

# マルコフ流動モデルにおける避難者最適ルート問題 について

On a Study of Optimal Route for Refugees in Markov  
Fluid Model

長崎総合科学大学・総合情報学部 王 琦

神奈川大学・理学部 堀口正之

上智大学・経済学部 來島愛子

京都大学大学院工学研究科建築学専攻 張 景耀

内モンゴル師範大学・数学科学学院 楊布和額爾敦

Q.Wang M.Horiguchi A.Kurushima J.Y. Zhang B.H.Yang

Faculty of Applied Information Technology,

Nagasaki Institute of Applied Science

Department of Mathematics, Faculty of Science, Kanagawa University

Department of Economics, Faculty of Economics, Sophia University

Dept. of Architecture and Architectural Engineering, Kyoto University

School of Economics and Management,

Inner MonGolia University of Technology

## 1 はじめに

災害時における避難計画は、迅速かつ安全な避難を実現するための重要な課題である。特に、避難経路上で発生する渋滞やボトルネックは、避難完了時間に大きな影響を及ぼすことから、これらを適切に考慮した計画の策定が求められる。このため、個人の流動状況を把握することは、避難行動の分析および予測において不可欠である。リアルタイムデータが入手できない場合、既往のデータに基づく予測が一般的な研究手法として用いられている。

データ収集の方法として、近年では国土交通省が実施するパーソントリップ (Person Trip) 調査に代表される交通調査が挙げられる。同調査は、これまでに 65 都市圏で累計 151 回実施されており、交通行動に関する詳細なデータが得られている [10]。また、アンケート

形式の行動調査を通じて、個々の交通行動データを収集する方法も存在する。一方、ICT技術の進展に伴い、GPS、携帯電話、PHSなどの移動通信技術を活用した位置情報取得サービスが広がり、特定の場所周辺の情報を効率的に取得することが可能となっている。以上の収集方法により、個人の流動状況を把握したうえで、施設の配置や交通行動、防災活動において、数多く研究されてきた。

過去の研究として、佐佐木ら（1968）は、会場内の観客流動の安全性および円滑化を図る目的で、入場者を対象とした調査を行い、観客流動を確率的に考察した。この研究では、会場入口を発生状態、出口を吸収状態としてモデル化し、各展示場を通過する人員数を算出した。また、朝倉ら（2000）は、移動体通信システムにおける位置特定機能を活用した交通行動調査の可能性について議論している。さらに、若生ら（2014）は東日本大震災に着目し、震災の半年以上前から収集されたGPSデータを用いて、震災時の人々の行動を移動経路選択の観点から分析した結果、震災後の帰宅経路を約7割の精度で推定できることを示した。しかし、移動経路上で発生する渋滞についての研究が少なかった。

本研究では、個人の選択行動モデルを用いて、個人の流動量や集計モデル化の方向性を探ることを目的とする。王ら（2023）は、吸収マルコフ連鎖モデルが避難誘導のシナリオ分析において有効な手法となりうる可能性を示唆している。本研究では、この成果を踏まえ、吸収マルコフ連鎖モデルを活用したマイクロシミュレーションにより、避難問題において、避難経路上での想定される避難渋滞箇所の特定や避難効率の向上を試みる。

## 2 吸収マルコフ連鎖モデル

はじめてある状態に到達するまでの時間や、決められた状態のうちにどの状態に先に到達するかのような確率的なネットワークに関する問題を解析するときに、よく利用される吸収マルコフ連鎖について簡単に説明しておこう。状態集合を  $S_i \in S, i = 1, 2, \dots, m$ , そのうち吸収状態を  $S_A = \{S_1, S_2, \dots, S_{m-r}\}$ , 過渡状態を  $S_T = \{S_{m-r+1}, \dots, S_m\}$  とすると、各状態間の推移確率を次のような推移確率行列で表す。

$$\mathbf{P} = \begin{matrix} & S_A & S_T \\ \begin{matrix} S_A \\ S_T \end{matrix} & \left[ \begin{array}{cc} \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ \mathbf{R} & \mathbf{Q} \end{array} \right] \end{matrix} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{I}$  は吸収状態を示し、 $(m-r) \times (m-r)$  の単位行列である。 $\mathbf{O}$  は  $(m-r) \times r$  の零行列、 $\mathbf{Q}$  は  $r \times r$  の正方行列で非吸収状態相互の推移確率を表している。吸収マルコ

