需要関数の推定は思いのほか難しい

金澤雄一郎 [*†]
神奈川大学特任教授
国際基督教大学特任教授
奈良先端科学技術大学院大学客員教授

Abstract

与えられたデータを解析する場合、そのデータがどのように生成されてきたかについて注意を払う必要があります。あるタイプのデータは入力と出力が観測され、入力と出力の間のブラックボックスの構造をデータの解析によって明らかにすることが求められます。他方で少なくとも二つ以上の相異なる作用がせめぎ合った結果として観測される均衡点の情報を手がかりに、その均衡点の近傍の反実仮想の情報を抽出することを求められる場合もあります。ミクロ経済学分野の実証産業組織論やマーケティング・サイエンスに例をとり、本稿では後者のタイプのデータである均衡数量と均衡価格が与えられている場合に、どのような周辺知識や洞察が求められているかを、簡単な離散選択モデルを用いてその全体像が見渡せるようグラフィックスを多用して解説することを目的とします。反実仮想の例として、生産者が提供する製品やサービスの価格を少し変化させた場合、すなわち現実に起こっていない製品やサービスの価格が実現された場合に、その製品やサービスの需要の変化を要約する需要関数の推定問題を取り上げます。

一般常識としてある製品やサービスの価格が上がれば、その製品やサービスの需要は落ちることは明らかですが、減った分の需要は、自社の他製品やサービスに流れる場合もあれば、同業他社の同種類の製品やサービスに流れる場合もあり、結果として自社の利益最大化にはつながらない可能性は否定できません。またそのような値上げに対して同業他社が製品やサービスの価格を追随値上げするか、据え置くか、取引先の小売業者が、卸売価格の値上げに応じるか、またその小売業者が卸売価格の値上げに応じたとしても、値上げ分をどのように小売価格に反映させるかなど市場における各エージェントの戦略的な動きは、その製品やサービスの市場が競争的なのか寡占状態にあるかに依存します。

しかも供給サイドがどの価格でどの程度の製品やサービスの出荷をするつもりなのかという供給曲線の情報は秘匿され入手不可能であるため、供給曲線との交点である均衡価格と均衡数量を用いて需要関数を偏りなく推定できるかどうか疑問符がつきます。このような状況のなかで、均衡点の近傍にある反実仮想の情報を抽出する方法として操作変数法の考え方について本稿では焦点をあてます。

*yukanazawa@icu.ac.jp;yuichiro.kanazawa@cdg.naist.jp

†The author's work was supported partially by the Japan Society for the Promotion of Science under the Grant-in-Aid for Scientific Research (B) 15H03333 and (C) 20K01595, (C) 24K0482, by the Research Institute for Mathematical Sciences, an International Joint Usage/Research Center located in Kyoto University, and by the Joint Research Program 24K0482, 024RP201, 011RP2020, 047RP2022, and 041RP2023 through Joint Support-Center for Data Science Research (ROIS-DS).

1　導入

あなたがあるビール会社のマーケティング担当者で、担当する商品やサービスの価格を値上げしようか考えているとしましょう。あるいは、ある国の市場に新たなブランドのビールを投入したり、あるいは新たなサービスの導入を考えているとしましょう。「商品やサービスの価格を値上げをする」という決定はそのままでは行動可能な意思決定ではありません。このような場合、ビール１瓶、１缶、あるいは１ケースあたりいくら小売価格上げるかについての情報が伴ってはじめて行動可能な意思決定と呼ぶことができます。そのためにはいわゆる需要関数を推定しなければなりません。

販売価格を上げる目的はあるブランドのビールの利益を最大化するのが当面の目的でしょうが、ほとんどの製品で価格を上げれば、需要量は一般に落ちますから、当該ブランドのビールからの利益は減る可能性があります。ただしその会社がそれ以外の複数のブランドのビールを製造しているとしたら、同社の他のビールブランドの需要が増えるという形で値上げされたブランドのビールの需要が補われ、結果として同社の利益が最大化される可能性もあります。

しかしながら価格を上げることによって減ったあなたの担当するビールブランドの需要が他社のビールの需要増加につながる可能性も大いにあります。もしそうであれば、あなたがあるブランドのビールを値上げすることによって、同業他社のビールの利益が最大化する可能性だって考えることができます。つまりマーケティング担当者にとって、あるブランドのビールの価格上昇が他のブランドのビールの需要にどのような影響をもたらすかついての消費者行動の理解が欠かせません。

さらにあるブランドのビールの価格上昇を受けて、競合ブランドのビールのマーケティング担当者は価格を据え置きする戦略をとるかもしれません。それによって自社ブランドのビールの需要量を増やし、ひいては自社の売り上げ上昇と利益最大化を目指すこともできるかもしれません。またあるブランドのビールの価格上昇を受けて、マーケットシェアの維持のために競合ブランドのビールが追随値上げを行うという状況も十分想定されます、そうなるとビールなどの嗜好品に使える家計予算を全体として圧迫しかねませんから、家計所得が増加しない限り、ビール一般の需要量は減少する可能性すらあります。

