

CindyJS によるアクティブラーニングの可能性

東邦大学・薬学部 金子 真隆 (Masataka Kaneko)
Faculty of Pharmaceutical Sciences,
Toho University

1 数学におけるアクティブラーニング

PISA などの国際的な学力比較において、数理的な関心・問題解決への意欲が他国と比べて低いとの、日本の学習者に関する調査結果が示されていることなどを受け [1], 近年アクティブラーニングに関する議論が盛んである。従来のような教授者主導の授業展開を脱し、学習者主導で経験的な学習を行うことなどを特徴とする授業手法であり、その効果についてもいくつかのエビデンスが示されている [2][3]。採用されているサンプル数の多さやその結果の鮮明さから、アクティブラーニングの効果を例証するものとして引用されることが多いが、その一方で、特に初期の研究である [2] については、self reporting bias の調整が不可能なのではないかとか、アクティブラーニングを取り入れたと報告されている授業であっても、実際にそれがどのような内容のものだったのか検証しようがないなどといった、厳しい見方が存在するのも事実である。より新しい研究 [3] では、このような批判をふまえ、授業内容の分析に一定の考慮が払われてはいるが、ある種のラボラトリにおける実施を前提とした検証結果が、アクティブラーニングの効果を例証するものとして一般化可能なのか、という疑問がどうしてもつきまとう。筆者の目でこの研究の結果を眺めたときにより重要だと考えられるのは、同様の教授手法を導入しても、学習分野によって実施結果に大きな差が生じているという点や、そのばらつきが教師によらぬ一般的な傾向として見えているという点ではないかと考えられる。実際、こうしたエビデンスを示す研究が、物理や技術といった分野に集中し、筆者がこれまで対象としてきた大学レベルの数学教育についてほとんどみかけないのも気になるところである。

そもそも大学レベルの数学教育において、アクティブラーニングとはいかなるものかという点について、明確な定義が存在しない。そのため、関係者で議論する場合など、「昔から行われている」という意見から「全く行われていない」という意見までが併存することになる。なかなか見方がかたまらない現状の根源にあるのは、「大学レベルの数学で学習者に全て任せた形の学習が可能なのか」という疑問なのではないだろうか。学習内容が高度になればなるほど、日常的な感覚とは乖離した数学的事実が増えてくるのも確かであり、これを Piaget などが依拠するような構成主義的学習観に従って学習者が完全に自力で理解することに期待して良いか、という疑問といってもよい。実際問題として、どの部分をどのような形で学習者に任せるかという点に限っても検討に時間を要するものが少なくなく、大学レベルの数学教育でいわゆるアクティブラーニングが急速に広がっていく可能性は少ないと考えている。

その一方で、一般的なアクティブラーニングとの関係はともかく、「この部分を学習者自身に探索させれば面白いのではないか」というアイデアを少なからぬ教授者が有しているのも事実である。こうした場合に問題になるのが、アイデアを実現するための環境が整っているかという点である。大学の教養課程で解析学を担当している筆者の経験に限っても、数量の変化の様子を動的幾何ソフトで提示するところまでは行えるが[4]、学生自身が同様のコンテンツを操作できるように、学生自身のPCにソフトをインストールさせて操作法を教えるといった余裕はまずないし、同様のディレンマをかかえている教授者は少なくないはずである。こうしたことがアクティブラーニングの障害となることも考えられる。

このような背景もあってのことであろうが、いくつかの動的幾何ソフトウェアについては、学習者が日常的に用いているタブレットやスマートフォンなどのデバイス上で interactive に操作できるように、数学的なコンテンツを html ファイルの形で出力させ、Google Chrome や Safari などの一般的なブラウザ上で表示できるようにする試みが行われている [5][6][7][8]。上述のような現状に鑑みると、一足飛びに授業スタイルを変更しようとする前に、学習内容のどの部分をどのように学習者自身の主体的な学びに任せるとかという点を慎重に精査しつつ、そのために必要となるコンテンツやその土台となるシステムの設計を一つ一つ行っていくことが望ましいのではないかと考えられる。

