為替連動クーポンによる外客誘致策に関する一考察

愛知大学経営学部会計ファイナンス学科　齋藤　毅
Tsuyoshi Saito　(tsaito@vega.aichi-u.ac.jp)
Department of Accounting and Finance, Faculty of Business Administration
Aichi University

1. はじめに

外国人観光客の誘致により経済を活性化させ，国際相互理解も促進させようと考える国・地域は多く，日本もその例に漏れない．バブル崩壊後の景気低迷が続く中，2003 年にビジット・ジャパン・キャンペーン (VJC)，2016 年に「明日の日本を支える観光ビジョン」などの政策を採用してきた．これらの効果もあり，2012 年頃までは出国日本人数の半分ほどしかなかった訪日外国人数が，2015 年には逆転，2019 年には 3,188 万人となり，出国日本人数の 1.5 倍になった．その後 COVID-19 によって海外との往来制限がしばらく続き，2023 年に解禁，2024 年は客足が順調に戻りつつあり，8 月までで 2,400 万人に達している[*1]．

訪日旅行客の増加は，各地域における観光資源開発，PR 活動の推進はもちろん，ビザ免除対象国の拡大，日本に就航する LCC 便の拡充，CIQ 体制の充実化など政策の効果が大きいとされる [3, p.9]．

しかし，外国人が日本旅行を検討する際，日本滞在時の出費の大小も材料となるだろう．すなわち，外国人客は訪日旅行を予約した時点で円建て債務 (外国人にとっては外貨建て債務) を負ったことになるため，円安になりそうならば訪日旅行を計画するが，円高になりそうならばならば今回は別のところにしようかという動きも一定程度あると考えられる．

実際，為替レートと訪日観光客数には相関関係がある．図 1.1 は，ある月を終端とする 3 か月間での米国からの平均訪日観光客数 (縦軸) と，その 3 か月前の 3 か月間における平均米ドル円レート (横軸) の組を打点したものである．為替も客数も 3 か月平均を取ったのは，繁閑期等の周期性を調整するためである．また，為替と客数に 3 か月のラグを設けたのは，実際の旅行予定より 3 か月程度前には旅行予約しておくべきと推奨されるためである (森井 [11, p.36]，星野他 [10, p.46] 等)．

例えば上部中央の「1908」は座標 $(110.9, 126375.0)$ にプロットされているが，これは観光目的訪日米国人の 2019 年 6〜8 月の 3 か月における平均が $126,375.0$ 人，その 3 か月前の 2019 年 3〜5 月の 3 か月におけるドル円レートの平均が 110.9 円であることを表す．回帰直線の傾きが正であることから，ドル円レートが大きい (円安である) ほど，その 3 か月後の訪日観光客数が多いという傾向が読み取れる．

更に，多くの通貨にとって日本円との為替レートは比較的ボラティリティが大きいため (齋藤 [7, 図 1.1])，日本旅行は他国への旅行に比べ，訪日時に想定以上の円高になることが警戒されているだろう．逆に考えれば，円高リスクへの警戒感を低減させることで訪日旅行客を増やせるだろうと期待できる．齋藤 [4, 5, 6, 7] では宿泊費の「一定割合」を「特定時点」の為替レートで換算した外客の自国通貨で支払うことを認め，ホテル側が訪日時の円高リスクを一部肩代わりする策 (割引策) が検討された．実際には訪日旅行予約時に，二重通貨建て債や通貨オプションの技術を用いて「一定割合」と「特定時点」から為替レート連動型クーポンの額を算出し，この贈呈の約束を以て割引に代えている．なお，「特定時点」をいつにするか，対象通貨圏を幾つにするか，予約から訪日までの期間を確定値とするか否か等は様々に組み合わされている．

[*1] 日本政府観光局 (JNTO)[9]．以下，本稿における訪日外国人数に関わる数字は全てこのサイト，または JTB 総合研究所 [8] による．ただし，JTB 総合研究所のデータは JNTO のデータを整理したものとのこと．

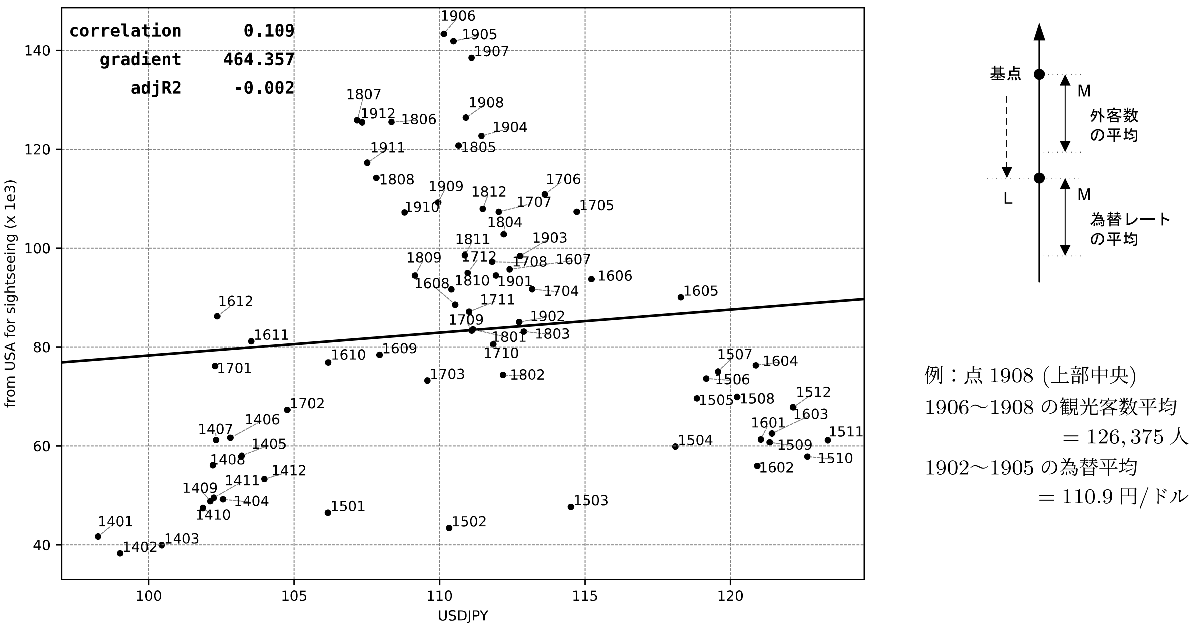


図 1.1　米国からの観光客数 M か月平均 (縦軸：人) とその L か月前までの M か月間における米ドル円レート平均 (横軸：1 ドル当り円)：$M = 3$, $L = 3$ のケース

