

ブレンド型授業における KeTLMS の利用 － 多様で柔軟な出題形式を可能とするシステムの模索 －

芝浦工大大学院理工学研究科 KeTCindy センター

高遠 節夫

Setsuo Takato,

Graduate School of Engineering and Science Shibaura Institute of Technology,

KeTCindy Center, Magnolia Inc.

福島高専・一般教科 西浦 孝治

Koji Nishiura,

National Institute of Technology (KOSEN), Fukushima College

芝浦工大・工学部 牧下 英世

Hideyo Makishita,

Faculty of Civil Engineering, Shibaura Institute of Technology

1 KeTLMS による課題の送受

KeTLMS (KeTCindy Learning Management System)([1]) は、オンライン型授業において、数式を含む質問と解答のやり取りを 1 行のテキストで行うシステムである。パンデミックが始まった 2020 年、学生との接触をできるだけ避けることを目的として開発に着手し ([2]), 授業実践を通じて改良を進めてきた ([3],[4])。出題と解答回収の流れは以下の通りである。

1. 問題のテキストファイルを作成する。
2. KeTLMS のツール集 toolketmath.cdy で配付用の kettask.html を作成する。

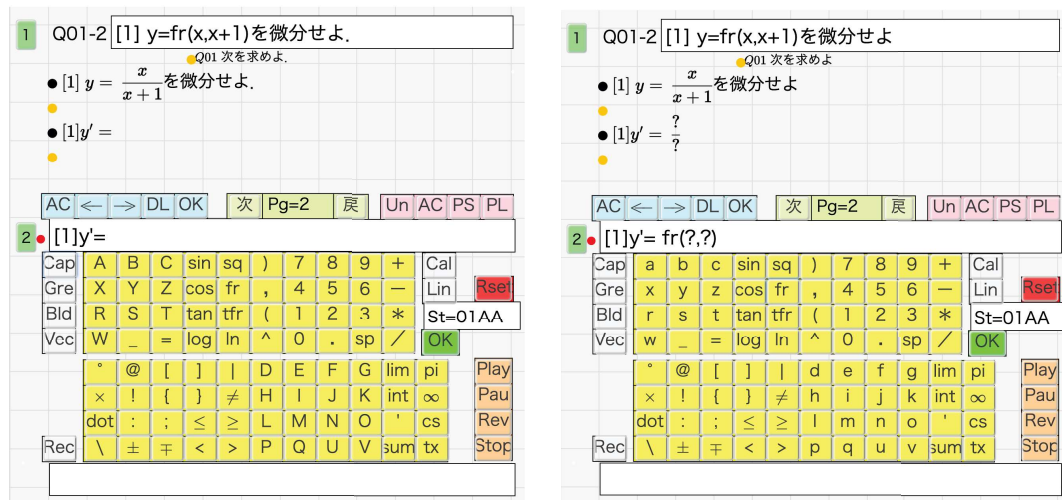


図 1. kettask.html の画面

図1において、上段の [1] は質問の欄，中段の [2] は学生の解答欄であり，数式は， $\text{fr}(x,x+1)$ のように表1の1次元数式表現ルール (KeTMath ルール) に従って記述される．これは $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ をベースとして， $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ に不慣れな学生でも容易に用いることができるようにしたものである．また，[1]と[2]の間に $\text{T}_{\text{E}}\text{X}^1$ で出力された2次元数式が即時に表示される．右側の図は fr のキーを押したときのもので，解答欄には $\text{fr}(?,?)$ と表示される．?は入力位置を表し，次節で詳細を解説する．

