

理工学部における基礎教育としての数学について

東京理科大学創域理工学部 八森祥隆 馬場蔵人

Yoshitaka Hachimori and Kurando Baba

Department of Science and Technology, Tokyo University of Science

0. 序

東京理科大学では学部学科再編の一環として、2023 年度から理工学部を創域理工学部
に、数学科を数理科学科に名称変更した。創域理工学部はそのコンセプトとして「学科や
専攻、研究分野の壁を越えた連携・融合教育、10 学科による「共響」、理学と工学の最先
端領域を創出する人材の育成」を打ち出しており、それを実現するための枠組みをこれ
までにつくってきている。数理科学科でも、学部の方針に沿う「他分野と連携した教育」
を掲げ、そのための施策をこれまでの数年間で試行してきており、今後本格的に実施して
いくところである。また、「専門基礎教育の共通化」という方針のもと、数理科学科が責
任を持つ他学科の数学教育についても内容の見直しと変更を行った。

数理科学科の教育に関する新しい施策は、これまでの数学者養成的なカリキュラムか
ら一歩踏み出し、数学を様々な分野に応用できる人材を必要としている社会のニーズに
少しでも応えようという試みである。また他学科の数学教育の内容変更も、数学者の哲学
を一方的に押し付けるだけではなく、学部あるいは他の学科が必要とするものを提供し
ようとする、学科の模索の一端である。

ここでは、数学科（数理科学科）がすすめてきたこれらの施策の概要を説明し、大学に
おける数学教育の一つの事例報告とする。特に、数理科学科の学部教育での「ダブルラ
ボ」と、他学科の数学教育における「統計の取り扱い」の2つについて、実施に至った経
緯や事後の検証も含め説明する。これらはまだ試行段階であったり始動したばかりであ
り、今後不具合の部分を修正しながら、持続可能な形で軌道に乗せていく努力が必要と
なるが、その途中経過の報告とさせていただきたい。

本稿の構成は次のとおりである。§1 で東京理科大学の学部学科再編の概要、創域理工
学部のコンセプトとそのための仕組み、そして数理科学科の新しい教育体制について説
明する。§2 では数理科学科で実施している「ダブルラボ」、§3 では他学科の数学教育の
中で取り扱うことになった「統計の基礎」について説明する。

1. 東京理科大学の学部学科再編と数理科学科の新しい教育体制の概要

1.1. 学部学科再編と創域理工学部のコンセプト. 東京理科大学は 7 学部 32 学科からな
る 1 学年あたりの定員 4000 名弱の理科系の総合大学である (cf. [Tus]). その中で、理工
学部は東京近郊（千葉県野田市）に高度経済成長期に新設された 10 学科からなる最大の
学部（1 学年 1240 人）であったが、東京にある理学部や工学部の学科と同一名称の学科
が複数あった（数学科、物理学科、建築学科、機械工学科等）。今回の再編の理由の一つ
に、これら同一名称学科を解消し差別化を図ることがあった。

2018年に発表された学部学科再編の概要（cf. [Tus2]）は、経営学部で新学科を新設（2021年度）、基礎工学部を先進工学部に名称変更（2021年度）し新学科を新設（2023年度）、理工学部を創域理工学部に変更し国際コース（留学生向け）を設置（2023年度）、薬学部が野田から都内へ移転（2025年度予定）、等であった。コロナ禍の影響で国際コースについて変更を余儀なくされた他は、これまで予定通りすすめられている。

理工学部は学部名称変更と共に、10学科中7学科が名称変更することになり、学部の定員が1学年当たり80名減となることとなった。その前年、2017年に創立50周年を迎えた理工学部は、下記に述べるようなコンセプトと新しい仕組みの実施を既に公表、開始していたが、名称変更後の創域理工学部にもそれらは引き継がれることとなった。

創域理工学部（創域理工学研究科）の掲げるコンセプトは、

「学科・専攻、研究分野の壁を超える連携・融合教育」

である（cf. [Tus3]）。これには理系と工系両方の多様な学科を持つ学部の強みを生かすねらいがあり、それを実現するための仕組みとして2017年度から設置されたのが、

- ・「6年一貫教育コース」

と

- ・「横断型コース」

である。また、連携・融合を醸成するために

- ・専門基礎教育の共通化
- ・10学科の研究室を紹介するオムニバス講義や、融合領域のテーマを体験する授業の設置

等のいくつかの施策がとられた。

「6年一貫教育コース」は、学部教育と大学院修士課程を一体化したカリキュラムを各学科が組むものである。これにより、専門的基礎知識を確実に修得し研究に集中できる期間を十分に確保することと、カリキュラムに余裕ができた時間を、「横断型コース」における取り組みや留学等に振り分けることができるようにする。

「横断型コース」は、大学院生が他専攻の研究室と共に研究に取り組む仕組みである。社会的なニーズのあるテーマごとに、関連する研究を行う研究室が専攻を超えて参加し共同で研究を行う「コース」が設定され、大学院生は各専攻の研究室に所属しつつ他専攻の研究室と共に研究に取り組む。現在は医理工学際連携、エネルギー・環境、防災リスク管理、宇宙理工学、横断型資格・教職、等の8つのコースが設定されている。

1.2. 数理科学科の方針. 東京理科大学には数学系の学科が4つある（理学部第一部数学科、理学部第一部応用数学科、理学部第二部数学科と創域理工学部数理科学科）。名称変更前の理工学部数学科は、1学年の定員120名、教員数20名の学科であった。教員は全員純粋数学が専門で、カリキュラムは伝統的な数学科のものである。学部学生の進路は、大学院（進学、他大学）が15～25%、企業が50～60%、中学高校教員15～20%となっている（2017～2019年度の実績）。定員は多いが、数学科としては標準的な形態であったといえる。これが今回の学科再編で、定員が1学年当たり90名に減少することとなった。