ある市場に新製品の投入や新サービスを導入する件に関しても、すでに確立された市場であるのか、それとも成長市場であるのかをまず判断しなければなりません。これは、四半期ごとの売り上げの伸びで判断するのでしょうか、マーケットシェアが四半期ごとに変動することをもって判断するのでしょうか、あるいはそれらを総合して判断するのでしょうか、これらのいずれにせよ、どのように行うのでしょうか？

新製品の投入や新サービスの導入でも、どの地域でその製品やサービスのテストマーケティングを行い、売上や利益に関してどの程度の成果が達成されるべきかの目標とする判断基準が数値化されていなければ、それらを他市場や全国的に投入・導入するという行動のための意思決定の情報が十分提供できているとは呼べません。

話題を変えて、あなたが産業政策や独占禁止政策に携わっており、ビールのような寡占市場において第３番目と第４番目の市場シェアを持つ会社同士の合併を認めるか否かを検討しているとします。あなたは健全な資本主義の番人として消費者保護の観点からそれらの影響を評価する必要があるでしょう。その場合、現在の市場構造やもし合併が行われた場合の新会社の市場支配力がどの程度なのかを定量化する必要があります。最低でも他の条件がすべて等しければ 消費者の選択が、価格やその他の選択肢の特性における変化にどのように反応するのか、という反実仮想の質問に一定の答えを出す必要があります。

これらを評価するためには商品やサービスの市場が「適切に」機能しているかどうかをあなたは知りたいでしょうし、また知る必要があるでしょう。これをどのように評価しますか？寡占市場において少数の製造業者からなる市場や少数の小売業者からなる市場が十分機能しているかを調べるには、お互いの行動が観測できる製造業者間もしくは小売業者間でどのような水平方向のゲームが繰り広げられているかをを定量化する必要があります。また少数の製造業者と少数の小売業者からなる卸売り市場が機能しているかを調べるには、製造業者と小売業者の間での卸売価格と卸売り数量をめぐってどのような垂直方向のバーゲニング・ゲームが繰り広げられているか、を定量化する必要があります。

小売市場が競争的かどうかをあなたは調べたいとします。どのように定量化すれば良いでしょうか。商品やサービスの市場が「適切に」機能しているかどうかを知りたい場合、原材料価格の上昇などのコストショックの価格転嫁率は市場構造に依存する可能性が高いという点も着眼点の一つになりえます。なぜならもし市場が競争的であれば、そのような市場へ製品やサービスを供給している者の利益率をはゼロかそれに低いため、コスト・ショックの価格転嫁はより高い割合で、より頻繁に起こる可能性が高いからです。他方市場が独占または寡占状態である場合、そのような市場に製品やサービスを供給している者はかなり高い利益率を上げている可能性が高いため、コスト転嫁率は一般に低くなり、その頻度も少ないでしょう。したがって、後者の場合競争の激しい市場よりもコスト転嫁へのインセンティブは低くなります。

生産者や卸売業者などが小売業者に小売価格を指示・強制する再販売価格維持は、多くの国で独占禁止法により禁止されています。例えば、日本では私的独占の禁止及び公正取引の確保に関する法律（以下、私的独占禁止法）第２条第９項第４号 (b) で禁止されています。価格転嫁行為がないからといって、自動的に同法違反となるわけではありませんが、製造業者や卸売業者がその優先的地位を利用して消費者に販売する商品の価格を一方的に設定している可能性はおおいにあります。

しかもこれら製造業者間の水平方向のゲーム、製造業者対小売業者の垂直方向のゲームに加え、消費者と小売業者の間で価格という重要情報を含む製品特性を巡って好き・嫌い、買う・買わないといった形で情報のやり取りがおこなわれます。消費者の需要は、市場メカニズムを通じて小売業者に伝わり、バーゲニングメカニズムなどを通じて小売業者から最終的には製造業者へと伝わります。よく売れる商品やサービスは、少なくとも当初は価格が多少高いかもしれませんが、ひとたび売れはじめると、次第にたくさん作られ生産者の規模の経済や大口取引による卸売業者や小売業者へのディスカウントなどの市場メカニズムを通じてより安い価格で提供されるようになります。他方、人気のない商品は、その商品の売れ行きの悪さに気づいた小売業者によってまず市場メカニズムを通じて値引きがされ、その価格ならばその商品を購入しても良いという一部の消費者を惹きつけるものの、売れ行きが悪いという事実は製造業者へとバーゲニングメカニズムを通じて伝わり、商品は改良され、場合によっては生産中止に追い込まれます。

