t + \delta \sum_{n \leq N_t^i} \exp(-\kappa^i(t - T_n^i)) \ell(R_n^i) \quad (2)$$

すなわちモデルは、「観測可能なファクター」「frailty」「過去の信用イベントの影響」、の3ファクターにより構成される.

(2)式に基づく下記の尤度関数 $\mathcal{L}_\tau(\theta)$ を最大にするパラメーターを最尤法により推定する.

$$\mathcal{L}_\tau(\theta) \propto \mathbb{E}^*[1 / Z_\tau | \mathcal{G}_\tau] \quad \mathbb{E}[Z_\tau | \mathcal{G}_\tau] = 1 \quad (3)$$

推定すべきパラメーターのセットは $\theta = (a_0, a_k, b, z, c, \delta, \kappa)$ である [(a_0, a_k):観測可能なファクター, (b, z, c):frailty, (δ, κ):過去の信用イベントの影響].

(3)式における \mathbb{E}^* は、Radon-Nikodym derivative による測度変換

$$\frac{d\mathbb{P}^*}{d\mathbb{P}} = Z_t = \exp\left(-\int_0^t \log(\lambda_{s-}) dN_s + \int_0^t (1 - \lambda_s) ds\right)$$

で定義される、パラメーター θ を所与とした場合の、 \mathbb{P}^* (リスク中立確率)の下での期待値である.

なお、データセットは観測値のみであり、frailty を含んでいない. そのため、Azizpour et al.(2012) の Proposition 4.1 により、filtered intensity h_t を(4)式で表す.

$$\begin{aligned} h_t &= \mathbb{E}(\lambda_t | \mathcal{G}) \\ &= \mathbb{E}^*(\lambda_t / Z_t | \mathcal{G}) / (1 / Z_t | \mathcal{G}) \quad \text{a.s.} \end{aligned} \quad (4)$$

なお、filtered intensity h_t の具体的な形は下記の通りとなる.

$$h_t^i = \frac{\mathbb{E}_\theta^* \left(\lambda_t^i \exp\left(\int_0^t \log(\lambda_{s-}^i) dN_s + \int_0^t (1 - \lambda_s^i) ds\right) \mid \mathcal{G}_t \right)}{\mathbb{E}_\theta^* \left(\exp\left(\int_0^t \log(\lambda_{s-}^i) dN_s + \int_0^t (1 - \lambda_s^i) ds\right) \mid \mathcal{G}_t \right)}, \quad \text{a.s.} \quad (5)$$

Azizpour et al.(2012)の Proposition 5.1 に従い、(5)式を(6)式にて計算する.

$$\mathbb{E}^*(u(\lambda_t) / Z_t | \mathcal{G}_t) = \exp(t) \mathbb{E}^*(u(\lambda_t) \phi(T_{N_t}, t) \prod_{n=1}^{N_t} \lambda_{T_n} \phi(T_{n-1}, T_n) | \mathcal{G}_t) \quad (6)$$

ただし、

$$\Pi_t = u(\lambda_t) \exp\left(\int_0^t \log(\lambda_{s-}) dN_s\right)$$

$$\phi(m, n) = \Phi(m, n) \exp\left(-\int_m^n [f(X_s) + g(C_s)] ds\right)$$

$$\Phi(m, n) = \frac{I_q \left(\sqrt{Y_m Y_n} \frac{4le^{-0.5l(n-m)}}{1 - e^{-l(n-m)}} e \right)}{I_q \left(\sqrt{Y_m Y_n} \frac{4ze^{-0.5l(n-m)}}{1 - e^{-z(n-m)}} e \right)} \cdot \frac{le^{-0.5(l-z)} (1 - e^{-z(n-m)})}{z(1 - e^{-z(n-m)})} \cdot e^{(Y_m + Y_n) \left[\frac{z(1 + e^{-m(n-m)})}{1 - e^{-z(n-m)}} - \frac{l(1 + e^{-l(n-m)})}{1 - e^{-l(n-m)}} \right]}$$

とする.