数理科学科では、これまでの数学教育の枠組みを堅持しつつ、創域理工学部のコネクトに協力し、多様な分野での数学の活用を必要とする社会の要請を考慮したカリキュラムを、再編が決定して以来準備、試行してきた (cf. [Tus4])。ここではその概要について簡単に説明する。これらの全体像及び各施策の発案は数学科首脳部が主導的に行い、学科主任を中心とするワーキンググループが具体的な実施方法等を検討した。(本稿著者の八森と馬場は首脳部の人間ではなく、ある期間、WGの一員であった。)

主な方針は、数理科学科の教育については

- (1) 他分野との連携・融合 – 「ダブルラボ」制度の導入
- (2) 大学院教育の比重を高めること (学生数の増加等)
- (3) 教職教育の強化 – 大学院と一体の教育、

他学科の数学教育については

- (4) 専門基礎教育への積極的な関与 – 共通化、統計の基礎の取り扱い

である。

もう少し詳しく説明する。まず、再編にあたっての大学の方針があり、数理科学科では

○ 学科を「数学系」と「先端数理系」の2つの系に分ける

ことを行った。「数学系」ではこれまで通り純粋数学、「先端数理系」では純粋数学に加え数学の応用面も学ぶものとした。(1)に関する教育は主に「先端数理系」で行われる。それが他分野での数学活用の様子を学ぶ「ダブルラボ」である。これは学部(研究科)の仕組みである「横断型コース」とは異なる、数理科学科独自の学部教育の仕組みである。これについては次節で詳述する。系の定員は「ダブルラボ」が適切に実施できる規模等も考慮し、各系45名ずつとした。(2)については、創域理工学部の施策でもある

○ 「6年一貫教育コース」を設置

することとし、「先端数理系」所属の学生、及び教職課程履修者は「6年一貫教育コース」に所属し、原則大学院に進学するものとした。また、(3)については次の2つを行った。

○ 「横断型資格・教職コース」の活用

○ 卒業研究(教職コース)の設置

前者は学部(研究科)の施策である「横断型コース」の1つで、理工学全体への広い視野を持った教員の養成を目指し、複数の専攻・学科の教員が、教職を目指す大学院生に分野横断的な指導を行うというものである。教職課程履修者は大学院でこのコースに所属するものとした。後者は教職担当教員と共同で、通常の卒業研究に加え、教職に関するよりすすんだ勉学を並行して行うというものである。(4)については§3で詳述する。

また、入口のところでも数学の学びを志す多様な人材の獲得を目指し、

○ 入試での系選択と優遇措置(「専門コース」)の設定

を行った。入試時点で2つの系のどちらかを選択し、大学院進学を決意している志願者を募集する新たな枠の導入である。

上記の施策の有機的な連動、特に他分野との連携・融合（ダブルラボ）を有効に機能させるためにカリキュラム変更が必要となった。主なものとしては、

- － 3 年次専門選択必修科目の変更
- － ダブルラボ用の科目設置、その具体的運用の策定
- － 「数理統計学」の履修学年変更、「化学実験」と「生物学」の新設
- － 数学科各教員やダブルラボ先の他学科各研究室の研究を紹介するオムニバス授業科目の新設
- － 4 年次対象の集中講義科目（外部教員担当）の新設

等である。この他にも、

○ 大学院進学者を増やす方策

等、いくつかの対策がワーキンググループで検討され実行されてきている。

2. 数理科学科の学部教育：ダブルラボについて

数理科学科では、数学・数理科学を基礎とした理工学諸分野と連携した教育・研究を行い両分野に精通した人材を育成する「先端数理系」と、数学についての専門的教育・研究を行う「数学系」の2つの系を設置している。「先端数理系」では、他学科研究室と連携して実施する「ダブルラボ」という仕組みをつくった(cf. [Tus5])。これは2025年度から本格実施予定であるが、2021年度から試行を開始している。本節では、この試行の様子と試行までの過程等について報告する。

まず、ダブルラボの概要と目的は次のとおりである。

概要：他学科協力研究室での卒業研究（の一部）に参加し、数学の理工学諸分野への応用に関する研究を学ぶ。

目的：・理工学諸分野における数学の応用面に精通した人材の育成。特に

- －理工系諸分野への広い視野をもつ中学高校教員
- －より広い業種・職種への企業就職者等。

- ・大学院進学者が理工学諸分野における新しい数学的な問題・課題に取り組む契機を得ること。

実施学年は4年次で、卒業研究と並行して行うが、これ以前の3年次から準備が始まる。まず、「数学系」と「先端数理系」への学生の配属は3年次開始時に行われる。ダブルラボに関連する履修スケジュールはおおよそ下記のとおりである。但し、名称変更した今年度の1年生が3年生になる2025年度以降の稼働であるため、現時点では細部が決まっていない部分もある。

3 年次前期開始時：系の選択（2 年次終了時にガイダンスを実施）

3 年次前期中：それぞれの系用の専門選択必修科目を履修。

3 年次前期終了時：ダブルラボのガイダンス。紹介冊子 (cf. [Tus5]) の配布等。

3 年次後期開始時：「数学系」、「先端数理系」共に数学科各研究室への配属（卒業研究まで同一研究室に所属）

「先端数理系」の学生に対し、ダブルラボ先の他学科協力研究室の選択希望調査

3 年次後期中：ダブルラボを行う他学科協力研究室への配属の決定
ダブルラボ先の研究に必要な予備知識の学習（「先端数理研究」の履修）

4 年次：卒業研究と並行して、ダブルラボ先での活動。（「先端数理研究 1」、「先端数理研究 2」の履修）

補足の事項を以下に箇条書きで述べる。

- 数理科学科の教員 2 名が、ダブルラボ担当として、事務的な作業のほぼ全てを担ってきている。
- 「数学系」と「先端数理系」の選択については、3 年生全員に対し希望調査をするが、人数調整は行う。
- 前期中に他学科教員に対し次年度のダブルラボの協力をお願いと募集を行い、紹介冊子（協力研究室の研究内容や受け入れ可能人数を記載）を作成する。
- ダブルラボの配属は、ダブルラボ担当教員が調整する。学生、数理科学科配属先教員、ダブルラボ協力研究室の教員による面談等を行う。
- 「先端数理研究 1」、「先端数理研究 2」の成績は、ダブルラボ先での活動や成果物により、数理科学科の卒業研究担当教員とダブルラボ先の担当教員が共同で評価。（卒業論文のようなものは必須とはしない。）
- 数理科学科の教員は系分けされていない。各研究室に数理系と先端数理系の学生が混在する。
- 数理科学科の研究室とダブルラボ先の研究室には一対一対応はない。但し、一部の研究室は他学科研究室と共同研究を行っている。