これらの各種のゲームや情報のやり取りは、製造業者の値上げ要求が、小売業者に受け入れられ、消費者への価格転嫁につながるといった上流から下流への一連の流れや、消費者の値上げへの抵抗や価格引き下げの要求が、小売業者によってその製品やサービスの価格の引き下げという形で受け入れられ、小売業者による製造業者に対する卸売価格低下への要求につながるといった下流から上流への一連の流れ、の両方を通じて起こります。

また生産面を見ると、あるブランドのビールの価格を上げた結果そのブランドのビールの需要が減ると、ビールを生産するために投資した機械その他の固定費のコストを増やしますのでビール１缶、１瓶、あるいは１ケース当たりのコストを増やし利益を圧迫しま

Table 1: アメリカ合衆国 2020 年における売り上げ上位 10 位のビールブランド

Beer Brands	Parent Company	Market Share (%)[1)]	Price in USD($)	Bottle or Can	Serving (fl oz)	Per package
Budweiser	AB InBev	17.19%	$7.98	Bottle	12	6
Michelob	AB InBev	7.03%	$9.48	Bottle	12	6
Modelo	Constellation	6.47%	$28.98	Bottle	12	24
Corona	Constellation	6.36%	$9.73	Bottle	12	6
Coors	Molson Coors	6.32%	$7.27	Bottle	12	6
Miller Lite	Molson Coors	5.25%	$7.48	Bottle	12	6
White Claw	Mark Anthony	3.99%	$9.98	Can	12	6
Busch Light	AB InBev	3.85%	$10.48	Can	12	12
Natural Light	AB InBev	3.50%	$9.27	Can	12	15
Heineken	Heineken	2%	$15.98	Bottle	12	6

Beer Brands	Alcohol (%)	Calories (kcal)	Carbs (g)	Protein (g)	Sodium (mg)
Budweiser	5	145	10.6	1.3	0
Michelob	4.2	95	2.6	0.6	0
Modelo	4.4	145	4	0	0
Corona	4.5	99	5	0.8	0
Coors	5	142	10.6	1.2	12
Miller Lite	4.2	96	3.2	1	5
White Claw	8	100	2	0	1
Busch Light	4.6	95	3.2	0.7	0
Natural Light	4.2	95	3.2	0.7	9
Heineken	5.4	142	11	0	0

す。これが規模の経済です。ただし生産面における情報は企業ごとに異なり最も秘匿される情報の一つです。マーケティング担当者であれば自社の生産コスト構造から他社のそれはある程度の推定はできるものの、通常研究者にとって研究対象となる企業群の生産コスト構造の情報を入手することは、原則不可能です。

ある製品やサービスに対する需要関数を推定するために根拠となる市場均衡のデータは、これら多くの要素が互いに影響しながら組み合わされた結果です。つまり対象となる企業群の生産コストの構造がはっきりとわからず、市場の競争状態、競争相手の意図、値上げが自社を利するかどうかについての不確実性があるためにそれらについての推定しなければならないなかで、価格という最も重要な情報を含む製品特性が変化して観測データと異なる値が実現した場合に起こりうる需要、すなわち反実仮想の需要を推定することが、需要関数を推定することの難しさを体現しています。

これら水平方向・垂直方向へのゲームや消費者の選択行動、知りえない競争相手のコスト構造をできる限り統合した全体像を理解することが、需要関数の推定には必要になります。このように市場に関する多様で深い知識が必要なため、需要関数の推定は驚くほど難しいと言って良いと思います。これらの様々な枠組みをできる限り取り入れて、RIMSの研究会で以下の論文についてその時々に発表してきました。ただしこれでも十分というわけでは全くありません。

Matsumoto, T., Kamai, T. and Kanazawa, Y. (2024) “Examining Bargaining Power in the Distribution Channel under Possible Price Pass-through Behaviors of Retailers,” *Journal of Retailing and Consumer Services* 76

Kamai, T. and Kanazawa, Y. (2016) “Is a product with a special feature still rewarding? The case of the Japanese yogurt market,” *Cogent Economics & Finance* 4(1)

2　離散選択

しかし問題はそれだけではありません。これらそれぞれの要因とは別に内生性という重要な問題があることが、需要推定を一層難しくしています。例として 2020 年のアメリカのビール市場の市場シェアを分析しながら解説したいとします。このため、以下のデータを収集しました。1) 市場シェアを `americancraftbeer.com`,[2]から. 2) 価格とアルコール度数を `walmart.com`,[3]から. 3) これらのピールに含まれる栄養分を `eatthismuch.com`[4]から. その結果を Table 1 にまとめます。

これらのデータから、2020 年アメリカ合衆国の消費者はビールの製品特性を参考にそのブランドのビールを購入するかどうかをどのように決定し、その結果として需要すなわち市場シェアが決定されていたであろうか、を統計学的な手法を利用して推定することができます。したがって、「2020 年において価格やその他のビールの製品特性がブランドごとに変わるに連れて、マーケットシェアがどのように変化したか」について何らかの回帰モデルを使用することが思い浮かぶと思います。