表1. KeTMath ルール

KeTMath	$\text{T}_{\text{E}}\text{X}$	例	KeTMath	$\text{T}_{\text{E}}\text{X}$	例
$\text{fr}(a,b)$	$\frac{a}{b}$	$\text{fr}(1,2)+\text{fr}(3,4) \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$	$\text{adot}()b$ $a(\text{cross})b$	$\frac{a \cdot b}{a \times b}$	$(\text{adot}()b)^{(2)} + (a(\text{cross})b)^{(2)}$
$a^{\wedge}(b)$	a^b	$\text{fr}(1-r^{\wedge}(n),1-r) \Rightarrow \frac{1-r^n}{1-r}$	$\text{sq}(a)$ $\text{sq}(n,a)$	$\sqrt{a}$ $\sqrt[n]{a}$	$\text{sq}(\text{sq}(3,a))=\text{sq}(6,a)$
$\text{sin}(x)$	$\sin x$	$\text{fr}(\text{sin}(x),\text{cos}(x)) \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x}$	$\text{sin}(2,x)$ $\text{sin}(x)^{\wedge}(2)$	$\sin^2 x$	$1+\tan(2,x)=\text{fr}(1,\text{cos}(2,x))$
pi	π	$S=\text{pir}^{\wedge}(2) \Rightarrow S = \pi r^2$	(deg)	$^{\circ}$	$\tan(30(\text{deg})+45(\text{deg}))$
$\text{log}(x)$	$\log x$	$\text{log}(\text{fr}(x,y))=\text{log}(x)-\text{log}(y)$	$\text{log}(a,x)$	$\log_a x$	$\text{log}(10,x)=\text{fr}(\text{log}(10),\text{log}(x))$
$10@\text{cm}@$	10cm	棒の長さを $x@m@$ とおく	$\text{br}(x,a,b)$	$\left[x \right]_a^b$	$\text{br}(-\cos(x),0,\text{pi})=2$
$\text{int}(a,b,x,\text{dx})$	$\int_a^b x dx$	$\text{int}(0,\text{pi},\text{sin}(x),\text{dx})=2$	$\text{diff}(y,x)$ $\text{par}(z,x)$	$\frac{dy}{dx} \frac{\partial z}{\partial x}$	$dz=\text{par}(z,x)dx+\text{par}(z,y)dy$
$\text{lim}(x,a,f(x))$	$\lim_{x \rightarrow a}(f(x))$	$\text{lim}(x,0,\text{fr}(\text{sin}(x),x))$	$\text{sum}(k=1,n,k)$	$\sum_{k=1}^n k$	$\text{sum}(k=1,n,k^{\wedge}(2))$
$\text{mat}(a,b,c,d)$	$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$	$\text{mat}(1,2,3;4,5,6)$	$\text{case}(a,b;n=1,n=2)$	$\begin{cases} a & n=1 \\ b & n=2 \end{cases}$	$f(x)=\text{case}(0,x<0;x,x(\text{geq})0)$
$\text{det}(a,b,c,d)$	$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$	$\text{det}(a-t,b;c,d-t)$	$\text{dot}()$ $\text{dot}(3)$	$\cdot \quad \cdots$	$a_{-}(1),a_{-}(2),\text{dot}(3),a_{-}(n)$
(pm) (mp)	$\pm \mp$	$x=\text{fr}(1(\text{pm})\text{sq}(3),2)$	$(\text{leq}),(\text{geq})$ (neq)	$\leq \geq \neq$	$f(x)=\text{fr}(1,x)(\text{sp})(x(\text{neq})0)$
$a_{-}(n)$	a_n	$\text{fr}((a_{-}(1)+a_{-}(n))n,2)$	$\{\backslash\alpha\}$ $\{\backslash\beta\}$	$\alpha \beta$	$\cos(\{\backslash\beta\})+\text{isin}(\{\backslash\beta\})$

- (2) のファイルを Github の Web ページに掲載して，その URL を何らかのプラットフォーム (GoogleClassroom や Microsoft Teams) で学生に配付する．
- 出題の通知を受けとった学生は，図2のような画面を見ることができる．リンク先をクリックすると，Web ブラウザが起動して，図1の `kettask.html` が表示される．学生番号を入力して，確認した上で [OK] を押すと問題が表示される．
- [次] のボタンを押すと，ページが先に進んで次の問題が表示される．すべての回答が終わったら，[Rec] ボタンを押すと，最下段に解答の情報と内容が1行のテキスト

¹KeTLMS は，CindyJS(<https://cindyjs.org>) をベースとする KeTJCindyJS で開発されており，CindyJS は KaTeX をサポートしている．ただし，バージョンは v0.8 で，表示されない数式も多い．

トで表示される．すべての文字列をコピーしてから，図2の回答欄にペーストして提出すればよい．

図2. 学生の GoogleClassroom 画面

2 多様な課題と解答への対応

2024 年，パンデミックは終息の方向に向かって，通常授業が主流となる中で，オンライン型の授業スタイルの有効性も認識されるようになってきている．KeTLMS の利用もその1つであり，著者の一人(高遠)の授業では，