2021 年度（実際の始動は 2020 年度）から行っている試行について説明する。おおむね上記のスケジュールに沿って実施しているが、本格実施後の計画では「先端数理系」の学生は原則全員参加であるのに対し、試行では学生の参加は希望者のみとしている点が大きな違いである。また、3 年次開始時の系分けはまだ行っておらず、「先端数理研究」は未開講、4 年次のダブルラボ充当科目は別の科目名となっている。これまでの実績は下記の表のとおりである。

	協力研究室数	学科数	最大受け入れ 可能人数	参加学生数	配属研究室数
2021	23	8	43	29	13
2022	24	8	48	22	10
2023	25	8	61	11	7

今年度の参加学生数が少ないのは、コロナ禍初年度の影響で入学者自体が少ない年だったためもある。1研究室当たりの受け入れ可能人数は平均的には1～3、実際の受け入れ人数は0～2程度となっている。

試行におけるダブルラボの実施方法は、学科、協力研究室により様々であった。3年次後期の予習の段階では、

- ・ダブルラボ先の協力研究室の3年次のセミナーに週1回程度定期的に参加する。発表させる研究室もあり。
- ・本や資料等、指定されたものを自習する。
- ・特に指示はない（4年次まで特に準備を必要としない）。

等の研究室があった。また、4年次では

- ・ダブルラボ先の協力研究室の卒業研究に週一回程度定期的に参加する。
- ・ // で定期的に発表
- ・ // で実験に参加

等の研究室があった。また、数理科学科の研究室と共同研究を行っているところでは、共同のセミナー等を行っているところもある。実際の活動例（2022年度、学科名は改称後のもの）を挙げる：

-
- 実験計画法をテーマとした実験学習、組み合わせデザインの勉強会（情報計算科学科）
 - 生物統計学の基礎、実践（生命生物科学科）
 - 建築空間における群集流動性状のモデル実装。セミナー、研究会への参加（建築学科）
 - 誤り訂正技術。セミナーでの発表、討論（電気電子情報工学科）
 - 機械学習を用いた牛の形状変化のモデル化、3次元点群解析を用いた人口足関節置換患者の可動域制限等。シンポジウム等での発表（機械航空宇宙工学科）
 - 気象計算のためのプログラミングの学習、気象シミュレーションの基礎式についての輪読（社会基盤工学科）
 - 交通流理論。理論を下敷きにしたモデルの実データを用いた分析（社会基盤工学科）
-

数理科学科の教員の対応も様々である。ダブルラボ先で学んだことを卒業研究のセミナーでも発表させたり、ダブルラボ先から持ち帰った問題を一緒に考えるなどしているところもある。

この新しい試みの試行を開始するまでの経緯を記しておく。

- ・ 2019年1月ごろから、学科のWG（5名）でカリキュラム等を包括的に検討開始。ダブルラボについても実施可能性を検討。数学科教員がいろいろな機会に個人的に聞いた感じでは、協力してくれる研究室も結構ありそうという感触。このことを頼りに、実施できそうな方法を検討した。
- ・ 検討過程で出てきた懸念点として次のようなものがあった。

- ダブルラボ先, 数学科教員双方の過度な負担とならないか. どのような形であればそうならないか.
 - 他分野の研究室との文化の違い（毎日研究室に来て実験する等）が学生の過度な負担とならないか. 先方の研究室に協力をお願いする立場なので, 実施方法にこちらから注文をつけるのが難しい.
 - 他分野の予備知識の修得は短期間では難しいのではないか.
 - そもそも学生は興味をもってくれるか.
 - 45名分のダブルラボ先を確保できるか.
 - 費用の問題.
 - 成績評価の問題
- ・2019年7月, 「数理科学科のダブルラボに関するお願い」のチラシを作成し, 学部の会議でアナウンスした. これに対しては他学科からの芳しい反応は無かったものの, 認知はされたのではないかと思われる.
 - ・～2020年春, WGでの検討は続くが, ダブルラボについては進展なし.
 - ・2020年4月以降, スケジュール的に次年度に試行を開始する必要があるため, 実施に向け動き始める.
 - ・6月, 数学科3年生を対象にしたミーティングで聞き取りや, オンラインでのアンケートを実施. ある程度の人数は参加してくれそうな感触を得る.
 - ・6月, WG委員が, 個人的なつながりのある他学科教員数名にインタビューを行った. 肯定的, 否定的両方の意見が得られた.
 - ・6～7月にかけて, 数学科主任から全学科に呼びかけて, 各学科ごとに教員どうしのzoom meetingの懇談会を開催した. ダブルラボのシステムを説明し, 意見交換と協力をお願いをした.
 - ・2020年7月, 理工学部他学科全教員に対し, 協力の有無に関しアンケートを実施.
 - ・7月末に協力研究室の紹介冊子を作成, 学生に対しアナウンス. 9月以降, ダブルラボ参加者を募集. 以降, ダブルラボの試行開始.
 - ・その後もWGは稼働, ダブルラボを含め, 名称変更に向けた様々な検討を行う. (～2022年10月)

以上である.