この中の齋藤 [4, 5, 7] において，「一定割合」を変えてもホテル側が割引策導入に経済的意義を感じる確率がほとんど変わらない，という直感的に理解し難い特徴が見られた．「一定割合」を増やせばホテル側の肩代わりリスクは増えるが客数増となる可能性も高まる．経済的意義を感じる確率が増えるか減るかはケースバイケースに思えるが，「不変」は考え難いであろう．これらの研究では原因究明は今後の課題として残されたのだが，今回，簡単化したモデルを考えることで原因究明ができたと思えるため，ここに報告する．

以降，第 2 節でモデルを説明し，その解析を第 3 節で行う．第 4 節で米国を例に「不可解な現象」を数値計算で確認し，現象の原因究明を第 5 節で行う．

2. モデル

簡単化のため外貨は米ドルとし，訪日外客の日本における支出を総じて宿泊費と呼ぶ．

従来のモデルに準じ，為替レート X は外貨建て，すなわち「1 円当り X ドル」という形式で表示する．一般的な表示 (邦貨建て) とは逆だが，訪日外客にとっては「1 円と交換するために何ドル払えばよいか」の方が相場比較に便利だろうと考えたためである．この方式によれば，X が小さければ円安を，大きければ円高を表すことになる．

この為替レート X は，Garman & Kohlhagen モデル [1] に準じ，確率微分方程式

$$\mathrm{d}X(t) = X(t)\{\mu \mathrm{d}t + \sigma \mathrm{d}W(t)\}, \qquad X(0) = x_0 \qquad \text{(USD/JPY)}$$

に従うとする．ここで，W は標準ブラウン運動を表す．日米それぞれの安全利子率 (定数) を r_H, r_F，米国の安全資産を基準財とした際のリスク中立確率を Q，この下での標準ブラウン運動を W^{Q} とすれば，為替レート X は

$$X(t) = X(0)\exp\Big\{\Big(r_F - r_H - \frac{\sigma^2}{2}\Big)t + \sigma W^{\mathsf{Q}}(t)\Big\} \qquad \text{(USD/JPY)} \tag{2.1}$$

と展開できる．

時刻 t_a での予約者数 $\Psi(t_a)$ は

$$\Psi(t_a) = \theta(t_a)X(t_a)^{-\eta} \tag{2.2}$$

で定まるものとする．ただし，η は定数で $\eta > 0$ とする．このとき

$$\eta = -\frac{\partial \ln \Psi(t)}{\partial \ln X(t)} \tag{2.3}$$

が成り立つので，η は訪日外客数の為替弾力性を表す．すなわち，各時点において，仮に 1% 円安だった場合，訪日外客数は η% 多かったはずと考えられる．θ は需要に影響を与える確率的な変動である．

訪日外客は全員，訪日予定日の τ 前，例えば 3 か月前に予約を行い，キャンセルなく訪日するものとする．よって，予約時点を t_a，訪日時点を t_c とすると，$t_c = t_a + \tau$ であり，$\Psi(t_a)$ は t_a での予約者数かつ t_c での訪日者数を表す．

滞在期間は皆等しく，宿泊費は π 円で一定とし，チェックイン時 t_c に支払うものとする．

本稿で考える誘致策 (割引策) は，チェックイン時 t_c で支払う宿泊費 π 円のうち α $(= 100\alpha\%)$，すなわち $\alpha\pi$ 円相当額については，予約時 t_a $(= t_c - \tau)$ の為替レート $X(t_a)$ で換算した外貨 (ドル) での支払いを認めるというものである．つまり，$(1-\alpha)\pi$ 円は日本円で支払ってもらうが，残りは $\alpha\pi$ 円か $\alpha\pi X(t_a)$ ドルの好きな方を支払ってもらう．当然安い方を選択するだろうから，外客のチェックイン時 t_c での支払額は

$$(1-\alpha)\pi \text{ (JPY)} + \alpha\pi \min\{1 \text{ (JPY)},\ X(t_a) \text{ (USD)}\}$$

よって，訪日外客がチェックイン時 t_c に感じる支出，すなわちドル建て総支出は，

$$L^F(t_c) := (1-\alpha)\pi X(t_c) + \alpha\pi \min\{X(t_c), X(t_a)\} = \pi X(t_c) - \alpha\pi[X(t_c) - X(t_a)]^+ \qquad \text{(USD)} \tag{2.4}$$

以上のモデルに基づき，この割引策がホテルに収益増をもたらす確率を検討する．

3．分析 1

3.1．割引策の外客への効果

チェックイン時 t_c に支払う本来の宿泊費 π 円は，予約時 t_a で支払義務として確定する．この義務に伴うキャッシュフローは，満期 t_c，額面 1 円の割引外債 π 枚分の満期におけるペイオフに等しい．この割引外債の時刻 $t \in [t_a, t_c]$ における価値を $D^F(t)$ とすると，満期 t_c においては

$$D^F(t_c) = X(t_c) \qquad \text{(USD)} \tag{3.1}$$

である．また，時刻 t_a での予約客による時刻 $t \in [t_a, t_c]$ での評価額は

$$D^F(t) = X(t)\mathrm{e}^{-r_H(t_c - t)} \qquad (t_a \le t \le t_c) \qquad \text{(USD)} \tag{3.2}$$