次に、格上げ・格下げ・デフォルトの各 filtered intensity h_t^i のパラメーター(マクロ要因・frailty・過去の信用イベントの影響)について、①全ファクター、②マクロ要因のみ、③マクロ要因+過去の信用イベントの影響、および④マクロ要因+frailty の 4 つのモデルに対して、標準誤差の推定、時間変更に対する適合度検定を、格上げ・格下げ・デフォルトの各モデルに対して行い、95%水準で統計的有意性を検定する. なお上記①-④のモデルの具体的な形は以下の通りである.

$$\textcircled{1} \lambda_t^i = \exp(a_0 + \sum_{k=1}^d a_k X_{k,t}) + b Y_t + \delta \sum_{n \leq N_t^i} \exp(-\kappa^i (t - T_n^i)) \ell(R_n^i)$$

$$\textcircled{2} \lambda_t^i = \exp(a_0 + \sum_{k=1}^d a_k X_{k,t})$$

$$\textcircled{3} \lambda_t^i = \exp(a_0 + \sum_{k=1}^d a_k X_{k,t}) + \delta \sum_{n \leq N_t^i} \exp(-\kappa^i (t - T_n^i)) \ell(R_n^i)$$

$$\textcircled{4} \lambda_t^i = \exp(a_0 + \sum_{k=1}^d a_k X_{k,t}) + b Y_t$$

なお、上記の適合度検定を行う際の理論的な根拠は、時間変更(time change)に関する Azizpour et al.(2012)の Proposition 4.2にある. すなわち、 C_t を $A_t = \int_0^t h_s ds$ の右連続の逆関数とすると、 N_{C_t} は

$[0, A_t]$ 上で、確率測度 \mathbb{P} およびフィルトレーション (\mathcal{G}_{C_t}) に関して標準ポアソン過程となる.

また、尤度比検定により frailty や過去の信用イベントの影響を考慮する場合・考慮しない場合におけるモデルの説明力を検証する. 以上について Out-of-sample 期間(2013年1月-現在)にて検証を行う.

なお、格付変更データとして、R&IがBloomberg等を通じて提供する1998年から2012年までの日本国内企業の発行体格付データを利用する。¹⁴ ただし格付がBBB格未満の場合はデフォルトと見做す。¹⁵

4. 実証分析および実務への応用

本章では、前章で示した方法に基づき行った実証分析の結果を示す。まず、信用イベント別のモデルのパラメーター推定結果は表1の通りである。

(表1) 信用イベント別のモデルのパラメーター推定結果

信用イベント		a(定数)	a(GDP成長率)	a(TOPIX)	a(国債イールドスプレッド)
格上げ	パラメータ推定値	-1.532	-0.124	0.035	-0.0002
	標準誤差	(0.524)	(0.022)	(0.004)	(0.120)
格下げ	パラメータ推定値	-1.788	-0.119	0.012	-0.0005
	標準誤差	(0.669)	(0.036)	(0.007)	(0.175)
デフォルト	パラメータ推定値	-0.948	-0.102	0.0083	-0.0001
	標準誤差	(0.248)	(0.002)	(0.001)	(0.098)

信用イベント	b	z	c	δ	κ
格上げ	0.141	3.025	0.002	0.017	0.036
	(0.132)	(1.852)	(0.003)	(0.008)	(0.020)
格下げ	0.221	4.127	0.004	0.012	0.057
	(0.090)	(1.764)	(0.002)	(0.005)	(0.008)
デフォルト	0.108	2.098	0.0006	0.008	0.025
	(0.087)	(1.023)	(0.001)	(0.007)	(0.001)

表1より、格上げ・格下げの場合について、frailty および過去の信用イベントの影響に関するパラメーターは、概ね95%の信頼水準で統計的に有意であるとの結果を得た。また観測可能ファクターのうち、GDP成長率は、格上げ・格下げ・デフォルトの全ての信用イベントについて95%の信頼水準で統計的に有意であると推定される一方で、TOPIXリターンおよび国債イールドスプレッドは信用イベントの別により有意水準は異なる結果となった。¹⁶

¹⁴ R&I以外の格付機関(Moody's, Standard & Poor's, 日本格付研究所(JCR)等)も日本企業の発行体格付を公表している。そのため、他の格付機関による格付データを利用し同様の分析を行う点を今後の課題とする。

¹⁵ 日本企業の場合、欧米の企業におけるデフォルトの定義やデフォルト事象の認定基準が異なる等の理由により公表されるデフォルト件数は極めて少ない。そのため、本研究では投機的格付(BBB未満の格付)をデフォルトと定義した。

¹⁶ 表1について、frailtyにOrnstein-Uhlenbeck過程を仮定した場合におけるパラメーター推定結果を参考資料4に示した。

次に、表 2 は、信用イベントが格下げである場合について、①全ファクター、②マクロ要因、③マクロ要因+過去の信用イベントの影響、④マクロ要因+frailty の各モデルのパラメーター推定値および Kolmogorov-Smirnov Test の結果を示している。これによると、観測可能なファクター・frailty・過去の信用イベントの影響の 3 ファクター全てを含むモデルは、Kolmogorov-Smirnov Test の結果、適合度が高い有意性が見られると考えられる。また GDP 成長率は、①全ファクター、②マクロ要因、および③マクロ要因+過去の信用イベントの影響の各モデルで説明力の高いファクターとなる点、および frailty はファクターとしての寄与度が高い点を示された。