本稿では、動的幾何ソフトウェアとして有名な Cinderella に由来するシステムである CindyJS[6][7][8] を用いた教材の案を作成し、教授者と学習者の間だけでなく、学習者相互の対話を促しながら授業を展開していける可能性について考えてみたい。

2 CindyJS とは

CindyJS を筆者が初めて目にしたのは、本稿執筆時点よりわずか半年弱前の 2016 年 7 月のことであったが、それまでは、Cinderella を用いた動的な提示を行うと同時に、対応する図的情報を $\text{K}_\text{E}^{\text{T}}\text{Cindy}$ を用いて $\text{T}_\text{E}^{\text{X}}$ で編集された印刷媒体上に出力させ、静的な提示を用いた手計算を中心とする推論との連携をもっぱら図ってきた [4]。これに対し CindyJS は、Cinderella で作成した動的コンテンツを、その描画手続きとともに html 形式に自動的にフォーマットしてファイル出力し、一般的なブラウザ上で操作できるようにするシステムである。

たとえば図 1 は、複素数の乗法の幾何的意味を理解させるため、Cinderella を用いて動的提示を行うために用意した教材の例である。左半分の描画面上で、2つの複素数 z, w に対応する点を動かしたときに、これらの積 zw に対応する点が動いていく様子を提示できるようにしてある。周知のように、複素数の情報を図的に理解する上で、複素数を極形式で表すことがポイントとなるので、原点を中心とする同心円をいくつか描き込んでいる。授業の際は、 z, w の絶対値を変化させたときに zw の絶対値がどう変化するか、また z や w の絶対値を保ったまま偏角のみ変化させたときに zw の偏角がどのように変化するか観察させ、絶対値は情報的に、偏角は加法的に振る舞うことを推論させることを意図している。描画を行う上では、描画面上に点や円などの幾何的要素を配置するのみでなく、図 1 の右半分にあるようなスクリプト言語 (Cindyscript) を用いる。