と計算できる．

割引額の $\alpha\pi[X(t_c) - X(t_a)]^+$ は，満期 t_c，原資産 X，権利行使価格 $X(t_a)$ の円コール・ドルプット・オプション $\alpha\pi$ 枚分の満期におけるペイオフに等しい．このオプションの時刻 $t \in [t_a, t_c]$ における価値を $C^F(t)$ とすると，満期 t_c においては

$$C^F(t_c) = [X(t_c) - X(t_a)]^+ \qquad \text{(USD)} \tag{3.3}$$

である．また，時刻 t_a での予約客による時刻 $t \in [t_a, t_c)$ での評価額は

$$\begin{aligned} C^F(t) = {} & X(t)\mathrm{e}^{-r_H(t_c - t)}\mathcal{N}\Bigl(\delta_+\Bigl(t_c - t, \frac{X(t)}{X(t_a)}\Bigr)\Bigr) \\ & - X(t_a)\mathrm{e}^{-r_F(t_c - t)}\mathcal{N}\Bigl(\delta_-\Bigl(t_c - t, \frac{X(t)}{X(t_a)}\Bigr)\Bigr) \qquad (t_a \le t < t_c) \qquad \text{(USD)} \end{aligned} \tag{3.4}$$

と計算できる．ただし，$\delta_\pm$ は以下の関数である．

$$\delta_\pm(s,v) = \frac{1}{\sigma\sqrt{s}}\Big\{\ln v + \Big(r_F - r_H \pm \frac{\sigma^2}{2}\Big)s\Big\} \qquad (\text{複号同順}) \tag{3.5}$$

以上を踏まえると，外客のチェックイン時 t_c におけるドル建て総支出 (式 (2.4)) は,

$$L^F(t_c) = \pi X(t_c) - \alpha\pi[X(t_c) - X(t_a)]^+ = \pi D^F(t_c) - \alpha\pi C^F(t_c) \qquad (\text{USD}) \tag{3.6}$$

と書き換えられる．よって，割引策は予約客に対し，予約時 t_a でオプション C^F を $\alpha\pi$ 枚無償譲渡することに相当する．この決済と通常宿泊費 π 円の支払いをチェックイン時 t_c で求めることになる．

割引策により宿泊費 π 円のドル建て評価額は，$t \in [t_a, t_c]$ において $\pi D^F(t)$ ドルから $\pi D^F(t) - \alpha\pi C^F(t)$ ドルに下がる．倍率で考えれば,

$$\beta(t,\alpha) := \frac{\pi D^F(t) - \alpha\pi C^F(t)}{\pi D^F(t)} = 1 - \alpha\frac{C^F(t)}{D^F(t)} \qquad (t_a \le t \le t_c) \qquad (\text{倍})$$

倍に下がる．これは宿泊費が π 円のまま変わらず，為替レートが $X(t)$ から $\beta(t,\alpha)X(t)$ へ円安に変化した場合と同じ効果をもたらす．

よって式 (2.2) より，時刻 t_a での訪日予約者は $\Psi(t_a)$ 人から $\beta(t_a,\alpha)^{-\eta}\Psi(t_a)$ 人に，すなわち $\beta(t_a,\alpha)^{-\eta}$ 倍に増えると期待できる．更に $\alpha \in [0,1]$ に対し $\alpha C^F(t_a)/D^F(t_a) < 1$ が成り立つため，一般化二項定理より

$$\beta(t_a,\alpha)^{-\eta} = \Big(1 - \alpha\frac{C^F(t_a)}{D^F(t_a)}\Big)^{-\eta} = 1 + \eta\alpha\frac{C^F(t_a)}{D^F(t_a)} + o\Big(\alpha\frac{C^F(t_a)}{D^F(t_a)}\Big) \fallingdotseq 1 + \eta\alpha\frac{C^F(t_a)}{D^F(t_a)} \qquad (\text{倍}) \tag{3.7}$$

が成り立つと考えられる．

3.2. 割引策のホテルへの効果

チェックイン時 t_c における外客 1 人からのホテルの受取額は，式 (3.6) より

$$L^H(t_c) := \frac{L^F(t_c)}{X(t_c)} = \frac{\pi D^F(t_c) - \alpha\pi C^F(t_c)}{D^F(t_c)} = \pi\Big(1 - \alpha\frac{C^F(t_c)}{D^F(t_c)}\Big) =: \pi\nu(t_c,\alpha) \qquad (\text{JPY})$$

ここで

$$\nu(t_c,\alpha) := 1 - \alpha\frac{C^F(t_c)}{D^F(t_c)} \qquad (\text{倍}) \tag{3.8}$$

であり，客単価増加倍率を表す．明らかに $\nu(t_c,\alpha) \le 1$ となる．

時刻 $t_c\ (= t_a + \tau)$ における外客数は，割引策未実施なら $\Psi(t_a)$ 人，実施なら $\beta(t_a,\alpha)^{-\eta}\Psi(t_a)$ 人．よってホテルの受取総額は割引未実施なら $\pi\Psi(t_a)$ 円，実施なら $\pi\nu(t_c,\alpha)\beta(t_a,\alpha)^{-\eta}\Psi(t_a)$ 円．すなわち，割引策を実施した場合の時刻 t_c での受取総額は，未実施の場合に比べ,