これまでの3回の試行で仕組みも固まりつつあるように見えるが, 今後の課題としては

- ・持続可能なシステムとできるか: これが一番の課題である. 数理科学科のダブルラボ担当教員の負担は大きく, 誰でも担当できるようにできるかが今後の成否の鍵となると思われる.
- ・試行段階の現時点では, 希望者のみによる実施であるため, 学生の意識も高く問題は起きていないが, 「先端数理系」の学生が原則全員参加となる本格実施後は, モチベーションの低い学生がダブルラボ先で迷惑をかけないか等が懸念される.

- ・ダブルラボの実施方法は各協力研究室にゆだねており、様々なやり方で実施されているため、研究室の間で学生負担の差が生じていることも懸念点である。
- ・大学院での連携：現状ではダブルラボは学部での仕組みで、大学院まで続けて連携はしていないが、今後は検討の必要があるかもしれない。

等が挙げられる。

3. 他学科の専門基礎教育：統計について

創域理工学部のコネクトである「連携と融合」の実現には、異なる学科・専攻間で議論ができる「共通の言葉」が必要であるということ、「言葉」の中にはデータを扱う上で必須の統計学またはデータサイエンスの基礎的事項もあるということは各学科共通の認識ではあるが、現状、統計は共通の「専門基礎教育」の科目とはなっておらず、各学科も必修科目を新たに設置する時間割上の余裕がない。そこで、線形代数学および微分積分の中に統計の基礎を組み入れるという形で、数学科目とその役割を担うことになった。どのような話題をどの程度取り扱うか、実際にそれをどのように実施するかという課題に対し、一つの案として、2022年度から実施している方法を報告する。

3.1. 「専門基礎教育 WG」の提言. 1年次の「数学」、「物理」、「化学」の科目は、自学科で責任を持つ学科もあるが、数理科学科、先端物理学科、先端化学科が責任を持っている学科が多い。数理科学科が責任を持つ数学科目がある学科は10学科中6学科である。2020年度以前は非常勤教員にそれらの科目の多くをお願いしている状態であった。

学部名称変更を数年後に控え、これら専門基礎科目の意義を再確認しあるべき姿を検討する「専門基礎教育 WG」が学部の教務幹事会（教務幹事とは各学科の教務を担当する役職である）に設置された。WGは上記科目の責任学科と情報科学科の各教務幹事と教務幹事長により構成され、教務幹事長の主導のもと2020年5月に答申を提出した（cf. [Tus6]）。その骨子はまず

- ・それぞれの科目のシラバスの共通化と教育内容の統一。
- ・各科目担当母体の専任教員が責任をもって教育に当たること。

が確認され、その上で各科目について次のようにすることが提案された。

数学：

- ・微分積分および線形代数については、これまでの（全国共通の）内容で統一。
- ・加えて、統計学及びデータサイエンスの基礎的知識を取り扱う。

物理及び化学：

- ・各学科に物理学実験または化学実験（一部の学科では生物学実験）のいずれの設定を推奨。
- ・実験を、データを取り扱うことのリテラシーとものづくりの実地経験のための科目として位置づける。

統計の基礎事項については、昨今のデータサイエンスの重要性からそれを学習する機会がある事が望ましいとする意見・要望があるということ、一方で現状では諸事情あり、各学科新たに専門基礎科目として統計学の授業を別建てで設けるのは現実的ではないということから、上記の提案となったものである。補足しておく、「数理・データサイエンス・AI教育プログラム認定制度(MDASH)」対応科目や、理科大独自の「データサイエンスプログラム」により、意欲のあるものが学べる仕組みはある。ここでの取り組みは、学部全体学生に対して、科学を学ぶ学生が知っておくべき最低限の統計の知識を必須項目として提供しようというものである。

そこで問題になるのが、数学科目における微分積分と線形代数の教授内容と、統計の基礎に割く時間、及び取り扱う内容である。これについて、答申では

- ・本体の微分積分、線形代数については、標準的に教えられる項目を網羅する。
- ・「微分積分学」、「線形代数学」の前後期の授業の、それぞれ3回分（計12回分）を統計の基礎の時間として確保する（授業時間は1回90分）。

ことが提言され、具体的なシラバスの案も記載している。シラバス自体の掲載はここでは割愛するが、各学期の15回の授業のうち11回分を数学、3回を統計、1回をまとめの授業に充てるものとなっており、数学については、扱うトピックだけで言えば標準的な教科書（例えば[Mi1], [Mi2]）で扱われるものは一通り全て記載している。もちろん、通常より少ない回数でこなすためには、トピックによりメリハリをつける工夫が各教員に求められることにはなる。ひとつだけ注意点を述べると、微分積分学のカリキュラムについては、前期に微分（1変数と多変数）、後期に積分（1変数と多変数）を扱うものを採用している。1変数の微積分を前期、多変数の微積分を後期に扱うカリキュラムと比較し、前後期の負荷が平均化され则认为、少ない回数で実施するにはそのほうがよいと判断したためである。ただ、この後説明する、統計の話題との間に若干の齟齬が生じるため、どちらが適切であるかは議論の分かれるところである。

3.2. 統計の基礎の内容について。 扱う統計の基礎の内容については多少の紆余曲折があり、WGの答申では線形代数や微分積分学との連携を意識した重回帰分析、最強力検定や尤度比検定等の話が盛り込まれていたが、結局

- 1) 高等学校の教科書に記載されている確率・統計の内容の復習
- 2) 特に、統計的推測、「推定」及び「仮説検定」の考え方の習得

という方針に落ち着いた。理工系における各種の実験や調査の結果を解析する際に必須であろう、推定や仮説検定の考え方とその数学的背景に触れ、慣れてもらうという方針である。この間の経緯については次節で説明する。

改めて説明するまでもないと思うが、これまでの学生の大多数は、高校の「数学B」の統計的推測の内容について学んできていない。「数学B」は「ベクトル」、「数列」、「確率分布と統計的な推測」の3項目から2項目選んで教えることになっているが、入試で出題しない大学が多いことや時間的余裕がない等の理由で「確率分布と統計的推測」を教えない高校が多かったようである。このことについては、以前から数学科の学生に聞いて

いた高校での学習状況の様子から明らかであったが、§3.4, 3.5 で説明する、事後に行った学生へのアンケートの結果からも明瞭に分かる。このため、上記の方針が適切であると判断した。また、科目の性質上、担当する教員が純粋数学の専門家であるため、より進んだ統計のトピックを扱うことは難しいという事情もあった。

ただ、2022 年度からの高校の新課程では「数学 B」の統計的推測が必須化されることから、2025 年度以降の入学生の統計の知識が飛躍的に増えることも予想される。今後、方針の変更等を検討する必要があるかもしれない。

さて、高校で習う「確率・統計」の内容は、2021 年度の高校入学生までは次のようなものであった (cf. [Su]).