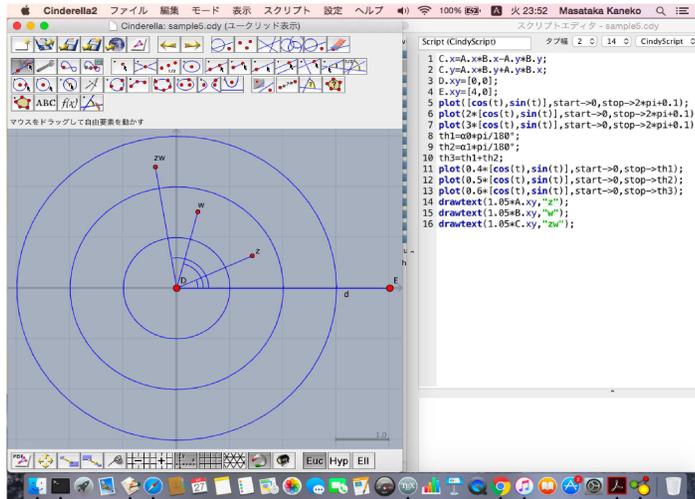


図1 Cinderellaの描画面とスクリプト画面

これをhtmlファイルとして出力する手続きは、図2に示す通り、プルダウンメニューから該当の項目を選択するだけであり、非常に簡単である。

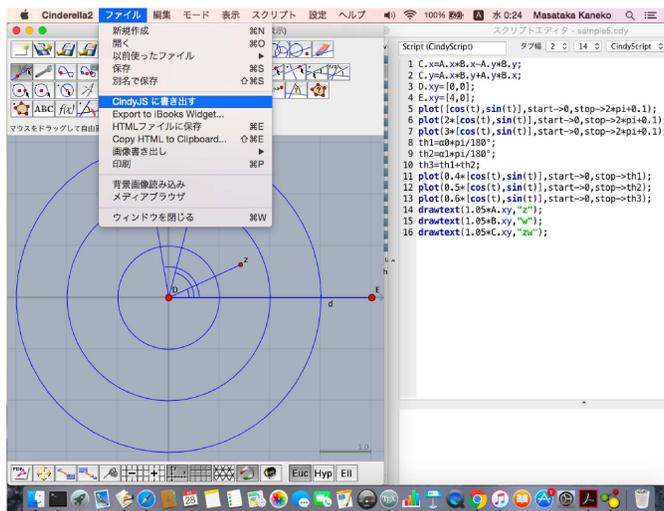


図2 CindyJS への出力

図3は出力されたファイルのhtml形式のスクリプトの一部であるが、図1のCindyscriptと全く同じスクリプトが現れていることがわかるであろう。つまりこのシステムでは、ユーザーサイドがhtmlファイルとして内容を新たに組み直すことなく、Cinderellaでの描画出力を得るためのスクリプトさえ組んでおけば、あとはプルダウンメニューからの選択を行うだけで、自動的にウェブブラウザ上でのほぼ同等の描画出力が得られる仕組みになっている。当然、こうしたスクリプトをブラウザ上の描画に変換するための「ライブラリ」が必要になるが、これはhtmlファイル内に指定されたリンクをたどって、インターネット経由で自動的に読み込まれるようになっている。

```

25:
26: <script id="csdrom" type="text/x-cindyscript">
27: C.xw=A.x*B.x-A.y*B.y;
28: C.yw=A.x*B.y+A.y*B.x;
29: D.xy=[0,0];
30: E.xy=[4,0];
31: plot([cos(t),sin(t)],start->0,stop->2*pi+0.1);
32: plot(2*[cos(t),sin(t)],start->0,stop->2*pi+0.1);
33: plot(3*[cos(t),sin(t)],start->0,stop->2*pi+0.1);
34: th1=0*pi/180;
35: th2=471*pi/180;
36: th3=th1+th2;
37: plot(0.5*[cos(t),sin(t)],start->0,stop->th1);
38: plot(0.5*[cos(t),sin(t)],start->0,stop->th2);
39: plot(0.5*[cos(t),sin(t)],start->0,stop->th3);
40: drawtext(1.05*A.x,"z");
41: drawtext(1.05*B.x,"w");
42: drawtext(1.05*C.x,"zw");
43: </script>
44: <script type="text/javascript">
45: var cdy = CindyJS({
46:   scripts: "cs*",
47:   defaultAppearance: {
48:     dimIndependent: 0.7,
49:     fontFamily: "sans-serif",
50:     lineSize: 1,
51:     pointSize: 5.0,
52:     textSize: 12.0,
53:   },

```

図3 html出力内のスクリプト

インターネットにつながっていない状況で操作する場合も以下のリンク

<https://cindyjs.org/dist/v0.8.2/>

から必要となるパッケージを読み込み、出力されたhtmlファイルと同じフォルダに配置するだけで、同様に操作できる。

対応する画面が図4であるが、Cinderellaの描画面におけるのと同様に、ユーザーが2つの複素数 z, w に対応する点を動かすと、 zw に対応する点が自動的に動いていく形になっている。最終的な仕様は現在検討中のようなのであるが、Cinderellaの描画面をフルスクリーンで出力させたり、逆に図の白い部分をドラッグするとズームアップされる形で出力させたり、といった選択も可能である。