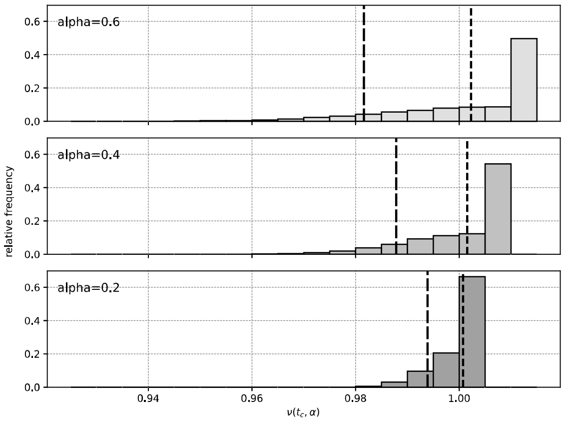
$$\lambda(t_c,\alpha) := \nu(t_c,\alpha)\beta(t_a,\alpha)^{-\eta} \qquad (\text{倍}) \tag{3.9}$$

倍になる．これが 1 を超える確率 $\mathsf{P}(\lambda(t_c,\alpha) > 1)$ が高いならば，割引策は実施する価値があると言えるだろう．

4. 数値計算

米国と日本のパラメータに基づき, 訪日米国人による円建て総収入増加倍率 $\lambda(t_c,\alpha)$ の分布 (図 4.1, $\alpha = 0.2$, 0.4, 0.6)，及び $\mathsf{P}(\lambda(t_c,\alpha) \ge 1)$ 等の値 (図 4.2, $\alpha = 0.1 \sim 0.7$) を計算した．

ただし，2020〜2022 年は COVID-19 の影響で海外との往来が厳しく規制されていたため，2019 年 12 月以前のデータを用いた．詳細は後述するが (第 5.2 節)，各パラメータは $r_H = -0.00060$ ($\fallingdotseq 0\%$)，$r_F = 0.020025$ ($\fallingdotseq 2\%$)，$\sigma = 0.07546$ となった*2．為替弾力性 η は式 (2.3) より，図 4.2 の為替レートを外貨建てに変更してから両対数グラフに変換し，回帰直線を求め，その傾きの符号を反転させればよい．結果，$\eta = 1.187$ であった．



※ 垂直線は (左)P($\nu > u_0$) = 0.9 を満たす u_0，及び (右) 平均値

図 4.1　$\lambda(t_c, \alpha)$ の分布

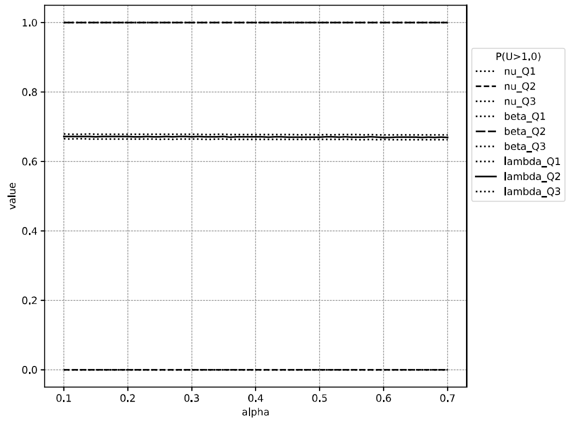


図 4.2　α ごとの，P($? > 1$) の値
($? = \nu$，$\beta^{-\eta}$，λ)

先に円建て総収入増加倍率 $\lambda(t_c, \alpha)$ の解釈を確認する．例えば $\lambda(t_c, \alpha) = 0.8$ なら，割引策導入により円建て総収入は導入前の 80% に下がり，割引策導入は経営上好ましくないことになる．

さて，外貨払い許容率 α が小さいほど外客への訴求力は弱いがホテル経営としてはリスクが小さく，逆に α が大きいほど訴求力は強く，リスクは大きくなると言えるだろう．これは図 4.1 から読み取れる．すなわち，α が大きいほど円建て総収入増加倍率 $\lambda(t_c, \alpha)$ のばらつきは大きく，割引策導入が大きな減収になる可能性もあれば，大きな増収になる可能性もある．

しかし，図 4.2 によれば，割引策導入が有益になる，すなわち $\lambda(t_c, \alpha) > 1$ となる確率は，α にほとんど関係ない (ほぼ水平線になる)．これは直感に反する結果と言えるだろう．この特徴は過去のモデルでも得られたもので，以降，この理論的背景を明らかにする．

5．分析 2

5.1．受取総額増加倍率 $\lambda(t_c, \alpha)$ の分析

指標 $\nu(t_c, \alpha)$，$\beta(t_a, \alpha)^{-\eta}$，$\lambda(t_c, \alpha)$ に関し，

$$Y = \frac{C^F(t_c)}{D^F(t_c)}, \qquad h = \frac{C^F(t_a)}{D^F(t_a)} \tag{5.1}$$

とおくと，それぞれ式 (3.8)，(3.7)，(3.9) より

$$\begin{cases} \nu(t_c, \alpha) = 1 - \alpha Y \\ \beta(t_a, \alpha)^{-\eta} \fallingdotseq 1 + \eta\alpha h \\ \lambda(t_c, \alpha) = \nu(t_c, \alpha)\beta(t_a, \alpha)^{-\eta} \fallingdotseq (1 - \alpha Y)(1 + \eta\alpha h) = 1 - \alpha Y + \eta\alpha h - \eta\alpha^2 hY \end{cases} \tag{5.2}$$

*2 金利 r_H と r_F は 18 年 1 月〜19 年 12 月の 24 か月の月末値平均．拡散係数 σ は 16 年 2 月〜18 年 1 月の月末値標準偏差，16 年 3 月〜18 年 2 月の月末値標準偏差，…，18 年 1 月〜19 年 12 月の月末値標準偏差の 24 数の平均値.