あなたがたとえばこのデータにあるビールブランドのマーケティング担当者でこれらの情報からそのブランドの価格政策について意思決定を行える立場だったらと考えてくだ

[2] Accessed on September 20th, 2021
[3] Accessed on September 20th, 2021
[4] Accessed on September 20th, 2021

さい。あなたは、そのブランドの「ビールに対する消費者の需要が価格によってどのように影響を受けるか」を知りたい、すなわちあなたの担当するビールブランドの需要関数を推定したいはずです。

もうすでにお気づきかもしれませんが、「2020 年において価格やその他のビールの製品特性がブランドごとに変わるに連れて、マーケットシェアがどのように変化したか」を推定できたとしても、担当するビールブランドの需要関数を推定したいというあなたの要望に答えたことにはなりません。「担当するブランドのビールに対する消費者の需要が価格によってどのように変わるかを知りたい」には、「2020 年時点の小売価格が Table 1 にある価格以外の値を取っていた場合の需要についても推定したい」という意図が込められているはずです。すなわち、この時点ですでにあなたは反実仮想について知りたいと考えていることにお気づきになると思います。価格が多少変化することによってかわる需要量をあらわす需要関数についてデータがとる値以外の点、すなわち定義上反実仮想の点、における情報を知りたいのですから、需要関数の形に制約を置かざるを得ないであろうことにもお気づきになると思います。その際に線形近似を用いるとすれば、需要関数の推定にあたっては、均衡点近傍の推定しかできないことも、お気づきになると思います。

2.1 製品空間アプローチ

集計された需要を推定する方法として、大まかに言えば製品空間アプローチと特性空間アプローチの 2 つがあります。

製品空間アプローチの代表的なモデルには Deaton and Muellbauer (1980) による「ほぼ理想的な需要システム」、あるいは通常原語を用いて Almost Ideal Demand Systems (AIDS) があります。このモデルによれば研究者は、消費者行動の集計をあたかも単一の効用最大化消費者による結果であるかのように扱うことができます。Almost Ideal Demand System（AIDS）は、多くのマクロ経済学者が消費者行動を研究するために使用してきた消費者需要モデルで、今日でもしばしば用いられます。

AIDS モデルは、需要システムとして多くの望ましい特性を備えています。すなわち選好の公理（完備性、推移性、反射性）を満たし、予算制約と整合性があり、原型のモデルは推定が比較的容易です。日本における牛海綿状脳症（BSE）や鳥インフルエンザの発生を含む期間における魚および肉（牛肉、豚肉、鶏肉）市場を分析したことがあります。具体的には AIDS モデルを発展させたマルコフ・スィッチング AIDS モデルを使用して、需要の構造変化点を特定する手法を以下の論文で提案し RIMS でも発表しました。

Kabe, S. and Kanazawa, Y. (2014) "Estimating the Markov-switching almost ideal demand systems: a Bayesian approach" *Empirical Economics* 47(4), pp.1193-1220.

Kabe, S. and Kanazawa, Y. (2012) "Another view of the impact of BSE crisis in Japanese meat market through the almost ideal demand system model with Markov switching." *Applied Economics Letters* 19(16), pp.1643-1647.

しかしながら製品空間アプローチを用いる場合、消費パターンを調査したいと考える調査者は、消費者向けに提供されている膨大な数の製品やサービスが原因で発生する問題に常に直面しています。何千もの方程式からなる完全な需要システムの分析には、膨大な量のデータと計算機の資源が必要となり、そのような作業は不可能です。この問題に対処する一般的な方法は、消費者の好みには何らかの構造があるという前提をあらかじめ設定することです。最も一般的な前提は、弱分離性といわれるものです。このアプローチで

は、商品をいくつかの「独立した」グループに分割できるとし、あるグループの商品の価格が変化すると、別のグループのすべての商品の需要に同じように影響を与えると仮定します。弱分離性のようなかなり強い仮定を置いたとしても、市場に投入される製品またはサービスが J 個あると仮定すると、製品またはサービス間の J^2 の自己弾力性と交差弾力性、および製品またはサービスごとに J の所得弾力性を推定しなければなりません。さらに製品空間アプローチでは、新製品が新たに導入された場合、モデル全体を再推定しないと、その新製品の需要推定を簡単に行うことができません。

2.2 特性空間アプローチ

一方、特性空間アプローチでは、製品やサービスを特性の束として扱い、これらの製品特性に基づいて需要関数を推定します。その結果、特性空間アプローチで推定されるパラメータの数は、推定に用いられるモデル内の製品やサービスの特性の数となり、通常、製品空間アプローチのパラメータ数よりも大幅に少なくなります。さらにこのアプローチでは、モデルで既に指定された特性の値が異なるだけであれば、それらの新製品や新サービスが導入された場合、どのような需要を生み出すかを予測することもある程度可能です。特性空間における需要を推定するために「離散選択」というフレームワークを用いることが多く、本稿でも以下ではそれを用います。