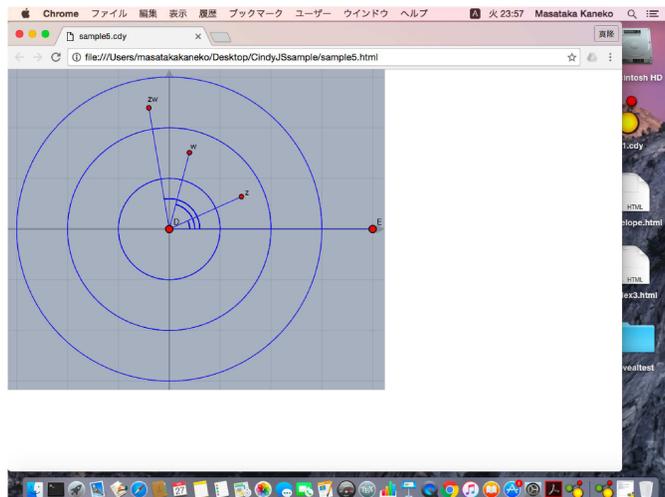


図4 ブラウザで表示させた画面

この他、画面上で $\text{T}_\text{E}_\text{X}$ 記法に応じた数式を表示するための `katex` 対応パッケージや、`webGL` と連携した `photo realistic rendering` による 3次元描画を行うためのパッケージなども用意されているが、詳細はホームページ <https://cindyjs.org/> に譲る。

3 その他の事例と使用案

前節に示した複素数の乗法に関するコンテンツを用いる場合、Cinderella の描画面を教員がプロジェクタ等で提示すると同時に、CindyJS のコンテンツを iPad などにライブラリとともに読み込ませて配付し、学生自身に操作させるというフローが考えられる。この他にも、ウェブサーバーに CindyJS 用のプラグインを設置した上でコンテンツをアップロードし、学生にスマートフォンなどで操作させるフローも可能であるが、プラグインの設計に高い技術力が求められることもあるので、ここでは iPad の配付を念頭に置いたフローを中心に考えることにする。

まず問題となるのが 1 台の iPad を何名に使わせるかということだが、国内で先駆的に iPad 上で動的幾何ソフト GC/html5[9] を活用した実践事例などからみて、学習者間でのディスカッションを誘発する上で、頭を寄せ合って操作できるように、4 人に 1 台程度が望ましいようである。上記のコンテンツを用いる場合、 z, w を不規則に動かしても、対応のメカニズムが見えてこない。極形式の知識がある学生を対象とするのであればまた別であるが、まずはどのような動かし方をするとどのような規則性が見えるのか、実際に動かしながら予想させることが必要であろう。偏角が加法的な振る舞いをする理由について、学生自身に考察させるのはかなり厳しいものがあるが、仮に教員が最終的な説明を与えたとしても、その手前で上記のようなシミュレーションを行ってあることは、マイナスにはならないはずである。

以下の事例でも、基本的に想定されるフローは iPad 上での学習者自身の操作と、それを観察した学習者間のディスカッションの繰り返しである。

3.1 三角関数のグラフ描画

これは厳密に言うと高校数学 II の内容であるが、筆者の所属する学部の入学生でも不得手とする者が多く、例年リメディアルの授業で取り上げている項目である。図 5 が考案した教材の画像であるが、グラフを描画するためのノウハウよりも、正弦曲線の形が現れるメカニズムや、一定の位相差を保つことでグラフの平行移動が発生するメカニズムを動的に提示することに主眼が置かれている。ここでは、Cinderella の描画面と同様に、ボタン押下によって、正弦曲線の描画と平行移動の描画との切り替えができるようになっている。

実は、同様の画像を Cinderella で作成して提示する実験授業を行ったことがあったが、対象者の状況もあって、かなりゆっくりと動点を動かす必要があった。メカニズムをどの段階でどのように把握できるかは学習者によって様々であり、学習者自身が自分のペースで操作できるコンテンツが求められる所以の一つでもある。結果として、対象者の行動観察を通し、描画の個々のステップに要する時間はそれほど短縮されないものの、周