- ・ 数学 I, 「データの分析」: 平均, 分散, データの相関など
- ・ 数学 A, 「場合の数と確率」: 確率の基本性質, 反復試行の確率, 条件付確率など
- ・ 数学 B, 「確率分布」: 確率変数, 期待値と分散, 二項分布, 正規分布など
- ・ 数学 B, 「統計的推測」: 母集団と標本, 標本平均, 大数の法則, 推定など

これに加え、2022 年度以降には仮説検定の内容が加わることになる。これらを踏まえ、線形代数学と微分積分学へのトピックの配分を次のようにした。

	線形代数学	微分積分学
前期	記述統計	確率論
後期	仮説検定	推定

より詳しく、各授業で扱うトピックは次のとおりである。

線形代数学 1 (前期, 3 回分): 記述統計

- 第 1 回 §1 統計とは何か: データ, 分析プロセス, 記述統計と推測統計
- 第 2 回 §2 記述統計 1: 分布の特徴 (平均, 分散等)
- 第 3 回 §3 記述統計 2: 相関, 回帰直線

微分積分学 1 (前期, 3 回分): 確率論

- 第 1 回 §1 確率空間: 定義と例, 反復試行の確率 (直積測度)
- 第 2 回 §2 確率変数と確率分布: 連続型と離散型
- 第 3 回 §2 確率変数と確率分布 (続き): 重要な確率分布, 期待値と分散

微分積分学 2 (後期, 3 回分): 確率論・推定

確率論 (続き):

- 第 1 回 §3 多次元確率変数と確率変数の和, 積: 定義と例, 独立性
- §4 独立同分布の確率変数: 大数の法則, 中心極限定理, 特別な分布の標本平均の分布

推定:

- 第 2 回 §1 推測統計の考え方と点推定: 推定量に求められる性質
- 第 3 回 §2 区間推定

線形代数学（後期, 3 回分）：仮説検定

第 1 回 §1 推測統計の考え方：推測の手順, ランダム標本と推定量

第 2 回 §2 仮説検定

第 3 回 §3 いろいろな仮説検定

このカリキュラムの注意点としては、確率論に割く時間が多くなり、一部の内容を後期に回さざるを得なかったこと、統計的推測の原理に最短で到達するために、反復試行の確率を最初に説明し、また、条件付確率（ベイズの定理）は割愛したということがある。

3.3. 授業の実施方法と授業動画資料の作成. 専門基礎教育 WG の答申を受け、数理科学科は 2022 年度から、責任を持つ 6 学科の 1 年次の数学講義科目を全て、数理科学科及び教養教育院の専任教員が担当することとした。統計の部分についても当該数学科目を担当する教員が授業を行う。そのため、統計の基礎の事項を含んだカリキュラムを実施可能なものにする方法を検討する必要がある。現在の実施方法に至った経緯については後述するが、次のような点が懸念点として考えられた。

- ・授業の主要な部分はあくまで「微分積分」と「線形代数」であり、そちらを疎かにすることはできない。予定以上にそちらに時間を割く必要があることが十分に考えられる。
- ・統計の部分は、担当教員の板書による講義のみでは、学習効果の点で難しいかもしれない。
- ・統計の部分は、教員により教授内容にばらつきが大きくなる恐れがある。

これらを踏まえ、2022 年度以降、次のような実施方法を取ることにした。この方法を可能にした要因として、2020 年度からのコロナ禍への対応で大学の教育支援システムを用いたオンラインの授業環境が整備され、活用が進んだということがある。

1. 共通補助教材の作成：

まず、統計に関する共通補助教材として、各授業で 3 回分ずつの

- ・授業動画 (mp4 ファイル)
- ・動画用の資料 (pdf ファイル)

及び、各授業 1 回分ずつの

- ・レポート問題とその解答 (pdf ファイル)

を作成した。これらを各授業の担当教員が、東京理科大学の教育支援システム（LE-TUS という、Moodle をベースにした e-learning システム）の各担当授業のコースページに掲載する。これにより、各学生が必要なときには何度も、参考書を読み自習するよりは多少手軽に、学習することを可能にすることを意図した。また、その内容が理工系全学生の持つべき知識であるということを、教員側の共通の認識とすることもねらいとしてはあった。

動画用の資料を作成するにあたり、参考としたものは、高校の教科書（[Su] 等）、大学の標準的な統計の教科書（[AT], [KK], [KT], [TT] 等）、および他大学の 1, 2 年次の統計の授業のオンライン上の資料である。

動画用の資料の pdf ファイルは Beamer, 動画は動画編集ソフトの”Camtasia”[Ca]（大学が購入したもの）を使用し作成した。動画は pdf ファイルを映しながら音声で内容を説明するシンプルなものである。各回の動画の長さは 18～48 分程度と幅があるのだが、1 つの授業の 3 回分の合計は 90 分前後である。

2. 各教員の授業の実施方法：

授業の実施方法であるが、統計の部分も含めて、担当教員がそれぞれの見識により講義を行うことを基本としている。共通補助教材の位置づけは、講義の補助として活用するもの、としている。但し、授業の主要部（「微分積分」、「線形代数」）の進度により、十分な時間が取れない場合等に、足りない部分を共通補助教材で自習してもらうということも想定はしている。また、統計のレポート問題については、学生に提出させるものとしているが、それを必須とするか、その結果を成績に反映させるかも含め、評価方法は各担当教員の裁量とすることとした。