フ連鎖の性質として、推移確率行列  $\mathbf{P}$  は下記のような関係がある。

$$\mathbf{P}^n = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ \mathbf{R}_n & \mathbf{Q}^n \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{Q}^n$ は行列  $\mathbf{Q}$  の  $n$  乗、 $\mathbf{R}_n$  は  $\mathbf{R}_n = (\mathbf{I} + \mathbf{Q} + \cdots + \mathbf{Q}^{n-1})\mathbf{R}$  である。 $n \rightarrow \infty$  のとき、 $\mathbf{R}_n \rightarrow (\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1}\mathbf{R}$  である（詳細は [6] を参照されたい）。

吸収マルコフ連鎖では吸収確率、平均訪問回数、平均吸収時間三つの特性量が計算できるから、各分野に活用されている。それらの特性量を計算するため、下記基本行列（Fundamental Matrix）が必要である。

$$\mathbf{N} = (\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1} \quad (3)$$

ただし、基本行列  $\mathbf{N}$  の要素  $n_{ij}$ ,  $i, j = m - r + 1, \dots, m$  は状態  $S_i$  を出発したときに、吸収されるまで過渡状態  $S_j$  に訪問される期待回数（平均訪問回数）である。過渡状態  $S_T$  からそれぞれ  $\mathbf{U} = \{U_{m-r+1}, \dots, U_m\}$  になる交通量が発生すれば、

$$\mathbf{U}\mathbf{N} = \mathbf{U}(\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1} \quad (4)$$

が各地点を通る交通量を与える [4]。過渡状態  $S_T$  から吸収されるまでの平均吸収時間を

$$\mathbf{t} = \mathbf{N}\iota \quad (5)$$

で計算できる。ただし、 $\iota$  は要素がすべて 1 である列ベクトルである。ベクトル  $\mathbf{t}$  は諸々の過渡状態から吸収状態に至るまでに要する平均時間とみなす。

### 3 マルコフ流動モデルにおける経路問題

本稿では Wang et al.(2021) のモデルを図 1 のような吸収マルコフ連鎖モデルとみなす。状態集合  $S = \{0, 1, \dots, 10\} \cup \{(1, 1)\}$  のうち、出口 10（もしくは (2,3)）は吸収状態、黒いマス (1,1) はアクセス不可能の障害領域、それ以外は過渡状態である。初期設定した各状態にいるエージェントは確率的に過渡状態間を推移しつつ、出口を目指して移動する。

	0	1	2	3	
0	0	1	3	5	
1	2		6	8	
2	4	7	9	10	

■ 出口（吸収状態）  
■ 障害領域

図 1 マルコフ流動モデル

遷移図は図 2 で与えられるとき、過渡状態  $S_T = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 、吸収状態  $S_A = \{10\}$  であり、推移確率行列は図 3 で表す。また、図 3 にある推移確率行列  $\mathbf{P}$  において、対応するそれぞれの小行列を  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{O}, \mathbf{I}$  と置く。