と表せる．よって，$\lambda(t_c,\alpha)$ の性質を知るには，まず Y と h を分析すればよい．

準備として，関数 b を次のように定める．

$$b(s)=\frac{\sqrt{s}}{\sigma}\Big(r_F-r_H-\frac{\sigma^2}{2}\Big) \tag{5.3}$$

このとき，明らかに次式が成り立つ．

$$b(\tau)=\frac{(r_F-r_H)\sqrt{\tau}}{\sigma}-\frac{\sigma\sqrt{\tau}}{2},\qquad b(\tau)+\sigma\sqrt{\tau}=\frac{(r_F-r_H)\sqrt{\tau}}{\sigma}+\frac{\sigma\sqrt{\tau}}{2} \tag{5.4}$$

補題 5.1. (1) Y は t_c と無関係な確率変数で，$Z\sim N(0,1^2)$ としたとき

$$Y=\frac{C^F(t_c)}{D^F(t_c)}\stackrel{d}{=}[1-\exp\{-\sigma\sqrt{\tau}(Z+b(\tau))\}]^+=(1-\mathrm{e}^{-\sigma\sqrt{\tau}(Z+b(\tau))})\mathit{1}_{\{Z\geq -b(\tau)\}}\in[0,1)\quad \text{a.s.} \tag{5.5}$$

が成り立ち，分布関数 G は以下となる ($\mathcal{N}$ は標準正規分布関数)．

$$G(y)=\mathcal{N}\Big(-\frac{\ln(1-y)}{\sigma\sqrt{\tau}}-b(\tau)\Big)\mathit{1}_{\{0\leq y<1\}}+\mathit{1}_{\{y\geq 1\}} \tag{5.6}$$

(2) h は t_a と無関係な定数で，次式が成り立つ．

$$h=\frac{C^F(t_a)}{D^F(t_a)}=\mathcal{N}(b(\tau)+\sigma\sqrt{\tau})-\mathrm{e}^{-(r_F-r_H)\tau}\mathcal{N}(b(\tau))\in[0,1) \tag{5.7}$$

証明 (1) 式 (3.1) と (3.3) より

$$Y=\frac{C^F(t_c)}{D^F(t_c)}=\frac{[X(t_c)-X(t_a)]^+}{X(t_c)}=\Big[1-\frac{X(t_a)}{X(t_c)}\Big]^+=\Big(1-\frac{X(t_a)}{X(t_c)}\Big)\mathit{1}_{\{X(t_c)\geq X(t_a)\}} \tag{5.8}$$

だが，式 (2.1)，及び $\tau=t_c-t_a$ より

$$\frac{X(t_a)}{X(t_c)}=\exp\Big\{-\Big(r_F-r_H-\frac{\sigma^2}{2}\Big)\tau-\sigma(W^{\mathsf{Q}}(t_c)-W^{\mathsf{Q}}(t_a))\Big\} \tag{5.9}$$

ここで $W^{\mathsf{Q}}(t_c)-W^{\mathsf{Q}}(t_a)\sim N(0,t_c-t_a)=N(0,\tau)$ であるから，$W^{\mathsf{Q}}(t_c)-W^{\mathsf{Q}}(t_a)\stackrel{d}{=}\sqrt{\tau}Z$．よって，

$$\frac{X(t_a)}{X(t_c)}\stackrel{d}{=}\exp\Big\{-\Big(r_F-r_H-\frac{\sigma^2}{2}\Big)\tau-\sigma\sqrt{\tau}Z\Big\}=\exp\{-\sigma\sqrt{\tau}(Z+b(\tau))\},\qquad Z\sim N(0,1^2) \tag{5.10}$$

また，式 (5.3) より $X(t_c)\geq X(t_a)$ と $Z\geq -b(\tau)$ は同値である．以上を式 (5.8) へ代入すれば，式 (5.5) が得られる．すなわち，Y は t_c とは無関係な確率変数である．

次に分布関数 G を考える．式 (5.5) における指数関数部の引数を U とおくと，$Z\sim N(0,1^2)$ より

$$U=-\sigma\sqrt{\tau}(Z+b(\tau))\sim N(-\sigma\sqrt{\tau}b(\tau),(-\sigma\sqrt{\tau})^2) \tag{5.11}$$

であるから，e^U はパラメータ $\widehat{m}:=-\sigma\sqrt{\tau}b(\tau)$，$\widehat{s}:=\sigma\sqrt{\tau}$ の対数正規分布に従う．この分布関数 F は，いわゆる普通の対数正規分布関数であるから，

$$F(x)=\mathsf{P}(\mathrm{e}^U\leq x)=\mathcal{N}\Big(\frac{\ln x-\widehat{m}}{\widehat{s}}\Big)=\mathcal{N}\Big(\frac{\ln x+\sigma\sqrt{\tau}b(\tau)}{\sigma\sqrt{\tau}}\Big)=\mathcal{N}\Big(\frac{\ln x}{\sigma\sqrt{\tau}}+b(\tau)\Big) \tag{5.12}$$

よって確率変数 $\widetilde{Y}:=1-\mathrm{e}^U$ に関し，$\widetilde{Y}<1$ a.s. であるから，$y\geq 1$ の場合は $\mathsf{P}(\widetilde{Y}\leq y)=1$ となり，$y<1$ の場合は，式 (5.12) より

$$\begin{aligned}\mathsf{P}(\widetilde{Y}\leq y)&=\mathsf{P}(\mathrm{e}^U\geq 1-y)=1-\mathsf{P}(\mathrm{e}^U<1-y)\\&=1-\mathcal{N}\Big(\frac{\ln(1-y)}{\sigma\sqrt{\tau}}+b(\tau)\Big)=\mathcal{N}\Big(-\frac{\ln(1-y)}{\sigma\sqrt{\tau}}-b(\tau)\Big)\qquad (y<1)\end{aligned}$$

となる．まとめると，$\widetilde{Y}$ の分布関数 $\widetilde{G}$ は

$$\widetilde{G}(y) = \mathsf{P}(\widetilde{Y} \leq y) = \begin{cases} \mathcal{N}\Big(-\dfrac{\ln(1-y)}{\sigma\sqrt{\tau}} - b(\tau)\Big) & (y < 1) \\ 1 & (y \geq 1) \end{cases} \tag{5.13}$$