(表 2) モデル別のパラメーター推定値(信用イベント:格下げ)

	①:全ファクター	②:マクロ要因	③:マクロ要因+過去の信用イベント	④:マクロ要因+frailty
a(定数)	-1.7882 (0.669)	1.0145 (0.134)	-1.6983 (0.632)	0.9836 (0.875)
a(GDP成長率)	-0.1197 (0.036)	-0.0019 (0.009)	-0.1081 (0.029)	-0.0003 (0.015)
a(TOPIX)	0.0124 (0.007)	-0.0082 (0.001)	0.0097 (0.135)	-0.0061 (0.002)
a(国債イールドスプレッド)	-0.0005 (0.175)	-0.0066 (0.026)	-0.0019 (0.234)	0.3475 (0.185)
b	0.2219 (0.087)	-	-	0.1278 (0.023)
Z	4.1272 (1.964)	-	-	0.0153 (0.003)
c	0.0046 (0.002)	-	-	0.5735 (0.062)
δ	0.0128 (0.005)	-	0.0121 (0.016)	-
k	0.0573 (0.008)	-	0.0569 (0.008)	-
Kolmogorov - Smirnov Test	0.631	0.001	0.589	0.037
対数尤度	795.23	421.38	789.71	623.06

また表 3 は、表 2 と同様に、信用イベントが格下げである場合について、①全ファクター、②マクロ要因、③マクロ要因+過去の信用イベントの影響、および④マクロ要因+frailty の各モデル間の適合度検定および尤度比検定を行った結果を示す。

(表 3) 各モデル間の適合度検定・尤度比検定(信用イベント:格下げ)

	①:全ファクター	②:マクロ要因	③:マクロ要因+過去の信用イベント	④:マクロ要因+ frailty
Kolmogorov - Smirnov Test	0.631	0.001	0.589	0.037

ベンチマークモデル	マクロ要因	マクロ要因	マクロ要因	マクロ要因+過去の信用イベント	マクロ要因+ frailty
代替モデル	マクロ要因+過去の信用イベント	マクロ要因+ frailty	全ファクター	全ファクター	全ファクター
検定統計量	361.05	329.23	358.02	0.34	25.34
自由度	3	2	5	2	2
p値	0.000	0.001	0.000	0.634	0.001

表 3 より、frailty を含むモデルを代替モデルとして尤度比検定を行った結果、いずれも統計的に有意であることが示された。

以上により、R&I による日本企業の格付変更データを用いた本モデルのパラメーター推定値、適合度検定および尤度比検定の結果を踏まえると、社債市場等の日本のクレジット市場において frailty の存在が示唆されると考えられる。¹⁷

また図 3 において、格下げの信用イベント発生強度モデルのパラメーター推定値に基づき、当該モデルの期待値(事後平均)を算出したうえで、マクロ要因、frailty および過去の信用イベントの影響の各々について、モデルにおける構成比を算出し、1998 年から 2012 年までの間における月次推移を示した。これによると、信用リスクの変動に frailty が影響を及ぼしている可能性があると思定されるものの、その影響度について更に精緻な検証を必要とする。

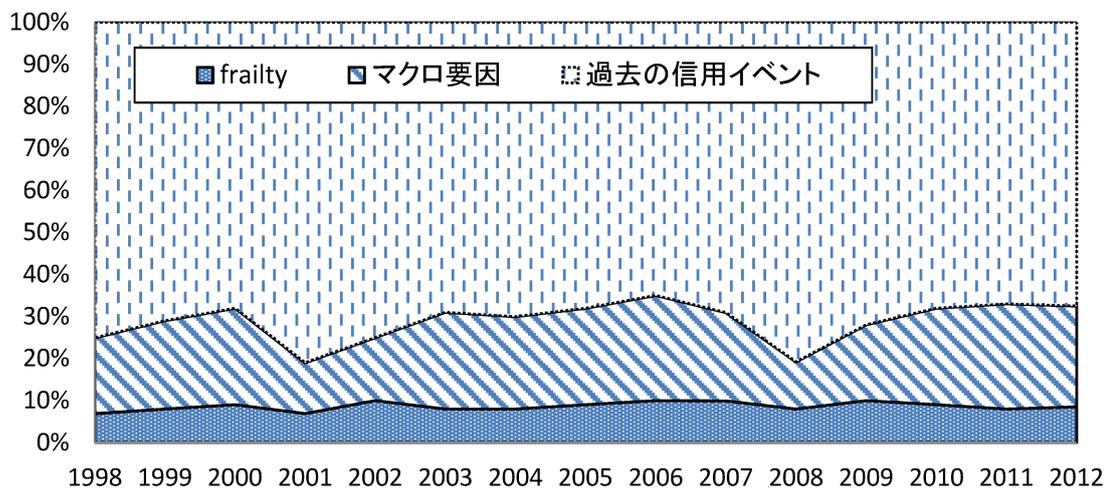
最後に、信用サイクルの変動要因について検証した主な先行研究について述べる。まず Koopman, Kraeussl, Lucas and Monteiro (2009)は、common latent factor(frailty)・GDP 成長率間の相互依存性について検証した。その他の先行研究として、信用サイクルの変動要因をモデル化した Aikman, Haldene and Nelson (2015)や、政府による金融政策が信用サイクルの変動に及ぼす要因を検証した Matsuyama, Sushko and Gardini (2015)等を挙げることができる。いずれの先行研究も、信用サイクルの変動に大きく影響を与えるファクターは GDP 成長率であるとの結論付けた。