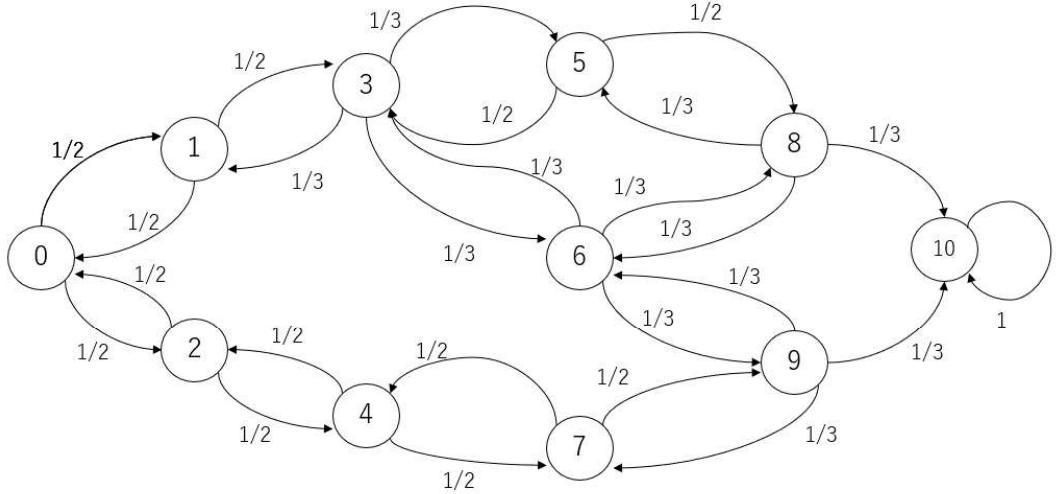


図 2 遷移図

	(0,0)	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(1,0)	(1,2)	(1,3)	(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	
(0,0)	0	1/2	0	0	1/2	0	0	0	0	0	0	0
(0,1)	1/2	0	0	0	1/2	0	0	0	0	0	0	0
(0,2)	0	1/3	0	1/3	0	1/3	0	0	0	0	0	0
(0,3)	0	0	1/2	0	0	0	1/2	0	0	0	0	0
(1,0)	1/2	0	0	0	0	0	0	1/2	0	0	0	0
(1,2)	0	0	1/3	0	0	0	1/3	0	0	0	1/3	R
(1,3)	0	0	0	1/3	0	1/3	0	0	0	0	0	1/3
(2,0)	0	0	0	0	1/2	0	0	0	1/2	0	0	0
(2,1)	0	0	0	0	0	0	0	1/2	0	1/2	0	0
(2,2)	0	0	0	0	0	1/3	0	0	1/3	0	0	1/3
(2,3)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	I

図 3 推移確率行列

Wang et al.(2021) では一人のエージェントについて考えているが、本研究では個々のエージェントの流動状況を把握するため、すべての過渡状態にいるマルチエージェントの初期値を 100 で設定する。式 (4) により各地点を通る交通量は図 4 で与えられる。ここで、式 (5) で求めた平均吸収時間は平均到達時間とみなし、図 5 で表す。

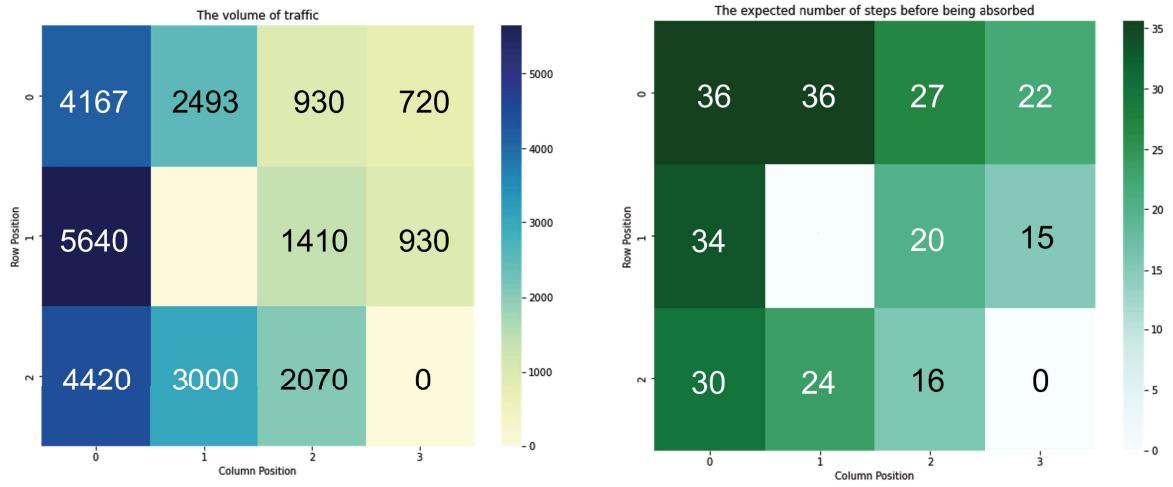


図 4 交通量

図 5 平均到達時間

## 4 マイクロシミュレーション

前節の交通量の計算結果(図4)より、交通量が多い地点の順番は(1,0), (0,0), (2,0), 平均到達時間(図5)の最大値は $\max\{t_i, i \in S_T\}=36$ である。マルチエージェントの流動状況を把握するため、本節ではマイクロシミュレーションを行い、得られた結果は理論的な結果と比較する。前節と同様な初期化し、マルチエージェントの移動を時刻ごとに記録し、マイクロシミュレーションを10回行った結果を集計する。特に平均到達時間(図5)の最大値 $T=36$ のとき、マルチエージェントが到達した位置の分布をヒートマップ(図6)で表示する。これにより、特定の地点にエージェントが多く集まる傾向を視覚化する。また、はじめてすべての地点に初期値100以下になるのは時刻 $T=48$ であり、この時の分布を図7で表す。逃げ遅れるエージェントが多く集まる地点を視覚化する。図4～図7のどちらのヒートマップにおいても、(1,0)にいるエージェントが多いことが分かった。

マルチエージェントにおける経路コスト(距離や時間など)の認知が確率的であると仮定する。ここで、経路の距離が短いほど確率が高くなると考えられる。この仮定のもと、推移確率行列を図8に示すように設定した場合、マルチエージェントの初期状態は前節と同様に設定することとする。この結果として、交通量および平均到達時間は、それぞれ図9および図10に示される。