最後に，$Y = [\widetilde{Y}]^+$ であるから，式 (5.13) より式 (5.6) を得る．

(2) 式 (3.2) と (3.4) より

$$\begin{aligned} C^F(t_a) &= X(t_a)\mathrm{e}^{-r_H(t_c-t_a)}\mathcal{N}\Big(\delta_+\Big(t_c-t_a, \frac{X(t_a)}{X(t_a)}\Big)\Big) - X(t_a)\mathrm{e}^{-r_F(t_c-t_a)}\mathcal{N}\Big(\delta_-\Big(t_c-t_a, \frac{X(t_a)}{X(t_a)}\Big)\Big) \\ &= X(t_a)\mathrm{e}^{-r_H\tau}\mathcal{N}(\delta_+(\tau,1)) - X(t_a)\mathrm{e}^{-r_F\tau}\mathcal{N}(\delta_-(\tau,1)) \\ D^F(t_a) &= X(t_a)\mathrm{e}^{-r_H(t_c-t_a)} = X(t_a)\mathrm{e}^{-r_H\tau} \end{aligned}$$

なので，

$$h = \frac{C^F(t_a)}{D^F(t_a)} = \frac{X(t_a)\mathrm{e}^{-r_H\tau}\mathcal{N}(\delta_+(\tau,1)) - X(t_a)\mathrm{e}^{-r_F\tau}\mathcal{N}(\delta_-(\tau,1))}{X(t_a)\mathrm{e}^{-r_H\tau}} = \mathcal{N}(\delta_+(\tau,1)) - \mathrm{e}^{-(r_F-r_H)}\mathcal{N}(\delta_-(\tau,1))$$

ここに式 (3.5) と (5.3) より $\delta_+(\tau,1) = b(\tau) + \sigma\sqrt{\tau}$，$\delta_-(\tau,1) = b(\tau)$ となることを加味すれば，式 (5.7) を得る．よって，h は t_a と無関係である．

最後に，常に $0 \leq C^F(t)/D^F(t) < 1$ が成立するため，$h \in [0,1)$ も成り立つ． ∎

5.2. Y や h が現実的に取り得る範囲

訪日客がそれなりにいて，変動相場制を採用している主な国や地域についての金利や為替ボラティリティ (拡散係数) を，図 5.1 と 5.2 にまとめる．

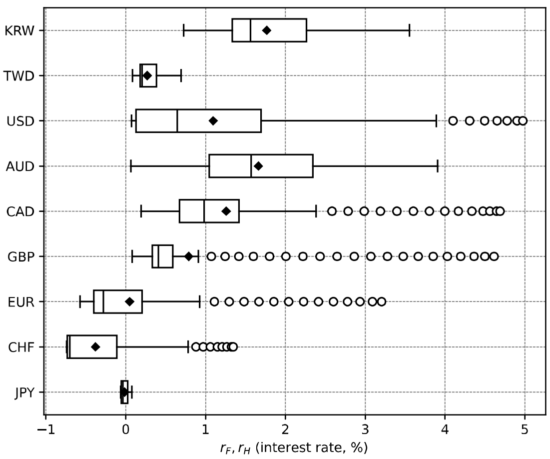


図 5.1　各通貨の金利

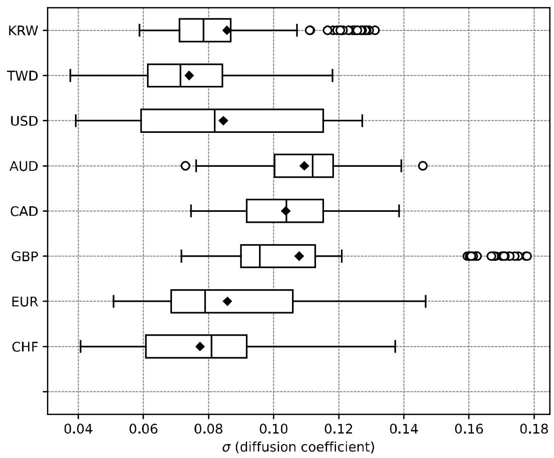


図 5.2　各通貨の為替ボラティリティ (拡散係数)

金利部の算出方法は，まず終点を 24 年 9 月，始点を 22 年 10 月とした 24 か月について月末値平均を計算する．これを 1 か月ずつ前にずらしながら終点が 14 年 1 月となるまで繰り返す．すなわち，129 個の 24 か月移動平均を求める．これらの分布が図 5.1 である．

拡散係数については，まず終点を 24 年 9 月，始点を 22 年 10 月とした 24 か月を用い，月末値の不偏標準偏差を計算する．これを 1 か月ずつ前にずらしながら作った標準偏差 (移動標準偏差) の列に対し，24 年 9 月から 14 年 1 月までの各月を終端とする 129 個の 24 か月移動平均を求める．これらの分布が図 5.2 である．

図 5.1 や 5.2 より，大雑把に捉えれば

$$r_F - r_H \in [-3\%, 3\%] = [-0.03, 0.03] \text{ くらい}, \qquad \sigma \in [0.06, 0.12] \text{ くらい} \tag{5.14}$$

と見てよい．このとき，$\tau = 0.25$ (= 3か月) とすると，

$$\sigma\sqrt{\tau} \in [0.06 \times 0.5, 0.12 \times 0.5] = [0.03, 0.06] \text{ くらい} \tag{5.15}$$

また，$b(\tau)$ については，式 (5.3) より

$$b(\tau) = \Big(\frac{r_F - r_H}{\sigma} - \frac{\sigma}{2}\Big)\tau$$

なので，σ 一定の下では $r_F - r_H$ が大きいほど大きい．$r_F - r_H$ 一定の下では，$r_F - r_H < 0$ なら σ が大きいほど大きく，$r_F - r_H > 0$ なら σ が小さいほど大きい．よって，$r_F - r_H$ や σ を上記の範囲で考えるなら，$b(\tau)$ は $(r_F - r_H, \sigma) = (-0.03, 0.06)$ で最小値，$(0.03, 0.06)$ で最大値を取る．すなわち，

$$b(\tau) \in \Big[\frac{0.5}{0.06}\Big(-0.03 - \frac{0.06^2}{2}\Big), \frac{0.5}{0.06}\Big(0.03 - \frac{0.06^2}{2}\Big)\Big] = [-0.265, 0.235] \text{ くらい}$$