社会科学において、離散選択または質的選択モデルは、2 つ以上の離散的な選択肢を比較してどれかを選択するという行動を説明・予測するものです。言い換えれば、離散選択モデルは意思決定者がどの選択肢を好むかを調査します。マーケティングや実証産業組織論では、多くの代替可能な製品やサービスの中から 1 つの製品やサービスを消費者が選ぶという選択に直面します。政策科学や土木工学では、通勤の手段を選ぶ場合、自動車を選ぶか、異なる公共交通機関を選ぶかを選択する際にどの要因が重要なのか—多くの場合所要時間とコストですが—という問題などを取り扱うときに、離散選択モデルを用います。労働経済学では、民間あるいはアカデミックな研究者は、大学生が卒業後すぐに労働市場へ参入するか、大学院へ進学するか、プロフェッショナル・スクールへ進学するかを選択する際の決定要因を離散選択モデルを用いて理解しようとします。

2.3 確率的な効用モデル

以下では、すべての離散選択モデルに共通する特徴についてまず説明します。意思決定者は、有限の選択肢セットの中から 1 つの選択肢を選びます。この選択肢の集まりは「選択肢集合」と呼ばれます。意思決定者は個人、世帯、または企業である場合があり、後者 2 つのように複数の構成員からなる場合には、その構成員は集団として 1 つの選択肢を選択できると想定されています。

一方、研究者は、意思決定者が選択肢を選ぶ際の決定過程を直接観測することはまずありません。研究者は、店舗の支払いシステムから収集された POS データや、業界団体がまとめたデータを通じて、意思決定者の選択行動を間接的に、後から知ることになります。したがって研究者は、研究の対象となる意思決定者や選択肢の各種特性についてある程度知ることができるにしても、それらのすべてを知ることはできません。このことは意思決定者が直面する選択肢に対する選好を研究者が効用という形でモデル化・数値化する場合、そのすべてを識別することができないことを意味します。すなわち「効用の一部に常に未知で完全に特定できない部分が含まれる」ことを意味します。

意思決定者についてですが、完備性・推移性・反射性の「選好の公理」を満たすことを仮定します。「選択肢集合」には3つの制約が課せられます。第一に、選択肢集合内の選択肢は、意思決定者の目には「相互に排他的」でなければなりません。第二に、選択肢集合内に、可能な選択肢をすべて含んでいなければなりません。すなわち選択肢集合は「網羅的」でなければなりません。マーケティングや実証産業組織論の場合、その時点で市場に出回っている商品やサービスを購入しないことも選択肢に含まれます。この選択行動は、「外部財」の購入としばしば呼ばれます。第三に、選択肢集合内の選択肢の数は有限でなければなりません。すべての意思決定者の選好は、安定し適切に表現された数学的表現を持たなければならないと想定しています。この表現が効用関数です。

効用は、意思決定者や研究者の視点から見ると、数値として意味のある値をもつのではなく、順序のみを持つ概念です。Train （2009）はこれを簡潔に「効用は違いだけが重要である」および「効用の尺度は恣意的である」と述べています。つまり選択肢に与えられた効用の値そのものに意味はありませんが、選択肢に対する意思決定者の好みを効用は反映しているので、それらをランク付けしたり順位付けしたりすることができます。効用のこの特性により、「選択肢間のコントラストのみが推定可能」です。つまり数ある選択肢のうちのどれか一つの効用関数がゼロに正規化されなければなりません。マーケティングや実証産業組織論では「外部財」を購入する行動、すなわち何も買わないという行動の効用がその役割を果たし、ゼロと正規化されることが、圧倒的に多いと言えるでしょう。

またマーケティングや実証産業組織論、その他のほとんどの分野で、複数の属性をもつ選択肢間でランク付けを行います。したがって選択肢が持つ複数の属性を組み合わせる必要があります。たとえ効用の尺度は恣意的であるにせよ、これらの属性をある重み付けで組み合わせて一つの値をとらようにしなければならないので、効用は（それらをまとめた）関数の形を取らなければなりません。

意思決定者 i が選択肢 j に対する効用 u_{ij} を以下のように割り当てるとします。

$$u_{ij} := \delta_{ij} + \nu_{ij}, \quad i = 1, \dots, I, j = 0, \dots, J. \tag{1}$$

ここで δ_{ij} は選択肢 j に意思決定者 i が割り当て、かつ研究者にとって「観測可能」な「代表的効用」、ν_{ij} は選択肢 j に意思決定者 i が割り当て、かつ研究者にとって「観測不可能」な選好を表します。この ν_{ij} は、研究者が観測できない効用部分であり、「その仕様は研究者に委ねられています」。