図 4 は、格上げ・格下げ各々の信用イベント発生強度モデルにおける frailty と GDP 成長率について、

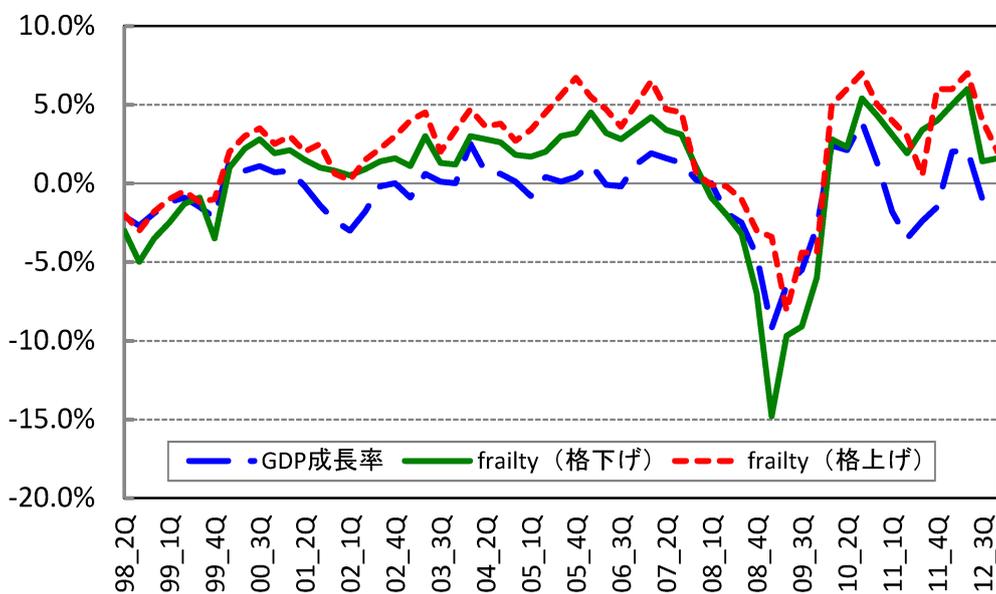
¹⁷ 「格上げ」および「デフォルト」の場合もほぼ同様の結果が得られた。

1998年4月から2012年12月の期間における四半期毎の推移をみたものである。これによると、frailtyとGDP成長率は概ね同じ挙動を示している様であるが、その相互の関連性について更なる検証を行う必要がある。

(図3) 信用イベント発生強度モデルの構成要因の推移(1998年-2012年)



(図4) GDP成長率と frailty(格上げ・格下げ)の推移(1998年4月-2012年12月)



次に、第3章で提示した信用イベント発生強度モデル(以下、「本モデル」ともいう)に基づき、金融機関による景気後退期 LGD や金融機関内部の信用リスク管理を目的とした資本バッファ(資本保全バッファ・カウンターシクリカル資本バッファ)を推定するためのアイデアを提示する。

金融機関は、景気後退期 LGD、すなわち「ストレス LGD」を推定する必要がある。金融庁告示では『クレジットポートフォリオのデフォルト確率の水準が高い時期を「景気後退期」と見做したうえで、長期的な LGD の平均値(長期平均 LGD)を下回らないようにストレス LGD を推定すべき』と要請している。しかしながら、金融機関が保有するクレジットポートフォリオの LGD を算出する過程で、経済指標やマクロ要因に基づく景気後退期を加味しない場合には、ストレス LGD が精緻に推定できない可能性がある。なお景気後退期を特定するための方法として、①ポートフォリオのデフォルト率の推移を経済指標で説明するマクロファクターモデルにより、景気が最も後退した時期を特定する方法や、②過去におけるポートフォリオのデフォルト率のうち最もデフォルト率の水準が高い時期を景気後退期とする方法、等が考えられる。