以上を踏まえ，まず Y が現実的に取り得る範囲を考える．式 (5.6) より，

$$\mathsf{P}(Y \leq y) = 0.99 \qquad \leftrightarrow \qquad -\frac{\ln(1-y)}{\sigma\sqrt{\tau}} - b(\tau) = 2.326 \quad \wedge \quad 0 \leq y < 1 \tag{5.16}$$

だが，この右辺第 1 項を満たす y，すなわち $y = 1 - \exp\{-\sigma\sqrt{\tau}(b(\tau) + 2.326)\}$ の値は，上記の議論より凡そ

$$\begin{aligned} 0.05996 &\doteqdot 1 - \exp\{-0.03 \times (-0.265 + 2.326)\} \\ &\leq 1 - \exp\{-\sigma\sqrt{\tau}(b(\tau) + 2.326)\} \ (= y) \\ &\leq 1 - \exp\{-0.06 \times (0.235 + 2.326)\} \doteqdot 0.14244 \end{aligned} \tag{5.17}$$

を満たすと考えられる．つまり，$0 \leq y < 1$ が成り立つとしてよい．よって，式 (5.16) と (5.17) より更に余裕を見ても，訪日客が多い国に関しては 99% を上回る確率で $Y \leq 0.2$ が成り立つと考えてよかろう．

次に h が現実的に取り得る範囲を考える．$\tau = 0.25$ (= 3か月) の場合，式 (5.14) より

$$-(r_F - r_H)\tau \in [-0.0075, 0.0075] \text{ くらい}$$

なので，$\mathrm{e}^{-(r_F - r_H)\tau} \doteqdot 1$ と考えてよい．よって，式 (5.7) と (5.4) より

$$h \doteqdot \mathcal{N}(b(\tau) + \sigma\sqrt{\tau}) - \mathcal{N}(b(\tau)) = \mathcal{N}\Big(\frac{(r_F - r_H)\sqrt{\tau}}{\sigma} + \frac{\sigma\sqrt{\tau}}{2}\Big) - \mathcal{N}\Big(\frac{(r_F - r_H)\sqrt{\tau}}{\sigma} - \frac{\sigma\sqrt{\tau}}{2}\Big) \tag{5.18}$$

ところで，n を標準正規密度関数とすると，一般に $\epsilon \ll 1$ のとき，

$$\mathcal{N}\Big(x + \frac{\epsilon}{2}\Big) - \mathcal{N}\Big(x - \frac{\epsilon}{2}\Big) = \int_{x-\epsilon/2}^{x+\epsilon/2} n(u)\mathrm{d}u \doteqdot n(x)\epsilon \leq n(0)\epsilon \qquad (0 < \epsilon \ll 1) \tag{5.19}$$

式 (5.14) より $(r_F - r_H)\sqrt{\tau}/\sigma$ は 0 も取り得ること，及び式 (5.15) を式 (5.18)，(5.19) に加味すれば，

$$h \doteqdot n\Big(\frac{(r_F - r_H)\sqrt{\tau}}{\sigma}\Big) \times \sigma\sqrt{\tau} \leq n(0) \times 0.06 \doteqdot 0.4 \times 0.06 = 0.024 \tag{5.20}$$

近似誤差や余裕を考慮しても，一般的に $h \leq 0.03$ が成り立つとしていいだろう．

先述のパラメータに基づいた場合，米国については $\sigma\sqrt{\tau} = 0.03773$，$b(\tau) = 0.01178$ で，$\mathsf{P}(Y \leq y) = 0.99$ となる y は $y = 0.08809$ であった．台湾についても計算したところ，$r_F = 0.001850$ ($\doteqdot 0.2\%$)，$\sigma = 0.06709$，$\eta = 1.743$，$\sigma\sqrt{\tau} = 0.03355$，$b(\tau) = 0.001487$ であり，$\mathsf{P}(Y \leq y) = 0.99$ となる y は $y = 0.07512$ となった．

どちらも 0.2 より十分に小さい．すなわち，どちらも $Y \leq 0.2$ がほぼ確実に成り立つと考えられる．また，h については米国が 0.0242，台湾が 0.0212 となり，どちらも 0.03 より小さい．

以上より，訪日観光客が多い国や地域について，ほぼ確実に $0 \leq Y \leq 0.2$ かつ $0 \leq h \leq 0.03$ が成り立つ．外貨払い許容率 α は，モデル上は $0 \leq \alpha \leq 1$ だが，実際に運用するとしたら $\alpha \leq 0.5$，高くても $\alpha \leq 0.7$ くらいだろうと思われる．これらを踏まえると，通常は

$$\eta\alpha^2 hY \ll \min\{\alpha Y,\ \eta\alpha h\}$$

が成り立つと考えてよい．すなわち，式 (5.2) の $\lambda(t_c, \alpha) \fallingdotseq 1 - \alpha Y + \eta\alpha h - \eta\alpha^2 hY$ について，右辺最終項の $\eta\alpha^2 hY$ は前 3 項に比べて非常に小さい．よって，実際の多くの場面で

$$\begin{aligned} \mathsf{P}(\lambda(t_c, \alpha) > 1) &= \mathsf{P}(1 - \{\alpha Y - \eta\alpha h + \eta\alpha^2 hY\} > 1) = \mathsf{P}(\alpha Y - \eta\alpha h + \eta\alpha^2 hY < 0) \\ &\fallingdotseq \mathsf{P}(\alpha Y - \eta\alpha h < 0) = \mathsf{P}(Y < \eta h) \end{aligned} \tag{5.21}$$