- (1) スライドを用いた講義をする (10 分から 15 分)
- (2) KeTLMS の課題を配付して回答を待つ (5 分から 10 分)
提出状況は GC などでリアルタイムで把握できる．
- (3) 各回答は 1 行のテキストなので，全体を見るのが容易である．
採点はしない．

- (4) 回答を俯瞰して全体の理解度を把握することにより，次の説明内容を決める．

という流れに従って，1 回の授業で複数の課題を出している．

このような授業では，多様な問題と解答方法が必要かつ有効である．そのため，KeTLMS に次のような改良を行った．

1. 例えば，問題が「 $x^2+2x-3=0$ の解を求めよ」のときの解答欄 (Sheet) を $x=?,?$ として，複数の入力ポイントを指定することができるようにした．

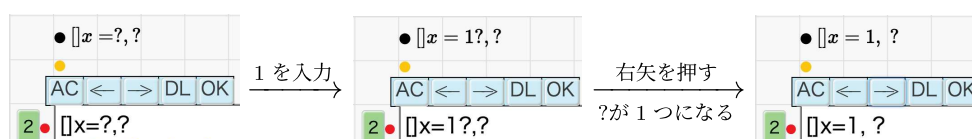




図 3. 解答の入力手順

2. 授業後アンケートのように、文章や途中式を入れて答えることも可能である。

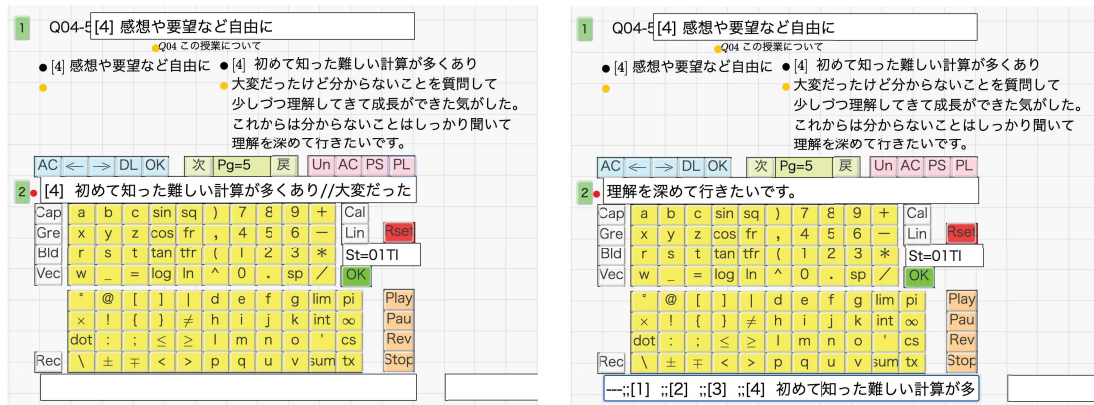


図 4. 授業後アンケートの回答例

図 4 は、今期の授業の終了時に「感想や要望など自由に」を訊ねたときの、一人の学生の回答である。このように長文の場合は、図 4 の左側のように//を入れることで改行して表示することができる。なお、回答の書き出し位置は幾何点で指定しているので、自由に移動することも可能である。ただし、学生の解答欄には収まりきれず、このままでは追加や修正が面倒である。そこで、解答欄の右上にある「PS」(pull)のボタンを押すと、最初の//までがバッファに入り、残りの部分が解答欄に表示されるようにしている。右側の図は、「PS」を何度か押して、最後の部分だけを表示したものである。逆に「PL」(pull)のボタンを押すと、最後にバッファに格納された文字列が表示部分の最初に追加されるようになっている。

3. 回答は `anssheet.txt` に集積して、授業後に採点などの処理を行っている。採点には、(1)Maxima を使う方法と (2) 手作業の方法があり、(2) については以前は採点用の HTML(`ketscore.html`) によって、正解と学生の解答を並べて $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 表示をしたものを比較しながら採点していたが、問題数 n や学生数 m のとき nm 回の画面切り替えが必要であり、 n, m が大きくなると採点の手間は相当にかかることになる。そこで、学生の解答をまとめて表示する `anschart.csv` を作成するようにした。これには、ツール集 `toolketmath.cdy` の「Anschart」を押すだけでよい。例えば