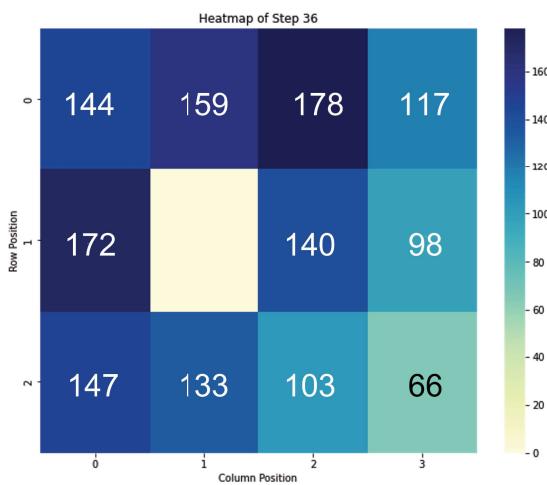


図 6  $T = 36$  のときの分布図

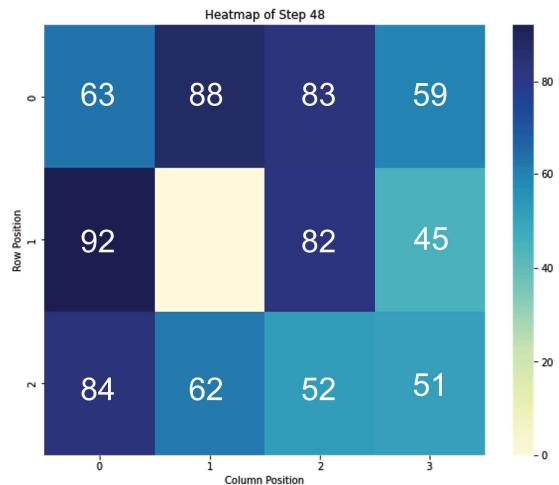


図 7 100 以下になるときの分布図

(0,0)	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(1,0)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)
(0,0)	0	1/2	0	0	1/2	0	0	0	0	0	0
(0,1)	2/5	0	0	0	3/5	0	0	0	0	0	0
(0,2)	0	1/5	0	1/5	0	3/5	0	0	0	0	0
(0,3)	0	0	2/5	0	0	0	3/5	0	0	0	0
(1,0)	2/5	0	0	0	0	0	0	3/5	0	0	0
(1,1)	0	0	1/5	0	0	0	2/5	0	0	2/5	0
(1,2)	0	0	0	1/5	0	1/5	0	0	0	0	3/5
(1,3)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(2,0)	0	0	0	0	2/5	0	0	0	3/5	0	0
(2,1)	0	0	0	0	0	0	0	2/5	0	3/5	0
(2,2)	0	0	0	0	0	1/5	0	0	1/5	0	3/5
(2,3)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

図 8 情報ありの場合の推移確率行列

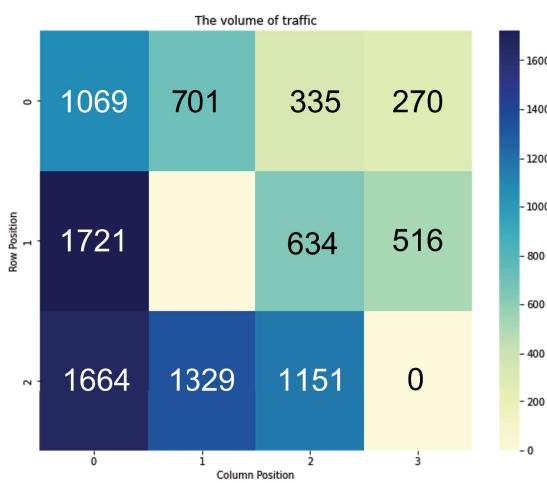


図 9 情報ありの場合の交通量

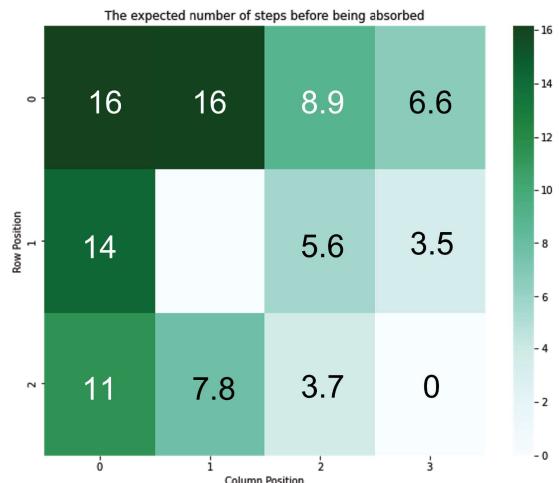


図 10 情報ありの場合の平均到達時間

再びマイクロシミュレーションを行い、マルチエージェントの流動状況を集計する。図 10 より理論計算の平均到達時間の最大値  $\max\{t_i, i \in S_T\} = 16$  であり、このとき、マルチエージェントが到達した位置の分布を図 11 に示す。また、時刻  $T = 20$  のときに、はじめてすべての状態にいるマルチエージェント数は 100 以下になっている。