期性と位相差のメカニズムが理解できることでステップ間の関係が組織化され、全体としての描画時間の短縮がもたらされること、修得された描画手続きを長期記憶化できる可能性があることが示唆されている [10][11]。もっとも、記憶としての定着をはかる上では、紙媒体上に自身の手で実際に描画してみるというプロセスも不可欠である。さらに近年では、学習の際に考察の対象に指で触れて追跡するという身体的活動を伴わせることによって、脳内の作業記憶領域の負荷を減らせることを示唆する研究も出始めており [12]、タブレット上などでの自らの手を用いた操作を経験することによって、また別の種類の効果が現れることも期待される。

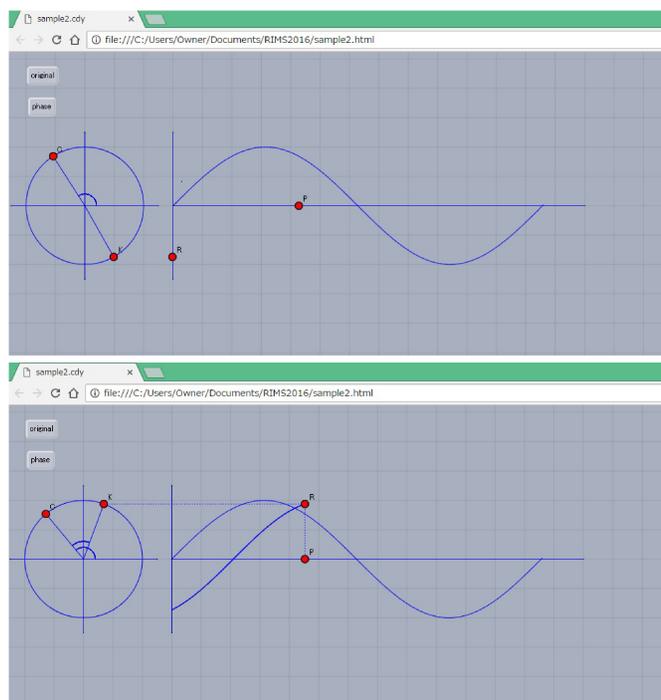


図5 三角関数のグラフ描画に関するコンテンツ

このコンテンツはhtmlファイルとしてではなく、あくまで Cinderella のファイルを用いて提示した経験があるのみであり、その際は筆者と学生との間のみコミュニケーションが存在したが、提示を通して得られたイメージを言葉で表現するように求めた時に、「追い掛けっこをしている」といった類の発語があったことは注目される。

3.2 三角関数の微積分

これも高校数学 III の内容であるが、筆者の所属学部では入学試験などで数学 III が課されていないため、通常授業の中で扱っている。周知の通り数学 III では、三角関数の基本的な極限値の公式を用いて微分法を確立した後、微分積分学の基本定理に基づいて積分法を導出するのが一般的である。これに対し筆者の所属学部では、専門科目における熱力学の学習などの際に、区分求積法の考え方を要求されることから、円周の細分に

基づく図形的な取り扱いを試みている。図6はそのためにCindyJSにより作成されたコンテンツの画像である。

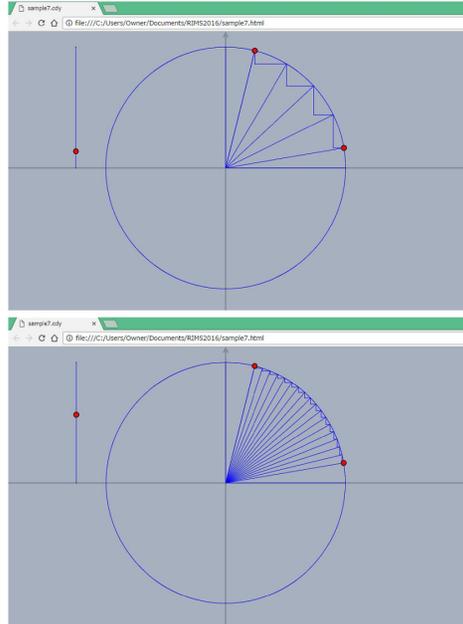


図6 三角関数の微積分に関するコンテンツ (I)