Q04 次の関数を微分せよ

[1] $y=e^x+x^2$ [2] $y=e^{(2x)}$ [3] $y=e^{(-x)}$ [4] $y=\log(5x)$

の課題を KeTLMS で行ったときの結果は表 2 のようであった。ここで、1 行目は正解の欄であり、G,I,K,M のセルには配点が入っている。また、L のセルは、元々は [4] $y'=\text{fr}(1,x)$ であるが、csv の区切りのコンマと見做されないように、「,」を「:」

で置き換えることにしている．G,I,K,M の 2 行目以降は採点結果を記入するセルであるが，著者らの課題では，正解率 70% を想定して作題しており，まず正解に配点の点数を入力（コピー）して，残りの解答だけに部分点を与えるかどうかを決めればいいので，採点は容易である．

表 2. anschart.csv の例

	A	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	CA	Q04---	[1]y'= e^(x)+2x	2[2]y'= 2e^(2x)	2[3]y'= -e^(-x)	2[4]y'= fr(1:x)	2			
2		1 Q04---	[1]y'= e^(_(1))	0[2]y'= 2e^(x)	1[3]y'= -log(x)	0[4]y'= 5e^(-1)	0			
3		2 Q04---	[1]na	0[2]na	0[3]na	0[4]na	0			
4		3 Q04---	[1]na	0[2]na	0[3]na	0[4]na	0			
5		4 Q04---	[1]y'= e^(x)+2x	2[2]y'= 2e^(2x)	2[3]y'= -e^(-x)	2[4]y'= fr(1:x)	2			
6		5 Q04---	[1]y'= e^(x)+2x	2[2]y'= 2e^(2x)	2[3]y'= -e^(-x)	2[4]y'= fr(1:x)	2			
7		6 Q04---	[1]y'= e^(x)+2x	2[2]y'= 2e	0[3]y'= -e^(-x)	2[4]y'= fr(1:x)	2			

図 4 の授業後アンケートも同様に csv ファイルにまとめられて，例えば表 3 のようになる．ここでも回答が 1 行のテキストであることが重要な役割を果たしている．

表 3. アンケート結果が入った anschart.csv の例

	K	L
1	CA	[4]
2	1[4]	特にありません ありがとうございました
3	1[4]	時折分数の入力の仕方を忘れてしまうことが多かったので//fr を 分数(■/■)などに置き換えるとわかりやすいかな...?//
5	1[4]	いつも丁寧に教えてくれてとても感謝している
8	1[4]	初めて知った難しい計算が多くあり//大変だったけど分からないことを質問して//少しづつ理解してきて成長ができた気
9	1[4]	約半年間ありがとうございました。
11	1[4]	ダブルタップのズームがいらぬ

本節の最後に，著者の一人（高遠）が KeTLMS で行った期末試験について報告する．特に順位づけをしたりするものでなく，授業内容の理解度を見るためのものであるが，事前に学生たちの希望を聞いたところ，全員が KeTLMS での試験を希望したので，以下の問題を KeTLMS で出題した．

Q01 微分せよ（配点 16）

[1]y=x^8+x^4 [2]y=2sin(x)-3cos(x) [3]y=xcos(x) [4]y=sin(5x)

Q02 問いに答えよ（配点 16）

[1]e の値を小数 5 桁まで書け [2]y=e^(x) を微分せよ [3]y=e^(5x) を微分せよ
[4]y=log(2x) を微分せよ (@log@は自然対数)

Q03 次を求めよ（配点 16）

[1]int(x^4,dx) [2]int(0,1,x^2+4x,dx) [3]int((sin(x)+cos(x)),dx)
[4]int(0,1,e^(x),dx)

Q04 問いに答えよ．ただし x>0 とする（配点 16）

[1]y=log(x) のとき y' を求めよ [2]int(fr(1,x),dx) を求めよ
[3]log(1) と log(e) の値を求めよ [4]int(1,e,!fr(1,x),dx) を求めよ

Q05 y = xe^(x) について問いに答えよ（配点 18）

[1]y' を求めよ（因数分解せよ） [2]y'=0 となる x を求めよ
[3] 増減表の 1 段目を埋めよ（3 点ドットは@dot(3)@）
[4] 増減表の 2 段目を埋めよ
[5] 増減表の 3 段目を埋めよ（上矢 u, 下矢 d, または y の値）

[1] $y=x^2$ と x 軸と直線 $x=2$ で囲まれた図形の面積
 [2] $y=x^2$ と直線 $y=2x$ で囲まれた図形の面積
 [3] $y=e^x$ と y 軸と直線 $x=2$ で囲まれた図形の面積
 [4] $y=e^x$ と y 軸と直線 $x=-a$ で囲まれた図形の面積
 [5] 問 [4] で a を限りなく大きくするとどんな値になるか

anschart(Q02) と全体の得点一覧表 (いずれも CSV) は次の通りであった.

