

多重ゼータ値の諸相

Various aspects of multiple zeta values

RIMS 共同研究（公開型）報告集

2019年11月18日～11月22日

研究代表者 古庄 英和 (Hidekazu Furusho)

目次

1. 多重ゼータ値の有限  $q$  類似と金子-Zagier 予想 .....  
田坂 浩二 (Koji Tasaka) 愛知県立大学 (Aichi Pref. U.)
2. CONNECTORS .....  
関 真一朗 (Shin-ichiro Seki) 東北大学 (Tohoku U.)
3. On Hoffman's t-values of maximal height .....  
村上 拓也 (Takuya Murakami) 九州大学 (Kyushu U.)
4. 有限多重ゼータ値における導分関係式について .....  
村原 英樹 (Hideki Murahara) 中村学園大学 (Nakamura Gakuen U.)
5. 標数  $p$  の多重ゼータ値入門 .....  
原田 遼太郎 (Ryotaro Harada) 名古屋大学 (Nagoya U.)
6. On  $v$ -adic multiple zeta values in positive characteristic .....  
Yen-Tsung Chen Nat. Tsing Hua U.
7. ON CHARACTERISTIC  $p$  ALTERNATING MULTIZETA VALUES .....  
原田 遼太郎 (Ryotaro Harada) 名古屋大学 (Nagoya U.)
8. Cyclic sum of  $\widehat{\mathcal{A}}$ -finite multiple zeta values .....  
川崎 菜穂 (Naho Kawasaki) 東北大学 (Tohoku U.)
9. LEVEL TWO GENERALIZATION OF ARAKAWA-KANEKO ZETA FUNCTION  
AND POLY-COSECANT NUMBERS .....  
Maneka Oshadi Pallewatta 九州大学 (Kyushu U.)

10. TOWARDS ALGEBRAIC ITERATED INTEGRALS FOR ELLIPTIC CURVES  
VIA THE UNIVERSAL VECTORIAL EXTENSION .....  
Tiago J. Fonseca U. Oxford  
Nils Matthes U. Oxford
11. MOULD 理論入門 .....  
小見山 尚 (Nao Komiyama) 名古屋大学 (Nagoya U.)
12. Pentagon relation, Yang-Baxter equation and Drinfel'd associators .....  
鈴木 咲衣 (Sakie Suzuki) 東京工業大学 (Tokyo Inst. Tech.)
13. THE BETTI SIDE OF THE DOUBLE SHUFFLE THEORY: A SURVEY .....  
Benjamin Enriquez U. Strasbourg
14. Schur multiple zeta-functions of anti-hook type and zeta-functions  
of root systems .....  
中筋 麻貴 (Maki Nakasuji) 上智大学 (Sophia U.)
15. 大野和の線形関係式について .....  
佐藤 信夫 (Nobuo Sato) 九州大学 (Kyushu U.)
16. Relations satisfied by double q-zeta values .....  
Henrik Bachmann 名古屋大学 (Nagoya U.)  
Annika Burmester Hamburg U.  
Ulf Kühn Hamburg U.
17. 正整数インデックスに対する多変数荒川-金子ゼータ関数の解析接続と  
特殊値の表示について .....  
伊東 邦大 (Kunihiro Ito) 東北大学 (Tohoku U.)
18. Relations between iterated log-sine integrals, multiple zeta values  
and multiple polylogarithms .....  
梅澤 瞭太 (Ryota Umezawa) 名古屋大学 (Nagoya U.)
19. THE SEQUENCE OF PRIME COEFFICIENTS OF AN ALGEBRAIC  
POWER SERIES .....  
Julian Rosen U. Maine

20. Some properties of interpolation function of truncated  
multiple zeta value .....  
中村 弥生 (Yayoi Nakamura) 近畿大学 (Kindai U.)
21. 多重ゼータ値に関する一般複シャッフル関係式の表現行列を用いた比較 .....  
木村 藍貴 (Aiki Kimura) 東北大学 (Tohoku U.)
22. ON CERTAIN TWO PARAMETER DEFORMATIONS OF MULTIPLE  
ZETA VALUES .....  
加藤 正輝 (Masaki Kato) 神戸大学 (Kobe U.)

$$\begin{aligned} \text{(1)} \quad & \mathcal{O}\left(\Omega\left(\frac{\epsilon_1^n}{n}, 1, \frac{\epsilon_2^n}{n}\right)^m\right) = \mathcal{O}\left(\Omega\left(\frac{\epsilon_1^n}{n}, 3, \frac{\epsilon_2^n}{n}\right)^m\right) \\ &= \sum_{\substack{1 \leq i, j \leq n \\ a \geq b \geq 1}} \left( \sum_{\substack{1 \leq k \leq m \\ 1 \leq l \leq n}} \mathcal{O}\left(\frac{\epsilon_1^k}{n}, a, \frac{\epsilon_2^l}{n}, b, \frac{\epsilon_2^m}{n}\right) \right) \\ &\quad - \sum_{\substack{1 \leq i, j \leq n-1 \\ i, j \geq n}} \mathcal{O}\left(\frac{\epsilon_1^i}{n}, a, \frac{\epsilon_2^{j+1}}{n}, b, \frac{\epsilon_2^m}{n}\right) \end{aligned}$$

Key Lemma

For  $w \in \mathbb{Q}_{\geq 0}$ ,  $y_1, y_2 > x$ ,  $m_1, m_2 \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ ,

$$\sigma_{m_1} \tau \sigma_{m_2} \tau(w) = \tau \sigma_{m_2} \tau \sigma_{m_1}(w)$$

Using the Key lemma + Thm 0'

Remark

Ohno's relation  $\Rightarrow$  Double Ohno relation

so,  $g_S - MZV_S$

$$S_S(k_1, \dots, k_n) := \sum_{0 \leq m_i < \min\{k_i\}} \frac{k_1 \cdots k_n}{(1 - \frac{\epsilon_1^{m_1}}{n})^{k_1} \cdots (1 - \frac{\epsilon_2^{m_n}}{n})^{k_n}}$$

also satisfies Double Ohno relation