ここで、円周の左側にあるスライダー上で点を動かすことにより、円周の分割数が変わり、微分を計算する際の極限操作や、区分求積法における近似的精度向上を観察できるようになっている。授業フローとしては、図7にあるようなK_ET_Cindyによる印刷媒体上の図を配布した上で、グループごとに画面を観察して図中の要素に対応する数式表現を書き込ませていくということが考えられる。

三角関数の微分法・積分法

2点D, Eの座標はそれぞれ
 $(\cos \theta, \sin \theta)$, $(\cos(\theta + \Delta\theta), \sin(\theta + \Delta\theta))$
 である。△DEKにおいて、 $\Delta\theta$ が非常に小さいとき
 $DE = \Delta\theta$
 $RK = \sin(\theta + \Delta\theta) - \sin \theta = \cos \theta \Delta\theta$
 $KD = \cos \theta - \cos(\theta + \Delta\theta) = \sin \theta \Delta\theta$
 よって
 $(\sin \theta)' = \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\sin(\theta + \Delta\theta) - \sin \theta}{\Delta\theta} = \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\cos \theta \Delta\theta}{\Delta\theta} = \cos \theta$
 $(\cos \theta)' = \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\cos(\theta + \Delta\theta) - \cos \theta}{\Delta\theta} = \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{-\sin \theta \Delta\theta}{\Delta\theta} = -\sin \theta$

逆に、 $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ の範囲でx,yの変化量を足し上げると

$\sin \theta_2 - \sin \theta_1 = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta \cdot d\theta$
 $\cos \theta_2 - \cos \theta_1 = \int_{\theta_1}^{\theta_2} [-\sin \theta] \cdot d\theta$
 区分求積法による定積分の定義
 $\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$ ($a = x_0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n = b$)
 より、以上の結果を不定積分の形で書くと
 $\int \cos \theta d\theta = \sin \theta + C$
 $\int \sin \theta d\theta = -\cos \theta + C$

図7 三角関数の微積分に関するコンテンツ (II)

さらに、一通りの作業が終わった後の振り返りとして、「区分求積法では積分を面積の総和と考えたが、この場合同じと理解して良いか」とか、「微分したり積分したりした際に、 $\sin \theta$ と $\cos \theta$ の一方だけ符号が変わり、もう一方は変わらないのはなぜか」といった方向に議論を持っていくことも可能であろう。

3.3 Schmidt の直交化法

次に示すのは、これまでのようにタブレット上で授業時に利用するというよりも、ウェブサイトなどに載せて学習者が復習時に活用できそうなコンテンツである。

線形代数で学習する Schmidt の直交化法は、最終結果を得るための途中経過が長く、数式計算と図形的な操作との対応関係を学習者が見失ってしまいやすいテーマである。そこでこのコンテンツでは、最初に与える 2 つのベクトルを動的に選んだ後、計算の各ステップに対応する図形的な操作がボタンの押下によって提示される仕組みになっている。