	A	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	CA		Q02---	[1]e=2.71828	4	[2]y'= e^(x)	4	[3]y'= 5e^(5x)	4	[4]y'= fr(1:x)	4
2	1	14:47:5	Q02---	[1]e=2.71828	4	[2]y'= e^(x)	4	[3]y'= 5e^(5x)	4	[4]y'=tfr(1:x)	4
3	2	14:47:5	Q02---	[1]e=2.7182	2	[2]y'= e^(x)	4	[3]y'= 5e^(5x)	4	[4]y'= fr(1:x)	4
4	3		Q02---	[1]na	0	[2]na	0	[3]na	0	[4]na	0
5	4	14:51:51	Q02---	[1]e=2.71828	4	[2]y'= e^(x)	4	[3]y'= 5e^(5x)	4	[4]y'= fr(1:x)	4
6	5	14:39:55	Q02---	[1]e=2.71828	4	[2]y'= e^(x)	4	[3]y'= 5e^(5x)	4	[4]y'= fr(1:x)	4
7	6	14:47:35	Q02---	[1]e=2.71828	4	[2]y'= e^(x)	4	[3]y'= 5e^(5x)	4	[4]y'= fr(1:x)	4

1	Q01				Q02				Q03				Q04				Q05					Q06						
2	[1]	[2]	[3]	[4]	[1]	[2]	[3]	[4]	[1]	[2]	[3]	[4]	[1]	[2]	[3]	[4]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]		
3	Pt	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	2	100
4	1	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	2	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	0	90
5	2	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	0	96
6	3	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	2	4	2	4	4	2	58
7	4	4	4	0	2	4	4	4	4	4	0	4	0	4	4	2	4	4	4	2	4	2	2	4	4	4	2	80
8	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	0	98
9	6	4	4	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	4	4	4	4	2	88

3 KeTTask ファイルへのスクリプトの埋め込み

```

1: xL=apply([10,10,10,10],Scale*#); yL=apply([10,10,10],Scale*#); rmL=[];
   Tabledata("",xL,yL,rmL,[0,"Move="+Center]);
2: if(ketlibflg==1,
   r1L=["x","", "", ""]; r2L=["y","", "", ""]; r3L=["y","", "", ""];
   ketlibflg=0;
):

```

6

```

3: tmp=Textedit(2,"",""); tmp1=indexof(tmp,""); tmp2=[];
   tmp=substring(tmp,tmp1,length(tmp)); tmp=Removespace(tmp);
4: if(indexof(tmp,"?")==0,
   tmp2=Strsplit(tmp,",");
5:   if(nqu==4, r1L=apply(tmp2,if(indexof(,"dot")>0,"\cdots",Totexform(#))));
6:   if(nqu==5, r2L=apply(tmp2,Totexform(#)));
7:   if(nqu==6,
   tmp2=apply(tmp2,replace(,"u","\nearrow"));
   tmp2=apply(tmp2,replace(,"d","\searrow"));
   r3L=apply(tmp2,Totexform(#));
   );
);
8: Putrowexpr(1,"c",r1L); Putrowexpr(2,"c",r2L); Putrowexpr(3,"c",r3L);

```

簡単に説明を加える. 1: では空の表を作成する. 2: は一度だけ実行され, 各段の初期値を作成する. 3: は解答欄の入力ボックスから文字列を取得する. 4: はOKを押して?がなくなったときに実行するブロックであり, 最初にコンマで区切ったリストにする. 5:,6:,7: は各段に入力するリストを作成する. 8: はそれらを表に入れる操作である.

このスクリプトが書かれたテキストファイルを embeddata フォルダに入れ, toolembed (cdy ファイル) を開くと図 5 の画面が表示される.