共通補助教材の実際の使用法については、正式なアンケートは取っていないのだが、個人的に聞いた範囲では下記のようなものがあつた。

- ・担当教員が独自に準備した統計の内容を板書やスライドを用いて講義、共通補助教材は参考資料とする。
- ・共通補助教材の動画用の資料（pdf ファイル）をプロジェクターで映しながら、その内容を説明する。
- ・共通補助教材の授業動画をプロジェクターで流しながら、その内容を説明する。
- ・授業時間外に学生に共通補助教材を自習させる。

以下、この方法に至るまでの経緯を簡単に説明しておく。2020 年度に出された専門基礎教育 WG の答申をうけ、数理科学科では、WG 委員であつた八森が非公式な世話役のような形となり、2022 年度からの実施を目指すこととした。答申の内容は当初から関係教員に共有されてはいたが、統計の部分については教えた経験のある教員は少なく、戸惑いまたは否定的な意見もあつた。そこで、2021 年 2 月に数理科学科及び教養教育院の教員と、情報計算科学科の WG 委員で統計が専門の教員 1 名でミーティングを実施し、意見交換を行った。その中で、シラバス及び統計の基礎の講義内容、参考文献の情報を共有した上で、授業担当予定教員に対し、可能であれば 2021 年度からの試行を依頼した。これに対し、八森含め 2 名の教員が試行を行い（共に線形代数学の授業）、統計についてそれぞれ独自の授業を実施した。その結果、本体の「線形代数」、「微分積分学」は 11 回の授業でも行えることを確認した（八森は 2022 年度に微分積分学のほうも担当し、やはりシラバス通りに実施できることを確認した）。ただ、上記に述べたような懸念点は解消されず、統計については共通補助教材があつたほうがよいという結論に至つた。また内容は、§3.2 で述べた方針をとることにした。そこで、統計の部分を書き改めたシラバス案および上記の授業の方法を文書にまとめ（cf. [Tus7]）、2021 年 12 月に再度ミーティングを行い、次年度からの実施を合意した。

共通補助教材をどうするかという問題については、数理・データサイエンス・AI 教育強化拠点コンソーシアム（数理・情報教育研究センター）の資料等の外部資料の利用や、情報計算科学科の統計が専門の教員に依頼すること等も提案されたが、数学教員による授業の内容は数学教員の手で決めるべきということもいわれ、結局自前で作成することになった。そこで、統計が専門の教員の助言を受けながら、翌 2022 年度中に、実際の授業の時期に間に合わせるように作業を行った。

「統計の基礎」についての今後の課題であるが、

- ・ 講義内容は適切か -カリキュラムや、共通補助教材の内容の再検討
- ・ 学習の結果の実質化 -レポートの義務化、オンライン試験の作成
 -外部コンテンツの利用等。

等が挙げられる。

前者については、1つの問題は共通補助教材の難易度で、次節に説明する学生に対するアンケート結果をみると、学生にとってはやや難しすぎたようである。特に確率論について、正確性を犠牲に筋道を分かりやすくを心がけたものの、依然として数学の立場からの見地を出しすぎているかもしれない。限られた回数での説明のため、実例が少ないことも原因の一つと考えられる。もう1つの問題は、§3.1の最後で触れた数学本論との内容との齟齬の問題で、微分積分学において、積分は後期に学ぶ一方、統計は連続な確率分布の話題で広義積分が前期に出てきてしまうため、授業での説明に苦慮しているところである。また、これらの問題に加え、§3.2でも触れたように、2025年度以降の入学生はもっている統計の予備知識が格段に増える可能性があり、そもそもの方針から見直す必要がでてくる可能性も考えられる。

後者については、現状では統計の内容を成績評価に含めるかどうかは各教員の判断としており、統計の内容を真剣に学習した学生の割合が結局限定的なものとなっていることが、アンケート結果からも分かる。この割合を増やす必要があるのかも含め、検討の必要があるかと思う。私見であるが、統計の内容の学習の結果の実質化には、例えば線形代数学をデータサイエンスの学習に必要な基礎知識の習得の方向に近づけるような内容にする等、科目全体の内容を抜本的に見直すようなことも必要となるように思われる。

3.4. 学生に対するアンケート調査について。2022年度の授業実施後に、学生に対しアンケートを行った。調査の目的は、学生がどの程度高校で統計を学んでいるか、統計における基礎用語をどの程度知っているか、また、統計に関する共通補助教材をどの程度利用しどのような意見を持ったかと、本来の数学の授業内容への影響について検証することにあった。

方法は次のとおりである。Qualtrics(cf. [Qu])を使用したオンラインによるアンケートで、

対象：2022年度に理工学部数学科専任教員の担当した1年次の「微分積分学」、「線形代数学」を履修した学生（6学科約750名）。

回答期間：2023年2月2日～2月28日（注：東京理科大学は1月末で後期が終了する。）。

授業担当の各教員に依頼し、教育支援システム（LETUS）の各授業ページのメッセージ機能を用い、アンケートのアドレスを貼り付けて回答の呼びかけを行った。回答状況は回答者数：111名（うち、アンケートに同意しない者1名）

であった。詳細な結果は次節 §3.5 に掲載する。アンケートでは上記の質問内容に加え、TAに関する質問も同時に（次節の問4と問5の間に計7問）行っており、回答総数が漸減している1つの理由である。