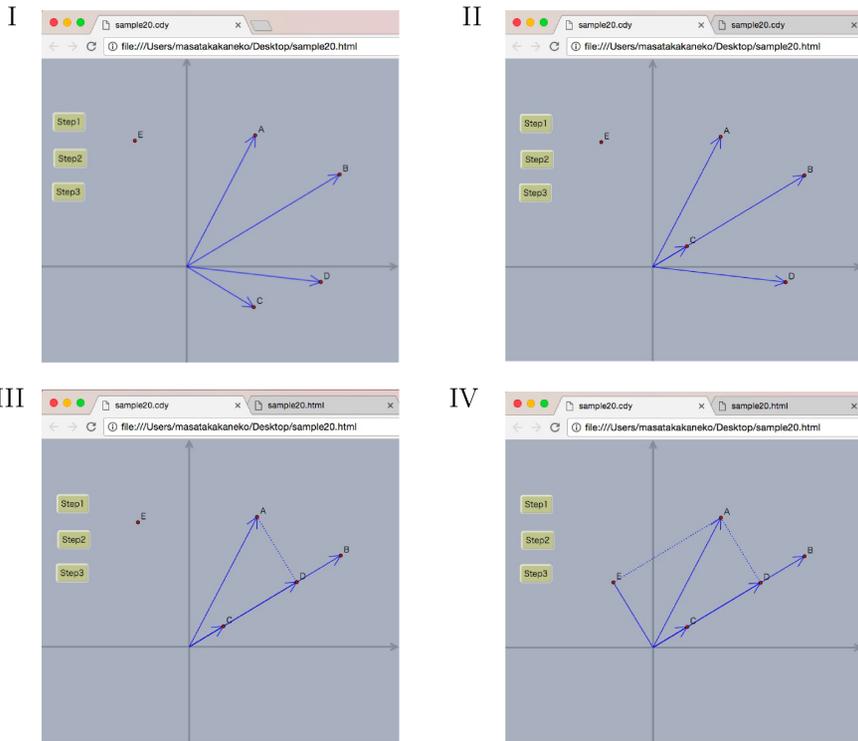


図8 Schmidt の直交化法に関するコンテンツ

さらに、最後のステップまで終わってから最初に与える 2 つのベクトルを動かすと、それに応じて図全体を interactive に動かすことができ、解法の一般性を確認することもできる。特に、最初に与える 2 つのベクトルの内積が正の場合と負の場合とで、図のイメージや計算の経過について感覚的に大きな違いがあるが、こうした連続的な変形を提示することにより、本質的に同じ作業をしているということが理解しやすくなると期待される。

3.4 仮説検定における有意水準の意味

統計学における中心テーマである仮説検定の考え方を理解する上で、有意水準の意味を正確に把握することが不可欠である。しかし実際には、アンケート形式で「有意水準5パーセントで母平均の検定を行う際、もしも母集団に全く変化がないならば、20回ランダムサンプリングしたときに、そのうちの1回だけ標本平均の実現値が棄却域に入るといいよいか」という問いかけをすると、Yesという回答をする学生が必ず存在する。本質的に、相対度数と確率とが違うものなのだ、ということの理解が問われるわけだが、その理解のためには実際にランダムデータを発生させてシミュレーションを行ってみるのが近道である。図9は正規分布からランダムに発生させた6個の数字を横軸上に赤い点で表示すると同時に、それらの平均値を点線で表して、母平均の検定の棄却域に入るかどうかというシミュレーションを行うためのコンテンツである。あらかじめRを用いて正規分布から120個のランダムデータを発生させ、これをCindyscriptに書き込んだうえで、他の描画コードとともにCindyJSに出力させたもので、作成は非常に簡単である。ボタンを押していくと120個のデータが6個ずつ読み込まれ、描画面に反映される形になっている。

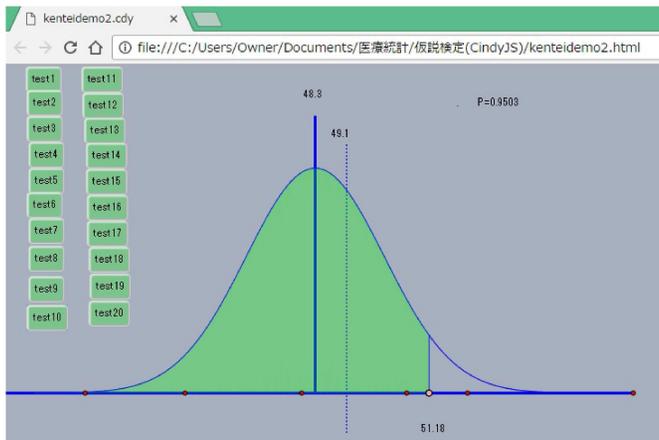


図9 シミュレーション画面

実際の授業で用いる場合、iPadごとに異なるランダムデータを用いたコンテンツを読み込ませておき、これを配布した班ごとにシミュレーションを行わせ、その結果を全体に報告させるというフローが考えられる。班ごとにばらつきがあることを確認させるにとどまらず、クラス全体の結果を集計してサンプル数が大きくなってくると5パーセントに比較的近い割合になることなどに注意できれば、より議論は広がるのではないだろうか。