本研究では、本モデルと経済指標の関係をモデル化し、これらの相関関係より景気後退期を特定したうえで、当該景気後退期におけるクレジットポートフォリオの LGD を「ストレス LGD」と見做すこととする。

本モデルと経済指標との関係を単回帰モデル[(7)式]により推定、最も説明力の高いモデルを抽出し、景気後退期を推定する¹⁸。

$$\ln \left(\frac{\lambda_t^i}{\lambda_t^i(t-12)} \right) = a + b \left(\frac{\text{経済指標}(t+s)}{\text{経済指標}(t+s-12)} \right) + \varepsilon \quad (7)$$

次に、金融機関内部の信用リスク管理に資することを目的に、金融・経済のストレス期に金融機関が被ると想定される損失を吸収するための追加的資本である資本バッファ(資本保全バッファおよびカウンターシクリカル資本バッファ)¹⁹の理論的な水準を推定するためのフレームワークについて考察する。

金融機関が保有するポートフォリオの非期待損失(unexpected loss)を計算する過程で、経済指標(GDP・マネーサプライ・インフレ率等)やマクロ要因(金利・株価等)の影響が勘案されていない場合には、自己資本比率を保守的に見積もる可能性がある。その場合、金融機関は、金融規制当局による資本バッファ(資本保全バッファおよびカウンターシクリカル資本バッファ)の積み増し要請に応じることにより却って収益機会を逸する可能性がある。

¹⁸ 経済指標の公表時点が信用イベントの発生時点と差異がある場合に時間調整を行う。時間調整 s の値が正であるときはラグ(経済指標が遅行)を、負であるときにはリード(経済指標が先行)を意味する。なお、景気後退期を説明する場合の経済指標の例として、完全失業率、景気動向指数(DI)、消費者物価指数、マネーサプライ(M2+CD)、国内総支出、民間最終消費支出、鉱工業生産指数等が考えられる。

¹⁹ 資本保全バッファは、最低所要自己資本比率(8%)に上乗せして積み立てる(上限値:2.5%)。更にカウンターシクリカル資本バッファは、資本保全バッファ(普通株式等 Tier 1 より充当)を拡充したのとして、最低所要自己資本比率に上乗せして積み立てる。カウンターシクリカル資本バッファの水準は、クレジット(金融機関による信用供与額合計)の拡大状況を勘案し、各国の金融規制当局が「0%・2.5%」の範囲で決定する(参考資料 2 を参照のこと)。

まず、資本バッファのうち資本保全バッファについては、同格付水準*i*を有する金融機関(銀行等)全体の自己資本比率(Tier 1 比率) $c_i(t)$ を(8)式により推定する。²⁰

$$c_i(t) = \alpha + \beta X_i(t) + \varepsilon_i, \quad X_i(t) = \frac{A_i(t)}{A_i(t) - L_i(t)} \quad (8)$$

$X_i(t)$: 格付水準*i*(例:AA)の金融機関の時刻*t*における Asset / Equity Ratio

$A_i(t)$: 資産額の合計 $L_i(t)$:負債額の合計

次に、信用イベント強度モデルに基づく景気後退期 LGD・PD を、下記のバーゼル計算式(*)にあてはめて計算した所要自己資本比率と、上記で推定した同格付水準の金融機関全体の自己資本比率との比較により、資本保全バッファの理論値を推定する。

(*)バーゼル計算式に基づく所要自己資本比率

$$\left(N \left[\frac{G(PD) + \sqrt{R} \times G(0.999)}{\sqrt{1-R}} \right] \times LGD - PD \times LGD \right) \times \frac{1 + b(PD) \times (M - 2.5)}{1 - 1.5 \times b(PD)}$$

PD:デフォルト確率(Probability of Default) LGD :デフォルト時損失(Loss Given Default)

R:資産相関係数 $N(\cdot)$:標準正規分布の累積分布関数 $G(\cdot)$: $N(\cdot)$ の逆関数 $b(PD)$:マチュリティ調整関数

また、資本保全バッファを更に拡充し積み立てる必要のあるカウンターシクリカル資本バッファは、プロシクリカリティの抑制およびストレス時における金融機関の資本保全の観点から、各国の民間非銀行セクターに対する総与信・GDP 比率を踏まえて決定される。