が成り立つ．

以上が，様々な国や地域の「$\lambda(t_c, \alpha)$ が 1 を超える確率」が外貨払い許容率 α にほとんど影響を受けなかった理由だと考えられる．

6. おわりに

本稿では齋藤 [4, 5, 7] で扱ったモデル，すなわち為替レートに連動したクーポンの贈与で外国人観光客の誘致を狙うモデルに共通して見られた反直感的な特徴の原因究明を試みた．その特徴とは，ホテルの円建て総収入を誘致策導入前後で比較した倍率 $\lambda(t_c, \alpha)$ が 1 を超える確率が，外貨払い許容率 α の大小にほとんど影響を受けないというものである．外貨払い許容率 α が大きいほどホテル経営への影響は大きいのだから，この特徴には違和感があるであろう．

本稿では本質を外さない程度にクーポンの設定を簡単化したことにより，原因が究明できた．その原因とは，式 (5.1) で定めた Y と h，すなわちチェックイン時 t_c と予約時 t_a それぞれにおける通貨オプション価値 C^F の割引外債価格 D^F に対する比の積が，現実的に考え得る金利や為替拡散係数の下では非常に小さいため，というものである．

経済的な意味はよく分からない．注目すべき「1 を超える確率」に影響を与える要素について，偶然上記の特徴が顕現しただけとも思える．実際，「1」ではなく「0.99」や「1.01」に変更しただけで，件の確率は α の影響を受ける (図 6.1，6.2)．

今後の発展の方向として，ホテルの繁閑 (空き部屋数) に応じて α を自動的に決めるモデル，訪日外客数の為替弾力性 η を負値も取り得る確率過程とするモデルなどが考えられる．

後者に関し，平成 30 年版観光白書 [2, p.23] において，旅行目的地としての日本の選定に際して為替レートの影響は限定的と指摘されている．実際，訪日外客が多い国・地域については為替弾力性 η が正であることが多く，為替レートを見て訪日旅行を考える層が一定程度いると考えられるのだが，訪日外客が少ない国・地域の為替弾力性 η は負値になることが近年増えている．これらの地域の居住者への訪日旅行アピール策を考える準備として，$\eta < 0$ が起こり得るモデルが役立つのではないだろうか．

更に近年では特定の地域について，訪日旅行者数が増えすぎて住民生活に支障が出る「オーバーツーリズム」も問題になっている．これを解決するため，訪問地を分散させられるようなモデルも検討したい．

参考文献

[1] Garman, Mark B. & Kohlhagen, Steven W. (1983) “Foreign currency option values”, Journal of International Money and Finance, 2 (3), p. 231–237.

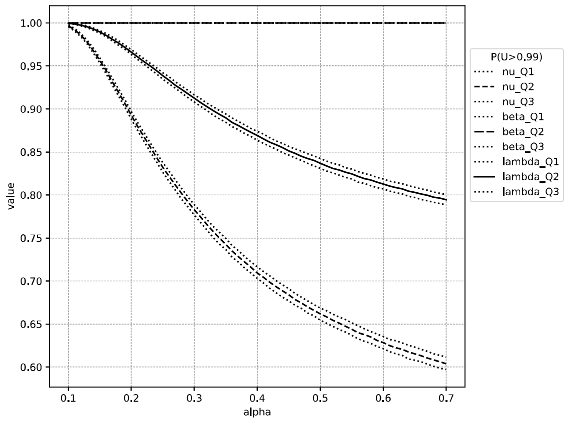


図 6.1　α ごとの，P($? > 0.99$) の値
($? = \nu$, $\beta^{-\eta}$, λ)

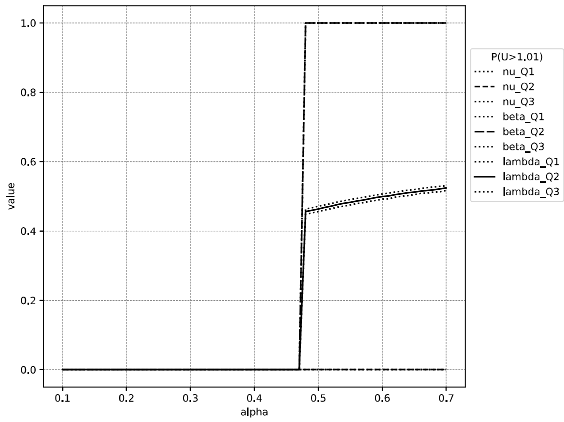


図 6.2　α ごとの，P($? > 1.01$) の値
($? = \nu$, $\beta^{-\eta}$, λ)

[2] 観光庁 (2018)『観光白書 (平成 30 年版)』，政府刊行物センター.

[3] ——— (2024)『観光白書 (令和 6 年版)』，政府刊行物センター.

[4] 齋藤毅 (2018)「複数通貨圏からの訪日外国人観光客に対する外国為替リスク低減策」，数理解析研究所講究録，(2078)，p.229–235.

[5] ——— (2019)「外国為替レートを利用したインバウンド観光活用策」，数理解析研究所講究録，(2126)，p.146–155.

[6] ——— (2020)「外国人観光客誘致による観光施設経営安定化策」，数理解析研究所講究録，(2158)，p. 未定 (13 ページ).

[7] ——— (2023)「為替レートを利用した観光施設の経営リスク回避策」，数理解析研究所講究録，(2242)，p.39–51.

[8] JTB 総合研究所「観光統計」，URL：`http://www.tourism.jp/statistics/`（参照：2024-11-03).

[9] 日本政府観光局 (JNTO)「訪日外客数の動向」，URL：`https://www.jnto.go.jp/jpn/statistics/visitor_trends/index.html`（参照：2024-11-03).

[10] 星野愛・中曽根陽子 (2011)『はじめての海外旅行　安心お出かけガイド』，メイツ出版.

[11] 森井ユカ (2013)『旅立つまでのガイドブック』，メディアファクトリー.