なお、前述の通りCindyJSのhtml出力にはCindyscriptと平行なわかりやすいスクリプトが与えられているので、いちいちCinderellaに戻って作業せずとも、htmlファイルの初期値の部分に書き込まれるランダムデータだけ取り替えておけば、その他の画面要素などを全くかえることなく同質のコンテンツを生成することができ、非常に便利である。

4 まとめと今後の課題

最近、スマートフォンの普及におされてパソコンを使いたがらない大学生が増えているとの総務省の調査結果が報道された。そうした状況の中で、htmlのコンテンツをメールで学生に送るとたちどころに自分のスマートフォンで開いて動かすという姿は驚異的であり、これを可能にするCindyJSの潜在能力の高さは否定のしようがない。

ただし、そのコンテンツを用いて数学的な思考を行う上では、スマホの画面の小ささは弱点であり、学習者どうしが対話をしながら学習を進めるための効率もあわせて考えると、iPad等の利用が望ましいと考えられる。これを、クラス単位での授業の際に十分なだけいかに整備するかということが、今後課題になってくるであろう。

それと同時に、日常の授業に即しながら学習者間の議論が広がって行くようなテーマやコンテンツをひとつひとつ蓄積していくことが重要である。

謝辞 本研究はJSPS 科研費 15K01037 の助成を受けている。

参考文献

- [1] www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-japan-JPN.pdf
- [2] R. R. Hake: Interactive-engagement versus traditional methods – A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses, *American Journal of Physics* 66-1, pp.64–74, 1998
- [3] C. Hoellwarth, M. J. Moelter: The implications of a robust curriculum in introductory mechanics, *American Journal of Physics* 79-5, pp.540–545, 2011
- [4] Kaneko M., Yamashita S., Kitahara K., Maeda Y., Nakamura Y., Kortenkamp U, Takato S., KETCindy— Collaboration of Cinderella and KETpic, Reports on CADGME 2014 Conference Working Group, *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 22(4), 179-185, 2015
- [5] G. Ancsin, M. Hohenwater, Z. Kovacs: GeoGebra goes mobile, *The Electronic Journal of Mathematics and Technology* 5-2, pp.159–168, 2012
- [6] M. von Gagern, U. Kortenkamp, J. Richter-Gebert, M. Strobel: CindyJS – mathematical visualization on modern devices, *Lecture Notes in Computer Science* 9725, pp.319–326, 2016
- [7] M. von Gagern, J. Richter-Gebert: CindyJS plugins – extending the mathematical visualization framework, *Lecture Notes in Computer Science* 9725, pp.327–334, 2016
- [8] A. Montag, J. Richter-Gebert: CindyGL – authoring GPU-based interactive mathematical content, *Lecture Notes in Computer Science* 9725, pp.359–366, 2016

- [9] 飯島康之: 作図ツール GC/html5 の開発, 科学教育研究 39(2), pp.161–174, 2015
- [10] M. Kaneko: The actual use of KeTCindy in education, Lecture Notes in Computer Science 9725, pp.342–350, 2016
- [11] 金子真隆: 学習者の行動観察からみた動的・静的幾何連携のもつ可能性, 日本教育工学会第 32 回全国大会講演論文集, pp.59–62, 2016
- [12] P. Ginns, F. T. Hu, E. Byrne, J. Bobis: Learning by tracing worked examples, Applied Cognitive Psychology 30, pp.160–169, 2016