そのため、本モデルにより、総与信・GDP 比率の趨勢が予測できるものと仮定したうえで、実際の総与信・GDP 比率と、モデルによる予測値との乖離度合により、カウンターシクリカル資本バッファの理論値を推定する。

更に本モデルを、システミック・リスク指標の構築やマクロ・ストレス・テストの手法へ適用することが考えられる。

ここでまず、システミック・リスクとは、「かなり高い確率で、経済全般に甚大な悪影響を及ぼすような金融システムに対する信任の喪失や、不確実性の高まりを引き起こすイベントが発生するリスク」をいう。これは、「トリガー事象(資産価格の大幅な上昇や下落、為替レート的大幅な減価等の経済環境の急変)が実体経済に影響を及ぼし、それが金融セクターにフィードバックされることにより、金融セクターの不安定化と経済の悪化が深刻化していく」という過去の金融危機においてしばしば見られた事象を踏まえたものである。システミック・リスク指標とは、上記のトリガー事象が発生した場合に金融システムや経済セクター

²⁰ 推定方法の詳細については、Brigo, Garcia and Pede (2013)を参照のこと。

等に生じる悪影響に起因する損失分布の tail risk を捉える指標である。²¹

またマクロ・ストレス・テストは金融当局が金融システムのリスク耐性を評価するための重要な分析手法の1つであり、金融システム、金融資本市場と実体経済の相互に影響を及ぼし合う関係をモデル化し、例外的だが蓋然性のある(extreme but plausible)マクロ経済ショックが発生した場合に、金融システムに及ぼし得る影響を検証する手法である。

本モデルはこうしたシステムック・リスク指標やマクロ・ストレス・テストへの適用可能性があると考えられる。

5. 結論および今後の課題

本研究では、信用イベントの発生強度を表すモデルのアイデアを提示し、マクロ要因、frailty および過去の信用イベントの影響をモデルに考慮した。信用イベントのうち、格上げ・格下げを表すモデルのパラメーターの推定値は 95%水準で統計的に有意であるとの結果が示された。また、マクロ要因、frailty および過去の信用イベントの影響を全て含むモデルの場合は、日本のクレジット市場の信用リスクの変動をより良く説明できる可能性があると考えられる。

また、本研究における今後の課題は以下の通りである。

- (1)本研究にて提示した信用イベント強度モデルのパラメーター推定を更に精緻に行うとともに、GDP 成長率等のマクロ要因、信用サイクルおよび本モデルとの関連性を中心とした実証分析により、日本のクレジット市場における frailty の存在をより明らかにする。
- (2)本研究では、先行研究を踏まえ、frailty の具体的な形を Cox-Ingersoll-Ross(CIR)タイプに特定した。何故 CIR モデルを仮定するのか、および OU モデルでは frailty を説明できないのか等、frailty の定式化の観点から検証を試みる。
- (3)frailty の存在を示す方法として、事前情報としての観測可能ファクター(マクロ要因等)の変化に伴う、frailty 過程の事後分布の変化に関する検証を行う。また本モデルに依存せずに frailty の存在を示すことができるようになる手段としては、例えば信用イベントの発生数と観測可能な変数との回帰分析を行い、その残差を frailty と定義し、統計的な性質を検証する方法が考えられるため、この方法を試みる。
- (4)本モデルをシステムック・リスク指標の構築へ適用する。

以上

²¹ Giesecke and Kim (2011)では、システムック・リスクを観測可能なファクター(比例ハザード部分)と金融機関のデフォルトが伝播する部分とから構成されると仮定し、システムック・リスクによる損失の VaR を推定した。