調査結果のまとめと考察をここで手短かにしておく。

（1） 高校までの学習内容について：

高校でどの程度学習したかという質問（問5）に対し、「数学I」、「数学A」の内容は、本問時点で回答が終了していない108名中でも86、89名と圧倒的多数が「学習した」と回答しているのに対し、「数学B」の内容は「学習した」との回答が確率分布が19名、統計的推測は7名と非常に少数である。統計に関する用語（問6）についても、平均値、分散、相関関係の「数学I」、確率、独立な試行、条件付確率等の「数学A」で学ぶ内容については「習っていない／わからない」の回答が回答総数の9%未満であるのに対し、「数学B」の内容である確率変数は35.6%、確率分布は41.6%、大数の法則は62%、信頼区間は49%と、「習っていない／わからない」の回答の割合が大幅に増加する。1年次中に「微分積分学」と「線形代数学」以外にも統計を学ぶ機会があった学生がいるため、統計的推測に関する項目の「習っていない／わからない」の回答は問5よりは全体的に少ないものの、依然として知識を持っていないと思われる学生の割合が多く、§3.2で述べた基本方針が妥当であることを支持する結果であるといえる。但し、§3.2で述べたように、2025年度以降の入学生ではこれらの質問の回答の傾向が大きく変わる可能性があることを注意しておく。

（2） 共通補助教材の活用について

動画を視聴したか（問7）、動画資料（pdfファイル）を読んだか（問8）の質問に対し、全く見なかった、読んでいないの回答が20%、18%である一方、全ての動画を視聴した、全ての資料をよく読んだがそれぞれ24%、34%であり、共通補助教材の活用が限定的なものであったことが見て取れる。

（3） 共通補助教材の内容について

共通補助教材の内容を理解できたかという質問（問9）に対し、理解できなかったという回答が52%、レポート問題が解けたか（問10）に対し、あまり解けなかったという回答が41%であり、共通補助教材の内容は難しかったようである。また、問11で「内容を減らして易しくしたほうがよい」「数学の説明が難しすぎる」に対し、同意するの回答がそれぞれ37%、46%で、同意しないの12%、9%に比べ多いこともそれを支持している。また、問14の自由記述の傾向からもそれがうかがえる。ただ、問11で他の「今のままで内容は適切である」、「高校の範囲より進んだ内容をやってほしい」も含めた全ての問に対し、どちらでもないの回答が5割前後を占めており、これは内容が適切であったということよりは、真面目に統計、特に共通補助教材に取り組んだ学生が少なかったことの反映であると考えられる。

(4) 微分積分学, 線形代数学への影響について

問1 2, 1 3で, 授業の本体の数学のシラバス上の時間が統計により短縮されていることの影響を, 受講した学生に聞いている. もちろん, 初めての履修の学生が大半であるから, 比較による評価は期待できないが, 本体の数学がスケジュール的に窮屈であれば数値的に何か現れるのではないかと考えた. 結果は, 「微分積分学」, 「線形代数学」とともに「特に影響はなかった」と「どちらでもない」が90%以上であり, 各担当教員が影響を感じさせない授業を行っていたものと思われる. 一方で, 「数学に関する説明が不十分だった」, 「統計の内容をやる意味はあった」の質問に対し「どちらでもない」の回答が5割前後であったことは, やはり前項の(3)と同様, 真面目に統計に取り組んだ学生が少なかったことの反映であるとも考えられる.

3.5. 学生に対するアンケート調査の結果. 前節で説明した, 各問に対する回答は下記の通りである. 回答率(%)は全て, 回答総数に対するものである.

		回答数	%
問1 本調査の趣旨を理解し, 回答していただける場合は「同意する」をクリックし, 「→」をクリックして先に進んでください. (同意しない場合はアンケート終了)	同意する	110	99.1
	同意しない	1	0.9
	回答総数	111	

問2 所属学科 (旧学科名)	1 応用生物科学科	1
	2 建築学科	20
	3 先端化学科	30
	4 電気電子情報工学科	0
	5 経営工学科	28
	6 機械工学科	30
	回答総数	109

		回答数	%
問3 今年度(2022年度), 「微分積分学」または「線形代数学」の講義を一つでも, 受講しましたか. (していない場合はアンケート終了.)	1 受講した	108	99.1
	2 受講しなかった	1	0.9
	回答総数	109	

問4 それらの科目について, 再履修ですか.		回答数	%
	1 いいえ	99	92.5
	2 はい	8	7.5
	回答総数	107	

問5 高校のとき, 学校の授業において確率・統計をどの程度学習しましたか. (複数回答可)

	回答数
1 授業で習った記憶があまりない	12
2 「数学I」の「データの分析」は習った	86
3 「数学A」の「場合の数と確率」は習った	89
4 「数学B」の「確率分布」は習った	19
5 「数学B」の「統計的推測」は習った	7

問6 統計に関する用語について、どの程度知っていますか。（数字は回答者数）

	明確に説明 できる	大まかに 説明できる	習っていない わからない	回答総数
平均値	77	23	3	103
分散	41	57	5	103
中央値	74	24	5	103
箱ひげ図	61	34	8	103
散布図	50	45	8	103
相関関係	44	50	9	103
確率	65	32	4	101
独立な試行	57	40	4	101
条件付き確率	58	39	4	101
確率変数	14	51	36	101
確率分布	15	44	42	101
期待値	32	39	30	101
二項分布	17	37	47	101
正規分布	20	43	38	101
母集団	44	39	17	100
標本	43	40	17	100
母平均	34	36	30	100
標本平均	32	40	28	100
大数の法則	6	32	62	100
信頼区間	16	35	49	100

問7 「微分積分学」および「線形代数学」の授業の LETUS ページ上においてある、統計の基礎に関する「動画」は視聴しましたか。

	回答数	%
1 全く見なかった	20	20.0
2 1つ以上の動画を一部分ずつ見た	30	30.0
3 始めから最後まで視聴した動画が1つか2つある	10	10.0
4 始めから最後まで視聴した動画が3つ以上ある	16	16.0
5 全ての動画を始めから最後まで視聴した	24	24.0
回答総数	100	