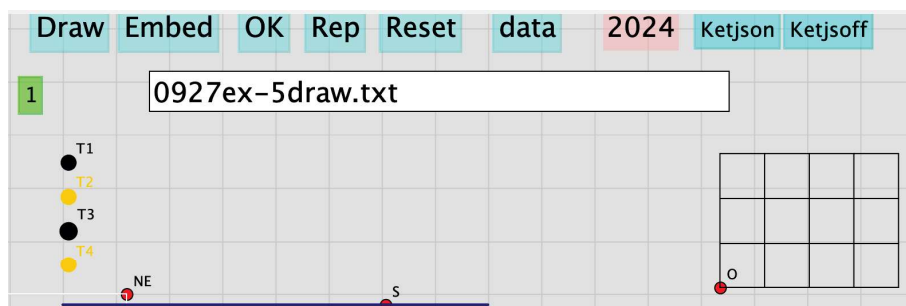


図 5. toolembed.cdy の画面

ここで, O, S は幾何点で, それぞれ原点 (表の左下) とスケールを決める幾何点である. また, 上の入力ボックスには embed フォルダにあるスクリプトファイルが表示される. 位置などを決めて, [Embed] を確認してから [OK] を押すと, 埋め込みが完了する.

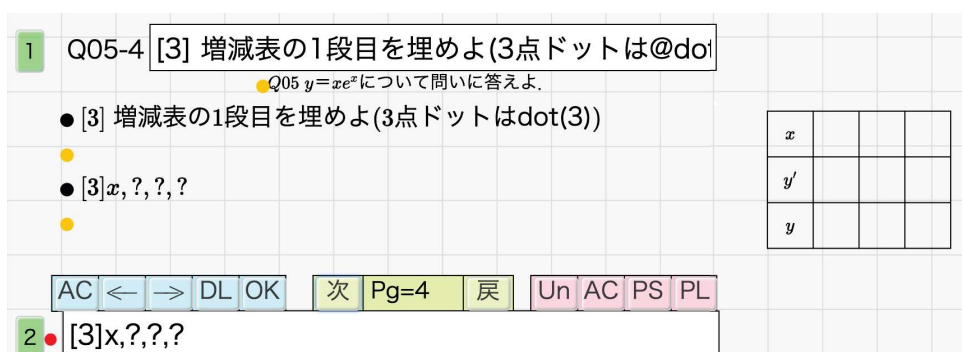


図 6. 作表のスクリプトが埋め込まれた kettask.html

た授業では次のような問題を出題した。ここで、下段は出題で記述した KeTMath 数式である。

次の式を計算せよ.	
[1] $35^2 \times 5^{-4} \times \frac{1}{7^2}$	[2] $\sqrt[4]{a^3} \times \frac{1}{\sqrt{a}}$
[1] $35^{(2)}(\text{cross})5^{(-4)}(\text{cross})\text{fr}(1,7^{(2)})$	[2] $\text{sq}(4,a^{(3)})(\text{cross})\text{fr}(1,\text{sq}(a))$

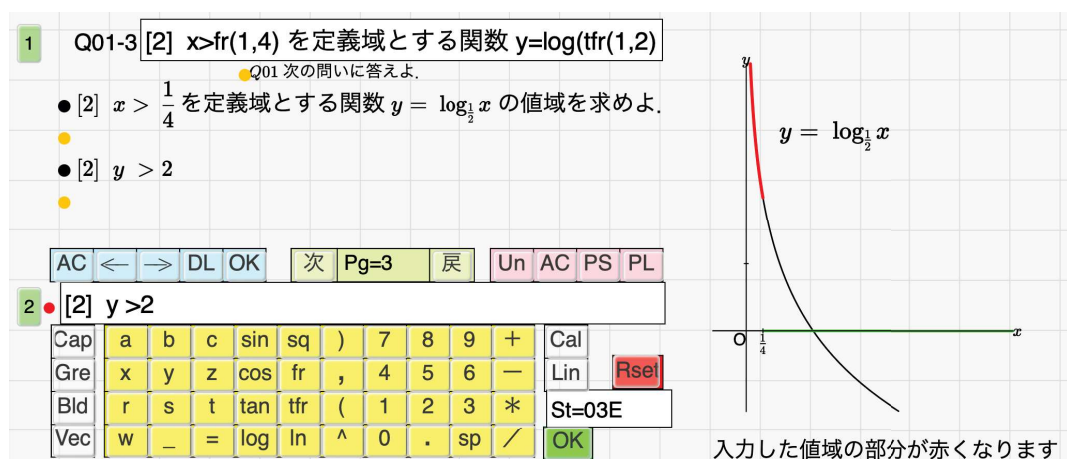
問題演習の目的は基本事項の理解を定着させることと、学生の理解度を把握することである。この2つは授業を進めていく上で重要であるが、プリントで問題を作成する場合、問題の作成、印刷から答案の採点、成績処理までの教員の労力は大きく、毎回の授業で実施することは困難である。一方、KeTLMSによる課題では1節と2節で述べたように、大きな負担を負うことなく課題の作成、出題と回答の回収、採点までの一連の作業ができる。これは以下の理由による。