【参考文献】

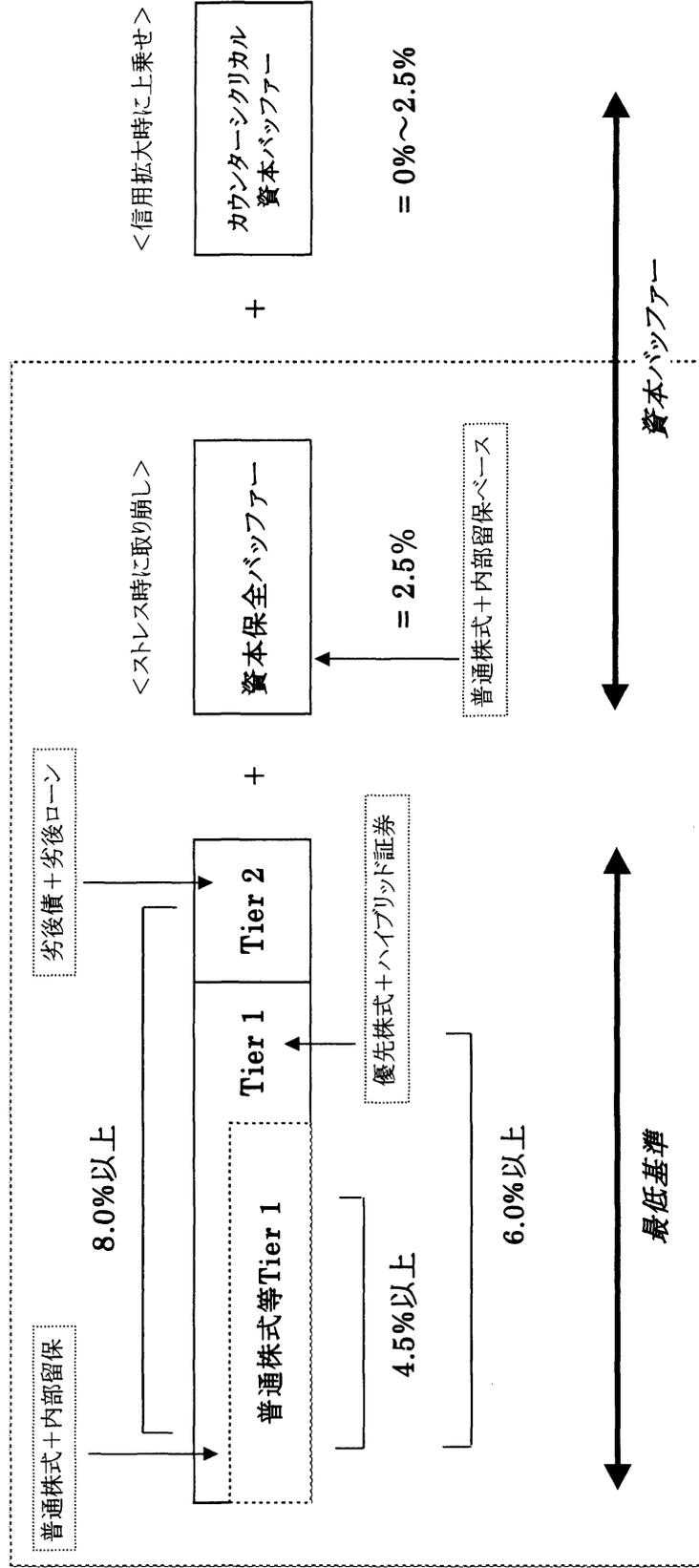
- [1] 内田善彦・菊池健太郎・丹羽文紀・服部彰夫「システミック・リスク指標に関するサーベイ - 手法の整理とわが国への適用可能性 - 」, Discussion Paper No.2014-J-1, 日本銀行金融研究所
- [2] Aikman, Haldane and Nelson (2015), “Curbing the Credit Cycle”, *The Economic Journal*, Vol.125, Issue 585, June 2015, pp. 1072 - 1109
- [3] Giesecke and Schwenkler (2014), “Filtered likelihood for point processes”, working paper, Stanford University
- [4] Azizpour, Giesecke and Schwenkler (2012), “Exploring the Sources of Default Clustering”, working paper, Stanford University
- [5] Brigo, Garcia and Pede (2013), “CoCo Bonds Valuation with Equity and Credit-Calibrated First Passage Structural Models”, working paper
- [6] Delloye, Fermanian and Sbai (2006), “Dynamic frailties and credit portfolio modelling”, *Risk*, October 2006, 100-105
- [7] Duffie, Eckner, Horel and Saita (2009), “Frailty Correlated Default”, *Journal of Finance*, vol.64, 2089-2123
- [8] Giesecke and Kim (2014), “Systemic Risk: What Defaults Are Telling Us”, *Management Science*, Vol.57, No.8, August 2011, pp. 1387 - 1405
- [9] Giesecke and Schwenkler (2014), “Filtered likelihood for point processes”, working paper, Stanford University
- [10] Koopman, Kraussl, Lucas and Monteiro (2009), “Credit cycles and macro fundamentals”, *Journal of Empirical Finance*, vol.16, 42-54
- [11] Matsuyama, Sushko and Gardini (2015), “Revisiting the model of credit cycles with good and bad projects”, Discussion Paper No.8/2015, February 2015, European Cooperation in Science and Technology
- [12] Yamanaka, Sugihara and Nakagawa (2012), “Modeling of Contagious Credit Events and