問8 「微分積分学」および「線形代数学」の授業の LETUS ページ上においてある、統計の基礎に関する「動画資料（pdf ファイル）」は読みましたか。

	回答数	%
1. 読んでいない	18	18.0
2. いくつか、または全ての資料を斜め読みした	30	30.0
3 いくつかの資料をよく読んだ	18	18.0
4 全ての資料をよく読んだ	34	34.0
回答総数	100	

問 9 「統計の基礎」に関する動画、 および動画資料を視聴して、 その内容を理解できましたか.		回答数	%
1 視聴していないのでわからない		16	16.0
2 あまり理解できなかった		52	52.0
3 理解できた		29	29.0
4 よく理解できた		3	3.0
回答総数		100	

問 10 統計の基礎に関する レポートは解けましたか.		回答数	%
1 解答していない		25	25.0
2 あまり解けなかった		41	41.0
3 解けた		34	34.0
回答総数		100	

問 11 「統計の基礎」に関する授業動画の内容は、基本的には高校で習ったトピックの復習が中心でした。これについてどう思いますか。（数字は回答者数）

	同意しない	どちらでもない	同意する	回答総数
内容を減らして 易しくしたほうがよい	12	51	37	100
数学の説明が難しすぎる	9	45	46	100
今のままで内容は 適切である	21	58	21	100
高校の範囲より 進んだ内容をやってほしい	31	58	11	100

問 12 「微分積分学」における本論である微分積分学に対し、「統計の基礎」はどのような影響を与えたでしょうか。（数字は回答者数）

	そう思う	どちら でもない	そう思わない	回答総数
特に影響はなかった	64	29	6	99
時間短縮により微分積分に 関する説明が不十分だった	16	46	37	99
時間短縮しても「統計」の 内容をやる意味はあった	16	52	31	99

問 13 「線形代数学」における本論である微分積分学に対し、「統計の基礎」はどのような影響を与えたでしょうか。（数字は回答者数）

	そう思う	どちら でもない	そう思わない	回答総数
特に影響はなかった	56	33	10	99
時間短縮により微分積分に 関する説明が不十分だった	16	47	36	99
時間短縮しても「統計」の 内容をやる意味はあった	17	52	30	99

問14 「統計の基礎」の動画の内容や、「微分積分学」「線形代数学」の授業の中で統計の内容を取り扱うことなどについて、意見があれば自由にお書きください。

22名の回答があった。長文の回答もあるため、ここでは要約、抜粋を記しておく。

- ・統計を学ぶことは重要である。
- ・他の統計の授業と重複があり、無駄である。（複数回答あり）
- ・レポートの出し方を工夫したほうがよい。
- ・メインの線型代数（または微分積分）に負荷をかけてまで統計をやる必要はない。（複数回答あり）
- ・授業動画の内容が難しい、わかりにくい（複数回答あり）
- ・例題を多くしてほしい。
- ・統計の授業の復習になった。
- ・そもそも統計の基本が何であるかわからなかった。
- ・解説が難すぎる。
- ・授業動画は聞き手を引き付ける工夫があまり見られず同じトーンで話続けるため、眠くなる（見る気が失せる）。
- ・大学数学の授業内のため仕方ないとはいえ、あまりにもかしこまりすぎた内容ではないでしょうか。これでは本当は有用なものにも関わらず、専門家以外では実用性のないものとして判断され、日常使用はされずに終わってしまうのではないかと推測されます。ここは理学部ではなく理工学部ですので、使える技術としての統計教育を行うべきではないかと考えます。
- ・丸々90分すべて動画視聴はしんどいので、扱う内容について少しざっくりと解説してから動画視聴の時間にしてほしい。
- ・統計は理系学生であれば教養とも言える学問であり、引き出しを増やすという意味でも学ぶ意味は大いにあったと考えます。私自身、これを学んで非常に楽しかったです。

REFERENCES

- [AT] A. H-S. Ang・W. H. Tang, “土木・建築のための確率・統計の基礎”, 丸善出版 (2007).
- [Ca] “Camtasia” ウェブページ, <https://www.techsmith.co.jp/camtasia.html>
- [KK] 久保川達也・国友直人, “統計学”, 東京大学出版会 (2004).
- [KT] 小林正弘・田畑耕治, “確率と統計——から学ぶ数理統計学——”, 共立出版 (2021).
- [Mi1] 三宅敏恒, “入門 微分積分”, 培風館 (1992).
- [Mi2] 三宅敏恒, “入門 線形代数”, 培風館 (1991).
- [Qu] “Qualtrics XM” ウェブページ, <https://www.qualtrics.com/jp/>
- [Su] 大島利雄・坪井俊, 他, “数学 I”, “数学 A”, “数学 B”, 文部科学省検定済教科書, 数研出版 (2017).
- [TT] 東京大学教養学部統計学教室編, “統計学入門”, 東京大学出版会 (1991).
- [Tus] “東京理科大学”, ウェブサイト, <https://www.tus.ac.jp/>
- [Tus2] “学部・学科再編情報” (東京理科大学ウェブサイト内), <https://www.tus.ac.jp/academics/faculty/reorganization/>
- [Tus3] “創域理工学部/学部再編サイト 2023/東京理科大学”, https://www.tus.ac.jp/reorganization/2023/science_technology/
- [Tus4] “創域理工学部/「創域」のポイント”, https://www.tus.ac.jp/reorganization/2023/science_technology/point/
- [Tus5] 冊子 “2023 年度ダブルラボ 協力予定研究室”, 東京理科大学理工学部数学科 (2022), 学外非公開.
- [Tus6] “専門基礎教育の共通化について (検討結果)”, 専門基礎教育 WG 答申, 東京理科大学理工学部教授総会資料 (2020.5.26), 学外非公開.
- [Tus7] “理工学部の専門基礎教育 (統計) に関するご提案”, 理工学部数学科内の覚書 (2021.11).

東京理科大学創域理工学部数理科学科
〒278-8510 千葉県野田市山崎 2641
e-mail (代表 八森) : yhachi2015@gmail.com