- 課題のテキストファイルの様式は簡潔であり、そのファイルから toolkitmath.cdy の2回のボタン操作によって課題 HTML ができる。課題のテキストファイルの雛形は、問題数を指定し、問題作成用にやはり KeTCindy で開発された toolkettips.cdy を用いて作成することができる。
- 学生の解答は簡易数式であり、toolketmath.cdy によって解答一覧のファイルが作成される。また、採点後は toolkitmath.cdy によって個人成績票、クラス成績一覧のファイルも作成される。

また対数関数のグラフの授業では、次のような関数の定義域と値域に関する問題を出題した。

[1] $1 < x < 2\sqrt[3]{2}$ を定義域とする関数 $y = \log_2 x$ の値域を求めよ。
[2] $x > \frac{1}{4}$ を定義域とする関数 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ の値域を求めよ。

問題 [1] は、 $2\sqrt[3]{2}$ を $2^{\frac{4}{3}}$ と変形することができれば解くことができる。問題 [2] では学生は $y > 2$ とする間違いが少なくない。



そこで、学生の解答に連動してその y の範囲のグラフが赤くなるようなスクリプトを埋め込んだ。図 8 は $y > 2$ と入力したときの画面である。この図では定義域に対応する部分のグラフが赤くなっていない。そこから誤りであることに気づかせ、正答に導くものである。入力はやり直すことができるので、正解が分かった学生も他の範囲で試すこともできる。この課題は底が 1 より小さいときの対数関数は単調減少であることを理解し、それが定着することを目的としている。3 節の増減表のときと同様に、グラフが学生の解答の入力に応じて変化するので、この機能をさまざまな種類の問題に利用することができる。またスクリプトにアニメーションも埋め込むことができる。

5 結論

提出する必要がない問題演習のときは、真剣に解かない学生もいるが、KeTLMS による課題では学生は熱心に毎回の問題に取り組んでおり、著者たちの授業では、このような課題のやり取りが完全に授業の流れの一部に組み込まれた。相談しながら問題を解くことがよい場合もあるので、これまではすべての学生に同じ問題を出したが、KeTLMS では学生ごとにランダムに複数の種類の問題を出すことも可能であり、今後はその機能も併用することを考えている。また授業の最後だけでなく途中で複数回実施し、その結果を確認しながら授業を進めることも実践することで、リアルタイムに学生の理解度や進捗状況を把握することができる。このように KeTLMS を数学の授業に活用することが学生の理解度を上げることにつながると期待される。以前のバージョンでサポートされていた Maxima による自動採点は、学生の解答における疑問符 (?) の採用や結果の出力方式の変更により、現在は未サポートである。今後は学生の誤入力にも対応した Maxima 利用の方法を開発していきたいと考えている。

参考文献

- [1] <https://s-takato.github.io/ketmath/misc/ketindex/indexketlms.html>
- [2] 高遠節夫, 濱口直樹, Web 利用の理数教育に役立つ数式送受システムの開発, 数理解析研究所講究録 2178, p.67-76, 2021(投稿 2020)
- [3] 濱口直樹, 北本卓也, 高遠節夫, テキストをベースとした LMS の利用と HTML 教材の作成, 数理解析研究所講究録 2208, p.58-67, 2021
- [4] 高遠節夫, 濱口直樹, 北本卓也, KeTMath による課題送受・採点処理・結果分析, 数理解析研究所講究録 2236, p.90-99, 2022
- [5] 西浦孝治, 高遠節夫, 数学教育における KeT-LMS の効果的活用, 数理解析研究所講究録 2273, p.192-201, 2023