Risk Analysis of Credit Portfolios”, Asia Pacific Financial Markets, vol.19, 43-62

Nomura Asset Management Co., Ltd.
Tokyo 103-8260
Japan
E-mail address: j-hironaka@nomura-am.co.jp

野村アセットマネジメント株式会社 廣中 純

(参考資料1) バーゼルⅢ規制における自己資本比率および資本バッファ



(参考資料 2) 資本バッファアの導入スケジュール

	2015年1月1日	2016年1月1日	2017年1月1日	2018年1月1日	2019年1月1日
最低所要普通株等Tier 1比率	4.5%	4.5%	4.5%	4.5%	4.5%
最低所要Tier 1比率	6.0%	6.0%	6.0%	6.0%	6.0%
最低所要自己資本比率	8.0%	8.0%	8.0%	8.0%	8.0%
資本保全バッファ	-	0.625%	1.250%	1.875%	2.5%
最低所要普通株等Tier 1比率 + 資本保全バッファ	4.5%	5.125%	5.750%	6.375%	7.0%
最低所要Tier 1比率 + 資本保全バッファ	6.0%	6.625%	7.250%	7.875%	8.5%
最低所要自己資本比率 + 資本保全バッファ	8.0%	8.625%	9.25%	9.875%	10.5%
カウンターシクリカル資本 バッファ(上限)	-	0.625%	1.250%	1.875%	2.5%
最低所要普通株等Tier 1比率 + 資本保全バッファ + カウンターシクリカル資本 バッファ(上限)	4.5%	5.750%	7.0%	8.25%	9.5%

※資本保全バッファ・カウンターシクリカル資本バッファは、共に2016年1月1日より段階的に導入され、2019年1月1日にはリスクアセットに対して2.5%が適用される。

(参考資料 3) 主な先行研究におけるデータおよびモデルのパラメータの概要

先行研究	frailtyの種類	発行体格付データ	マクロ要因(パラメータ)の種類	分析の対象
Delloye et al. (2006)	Gamma分布に従う確率変数	Standard and Poor's	米国鉱工業生産成長率, S&P500収益率, 米国債イールドスプレッド(3ヶ月-10年), FFレート(3ヶ月)	米国企業(金融機関を除く)の格付推移およびデフォルト率
Koopman et al. (2009)	AR(1)過程	Standard and Poor's	GDP成長率, 米国債イールドスプレッド(1年-10年), 事業性ローン残高増加率, M2成長率, インフレ率, FFレート, 米国債と社債(BB格)スプレッド, S&P500収益率, S&P500ボラティリティ	米国企業(金融機関を除く)の格付推移
Duffie et al. (2009)(*)	Ornstein-Uhlenbeck(OU)過程	Moody's	米国短期国債(3ヶ月物)レート, S&P500収益率	米国企業(金融機関を除く)のデフォルトの集積
Azizpour et al. (2012)(**)	Cox-Ingersoll-Ross(CR)過程	Moody's	GDP成長率, 鉱工業生産成長率, S&P500収益率, S&P500ボラティリティ, 米国短期国債(3ヶ月物)レート, 米国債イールドスプレッド(1年-10年), 米国債(10年物)利回り, 社債イールドスプレッド(1年-10年), 社債(AAA格)利回り	米国企業(金融機関を除く)のデフォルトの集積

【個別企業の要因】

※ Distance to Default, 株価収益率 ※ Distance to Default, 株価収益率, 流動性比率, 短期負債比率, 負債比率, 総負債額等

(参考資料 4) 信用イベント別のモデルのパラメータ推定結果(frailtyをOrnstein-Uhlenbeck過程に基づくと仮定した場合)

信用イベント		a(定数)	a(GDP成長率)	a(TOPIX)	a(国債イールド スプレッド)
格上げ	パラメータ推定値	-1.327	-0.124	0.028	-0.0032
	標準誤差	(0.499)	(0.019)	(0.005)	(0.090)
格下げ	パラメータ推定値	-1.629	-0.107	0.011	-0.0012
	標準誤差	(0.578)	(0.024)	(0.006)	(0.126)
デフォルト	パラメータ推定値	-0.865	-0.098	0.0056	-0.002
	標準誤差	(0.221)	(0.001)	(0.001)	(0.067)

信用イベント	b	Z	δ	K
格上げ	0.121	2.796	0.012	0.029
	(0.098)	(1.695)	(0.006)	(0.013)
格下げ	0.189	3.891	0.011	0.043
	(0.072)	(1.235)	(0.004)	(0.006)
デフォルト	0.092	2.003	0.009	0.005
	(0.063)	(1.006)	(0.004)	(0.001)