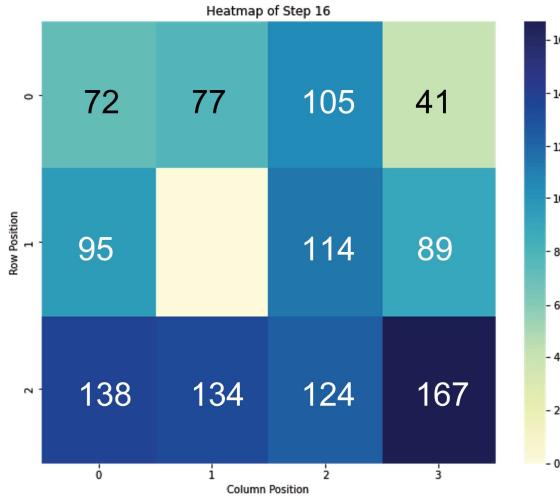


図 11  $T = 16$  のときの分布図

経路コストの認知によって、推移確率行列は変化し、勿論交通量と平均到達時間にも変化する。事前にこの変化を予測できれば、渋滞箇所の特定、避難効率を向上することが可能である。

## 5 おわりに

本研究では、避難問題においてマルコフ流動モデルを構築し、渋滞が発生しやすい地点の分析を行うとともに、避難誘導への適用可能性を検討した。マイクロシミュレーションを用いることで、特定の地点にエージェントが集中する時間帯や滞在状況を把握することが可能となった。また、理論計算による平均到達時間にとどまらず、各ステップごとの到達時間を詳細に確認することもできた。さらに、周囲の情報に基づく意思決定の推移確率を推定することで、より円滑な避難が可能であることが示唆された。

一方で、本研究で実施したマイクロシミュレーションでは、マルチエージェント間の相互作用や混雑の影響を考慮していない。今後は、これらの要素を考慮したモデルの構築および分析が必要である。また、異なるグリッド構成や現実的なマップ、施設のレイアウトを用いた避難ルート分析を行い、マルコフ流動モデルを基に施設レイアウトの最適化や避難誘導設計への応用可能性をさらに検討することが求められる。

## 謝辞

本研究は JSPS 科研費 23K04281 の助成を受けたものである。

## 参考文献

- [1] 朝倉康夫, 羽藤英二, 大藤武彦, 田名部淳, PHS による位置情報を用いた交通行動調査手法, 土木学会論文集, 2000, 653, 95-104.
- [2] 大崎純, マルコフ連鎖モデルと遺伝的アルゴリズムによる施設配置最適化, 日本建築学会計画系論文集, 1998, 510, 251-258.
- [3] 王琦, 來島愛子, 堀口正之, 推移確率行列の区間型推定アルゴリズムの改良について, 数理解析研究所講究録, 2024, 2274: 196-207.
- [4] 佐佐木綱, 松井寛, 会場内の観客流動モデル, 土木学会論文集, 1968, 159, 90-95.
- [5] 北川敏男: マルコフ過程, 情報科学講座, A.5.1, 共立出版, 1966
- [6] 森村英典, 高橋幸雄: マルコフ解析, 日科技連出版社, 1979
- [7] S. Russell and P. Norvig, Artificial Intelligence: A Modern Approach, 3rd ed, Upper Saddle River, NJ:Prentice Hall, 2010.
- [8] 若生凌, 関本義秀, 金杉洋, 柴崎亮介, GPS データを用いた東日本大震災における人々の経路選択行動分析, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), 2014, 70(5), I681-I688.
- [9] Q. Wang, M. Kageyama, J.Y. Zhang, New evaluation criteria in the Markov decision processes, Journal of Statistics and Management Systems, 2021, 24(3), 625-632.
- [10] 国土交通省都市交通調査・都市計画調査パーソナルトリップ調査 (閲覧日: 2025.1.6)  
[https://www.mlit.go.jp/toshi/tosiko/toshi\\_tosiko\\_tk\\_000031.html](https://www.mlit.go.jp/toshi/tosiko/toshi_tosiko_tk_000031.html)