個々の意思決定者 $i = 1, \dots, N$ は、選択肢 j, $j = 0, \dots, J$ に対する自らの ν_{ij} がどのようなものであるかを厳密に知っており、したがって多数の選択肢の中から一つの選択肢を選ぶことができると仮定します。意思決定者がどの選択肢を選ぶかに影響を与える要因は、研究者にとって部分的にしか観測されないか、あるいは完全に測定することができないため、意思決定者の効用には誤差項 ν_{ij} を必要とします。

式（1）の右辺にある i という添え字は、意思決定者 i の選択肢 j に対する「多様性を愛する」特異的で（研究者にとって）観測不可能な選好を意味します。すなわち意思決定者には「多様性がある」と式（1）では仮定していることになります。

代表的効用はさらに以下のように線形で表現されるとします。

$$\delta_{ij} := \boldsymbol{x}'_{ij}\boldsymbol{\beta} - \alpha p_j + \xi_j \tag{2}$$

ここで $\boldsymbol{x}_{ij} = (x^1_{ij1}, \dots, x^1_{ijJ})$ は、意思決定者 i も研究者も観測でき両者にとって同じ値となる選択肢 j の（外生的な）製品特性、 p_j は需要と供給によって市場で決まる内生的価格、ξ_j は意思決定者にとって既知でも研究者には観測できない選択肢の特性とします。

式（2）より、製品特性が同じでも価格が高い製品は一般に言ってそうでない製品に比べて、意思決定者にとっての効用は低いものになります。製品特性 $\boldsymbol{x}'_{ij}$ が式（2）に含まれているので、このモデルにより「差別化された製品市場」を取り扱うことができます。

多くの市場には、研究者には数値化できないもしくは観測できない選択肢 j の特性 ξ_j が存在します。その例を以下にあげましょう。例えば、スタイルや美しさのような選択肢は当然ながら定量化することは難しく、しばしば需要を左右します。店頭でのサービスや、高級な商品を購入する際のステータスの認識も、同等かそれ以上に数値化するのは難しいのですが、選択肢の需要を左右することが少なくありません。自動車市場の場合、自動車の効用は、その自動車の大きさ、エンジン／モーターのパワー、機能の豊富さといった数値化可能な選択肢特性だけでは容易に捉えることはできません。意思決定者は自動車のデザインや信頼性に同等かそれ以上の関心を持っていると考えて良いでしょう。輸入車ブランドのディーラー網は国産車ブランドのディーラー網に比べて手薄であり、輸入車の所有者が定期的に整備を受けることが難しくなっている可能性があります。意思決定者にとって輸入車のディーラーまでの距離は、研究者には観測できない場合がほとんどですから、これも観測できない選択肢の特性となります。

各意思決定者は、選択の対象となる数ある選択肢の中から最も高い効用をもたらす選択肢を一つだけ選ぶと仮定します。すなわち、すべての選択可能な選択肢の製品特性の集合 $\boldsymbol{X}_{i1} = (\boldsymbol{x}_{i10} = \boldsymbol{0}, \boldsymbol{x}_{i11}, \ldots, \boldsymbol{x}_{i1J})'$, $\boldsymbol{\xi} = (\xi_0 = 0, \xi_1, \ldots, \xi_J)$, 価格 $\boldsymbol{p} = (p_0 = 0, p_1, \ldots, p_J)$ が与えられたときに、式 (2) から意思決定者 i は、全ての $k \geq 0$, $k \neq j$ に対して、以下を満たす選択肢 j を 1 つ選択するとします。

$$\boldsymbol{x}'_{i1j}\boldsymbol{\beta} - \alpha p_j + \xi_j + \nu_{ij} > \boldsymbol{x}'_{i1k}\boldsymbol{\beta} - \alpha p_k + \xi_k + \nu_{ik} \tag{3}$$

式（3）には意思決定者本人は理解しているが、研究者にとって観測不可能でしたがって入手不可能な二つの項である ξ_j と ν_{ij} があります。個々の意思決定者の効用が完全に観測可能ではないため、研究者は意思決定者の選択について確率的な主張しかできません。離散的な選択行動を研究者が確率的に記述することは、個々の行動が本質的に確率的であることを意味するのではないことを忘れてはなりません。そうではなく、情報がないからこそ、選択を確率的に記述せざるを得ないのです。誤差項 ξ_j は、研究者にとって観測不可能な選択肢 j に対する特性評価に対して、意思決定者 $i = 1, \ldots, I$ の平均をとったものと考えることができます。一方、確率変数としての ν_{ij} は、「この平均のまわりに分布する意思決定者の選好を反映」したものと考えることができます。

誤差項 ξ_j は研究者にとって観測不可能であっても選択肢 j に対する特性である以上、選択肢 j の価格 p_j と相関を持つと考えることが普通です。確率変数 ν_{ij} は、意思決定者 $i = 1, \ldots, I$ と選択肢 $j = 0, \ldots, J$ にまたがって同一かつ独立に分布すると仮定します。

2.4　ロジットモデル

外部財を購入する（何も買わない）という選択肢の代表的効用をゼロに正規化し（$\delta_0 = 0$）てこの選択肢をベースラインとし、ν_{ij} に Gumbel 分布という分布を仮定すると、選択肢 j、$j = 1, \ldots, J$、の市場シェア σ_j と相関を持つ変数を推定するモデルは以下の線形回帰式 (4) になることが知られています。

$$\ln(\sigma_j) - \ln(\sigma_0) = \delta_j = \boldsymbol{x}'_{1j}\boldsymbol{\beta} - \alpha p_j + \xi_j. \tag{4}$$

ここで σ_0 は（何も買わないという）外部財の（観測値ではなく）真のマーケットシェア、σ_k は選択肢 $j,\ j=1,\ldots,J$ の（観測値ではなく）真の市場シェアです。先ほど意思決定者には「多様性がある」と式（1）では仮定していましたが、式 (4) でお分かりのように、ν_{ij} を積分して消去してしまったため、このロジットモデルでは、消費者の多様性を表すことはできず、個人の選択確率と市場シェアとは同じになります。このような明らかな欠点にもかかわらず本稿でロジットモデルを用いるのは、このモデルでは式 (4) を明示的に書けるため、以下で述べる内生性の問題に焦点を宛てるのに適しているからです。

ビールのデータに戻り、(4) を用いてこの 2020 年アメリカ合衆国においてビールの各ブランドの市場シェアに相関を持つ製品特性は何かを調べることにします。米国のビール市場における外部財のシェアを大まかに推定すると、以下のようになります。2020 年時点でアルコール飲料を飲むと回答した米国成人の 60%のうち、約 40%がビールを飲む可能性が高いと推測されます。したがって、米国の成人の $0.6 \times 0.4 \times 100 = 24\%$ がビールを消費する可能性が最も高く、米国のビール市場における外部財の推定規模は暫定的に $100\% - 24\% = 76\%$ となります。

Busch ブランドのビールであれば1、そうでなければ0というインディケーター変数あるいはダミー変数`Busch_dummy`を作ります。また Natural Light ブランドのビールであれば1、そうでなければ0というインディケーター変数あるいはダミー変数`Natura_Light_dummy`を作ります。以下に通常の回帰分析（OLS）の R による推定結果をリストします。これらのダミー変数と単位量あたりの価格が統計的に有意だと出ています。

```
> summary(lm(log(share)-log(0.76)~Busch_dummy+Natural_Light_dummy+unit_price+0))

Call:
lm(formula = log(share) - log(0.76) ~ Busch_dummy + Natural_Light_dummy +
    unit_price + 0)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.07363 -0.80399  0.00000  0.02816  1.39992

Coefficients:
                    Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
Busch_dummy          -2.2900     0.8768  -2.612   0.0348 *
Natural_Light_dummy  -3.0050     0.8691  -3.457   0.0106 *
unit_price           -2.4273     0.1869 -12.985 3.74e-06 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.8614 on 7 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9695, Adjusted R-squared:  0.9564
F-statistic: 74.05 on 3 and 7 DF,  p-value: 1.146e-05
```

この解析結果の数値をみると、回帰の決定係数 0.9695 と当てはまりはかなり良いように見えますが、観測不可能な**誤差項** ξ_j **と選択肢** j **の価格** p_j **の相関**は考慮していません。

マーケティング担当者・研究者にとって必要なのは、それぞれのブランドごとの需要曲線の傾きと切片です。この各ブランドごとの話はマーケティングサイエンスでは非常に重要ですが、とりあえず脇に置いておいて、この 10 ブランドをナショナル・ブランドのグループとしてみた場合の話に戻します。この 10 ブランドをナショナル・ブランドとしてみた場合、「ナショナル・ブランドのビールの価格がどれだけ上げれば（下げれば）需要がどれだけ落ち込むか（増えるか)」という情報を、上記の計算結果は伝えてくれるでしょうか？残念ながら、この推定量は「観測不可能な**誤差項 ξ_j と選択肢 j の価格 p_j の相関**」が考慮がされておらず、偏りがあることは計量経済学で広く知られています。

3 内生性

3.1 需要曲線

財やサービスの数量と価格は、需要曲線と供給曲線の 2 つの曲線によって決定されます。「需要と供給が交差する場所では、何か特別なことが起こっています。私たちはそれを市場にある物（やサービス）がすべて買われてなくなってしまう価格（market clearing price、均衡価格）と均衡数量と呼んでいます。」すなわち均衡状態における販売量と販売価格を決定するには、2 つの曲線—需要曲線と供給曲線—が必要です。

需要曲線とはある時点におけるある商品の価格（通常 y 軸にとられています）に対して、その価格で需要のある商品の数量（通常 x 軸にとられています）がいかに変動するかを表すグラフですが、以下では時点や単位は省略します。需要曲線は、個々の意思決定者（個別需要曲線）の価格と数量の関係、または特定の市場におけるすべての意思決定者（市場需要曲線）を合算した際の価格と数量の関係として描くことができます。

需要曲線が右下がりの傾向を示すのは、 需要の法則によるものと考えられています。つまりほとんどの商品において、価格が上昇すると、他の条件が変わらなければ、所得が有限のため需要量は減少します。価格以外の要因によってある製品やサービスの価格が y 軸に沿って（需要曲線の傾きに沿ってではなく）高くなる（安くなる）と、需要曲線全体が内側（外側）にシフトします。たとえばその製品やサービスに対する広告キャンペーンやその製品やサービスの品質の変化が認識されたことが需要シフターとなります。

ビールの例をとると、ナショナルブランドである 10 ブランドのビールの価格が全体としてどれだけ上がると（下がると）需要がどれだけ落ちるか（増えるか）という情報が欲しいのでした。「需要曲線に沿った」動きとは、価格が変化したときに需要量がどのように変化するかを指すのですから、需要曲線が局所的に直線によって近似できるとすれば、その傾きと切片によって「需要曲線に沿った」動きを知ることができます。すなわち私たちは直線で近似した需要曲線の傾きと切片を推定したいことになります。

ここまで需要側について議論してきたことを今まで用いてきたビールの例をもとにまとめます。ブランド $j = 1, \ldots, J$ のビールの需要量（販売量）q_j は誤差 μ_j を含んだ形で計測され、需要シフター x_j と価格 p_j の線形関数の形で書けるとします。

$$\begin{aligned} q_j &= \beta_1 \cdot x_j + \gamma_1 \cdot p_j + \mu_j \\ &\text{ここで } \gamma_1 < 0. \end{aligned}$$

3.2 供給曲線

供給とは、企業、生産者、労働者、金融資産の提供者、またはその他の経済主体が、市場または個人に対して提供する意思があり、かつ提供することができる資源の量です。供給は、縦軸（y 軸）に単位当たりの価格、横軸（x 軸）に価格の関数としての供給量をとり、通常供給曲線としてグラフで表示されます。供給曲線は、個々の売り手または市場全体を対象として描くことができ、後者の場合は、すべての売り手の供給量を合計したものとなります。現実に供給量と言う場合には、たとえばある会社が、あるいは鉄鋼業界全体で一年間に供給することができる鉄鋼のトン数といった形で特定の期間における供給量として表示されますが、以下では単位や期間は省略することとします。

「供給曲線に沿った」動きとは、価格が変化したときに供給量がどのように変化するかを指します。財の価格と供給量の間には、基本的な供給関係があります。供給の法則によると、他の要因を一定に保った場合、価格の上昇は供給量の増加につながります。その製品やサービスの価格以外の要因によって価格が y 軸に沿って（供給曲線の傾きに沿ってではなく）高くなる（安くなる）と、供給曲線全体が外側（内側）にシフトします。この供給シフターの例として、その製品やサービスを供給をする会社（などの組織）や地域の生産要素、天候などの生産条件、技術進歩の程度、投入物価格などがあります。生産要素とは生産過程で使用され、商品やサービスを生み出すものを指します。

ここまで供給側について議論してきたことを今まで用いてきたビールの例をもとにまとめます。ブランド $j = 1, \ldots, J$ のビールの供給量 q_j は誤差 ν_j を含んだ形で計測され、供給シフター y_j と価格 p_j の線形関数の形で書けるとします。

$$\begin{aligned} q_j &= \beta_2 \cdot y_j + \gamma_2 \cdot p_j + \nu_j \\ &\text{ここで } \gamma_2 > 0. \end{aligned}$$

3.3 均衡価格と均衡数量

需要シフター x_j と供給シフター y_j、それぞれの誤差 μ_j と ν_j とともに、ビール $j = 1, \ldots, J$ の販売量 q_j と価格 p_j が線形同時方程式の形で市場で均衡するとします。すなわち以下の構造方程式に従ってビールの販売量 q_j と価格 p_j が同時に決定されると仮定します。

$$q_j = \beta_1 \cdot x_j + \gamma_1 \cdot p_j + \mu_j \tag{5}$$

$$q_j = \beta_2 \cdot y_j + \gamma_2 \cdot p_j + \nu_j. \tag{6}$$

ここで $\gamma_1 < 0$ および $\gamma_2 > 0$。

内生変数は、式 (5) と式 (6) からなる同時方程式体系によって決定されます。q_j は需要と供給の式の両方に現れ、p_j も同様です。均衡数量と均衡価格は、式 (5) と式 (6) からなる同時方程式体系によって決定されるため、それらは「内生」変数です。

需要シフター x_j と供給シフター y_j はそれぞれ需要と供給の式のみに現れることに注目してください。つまり x_j は需要量のみに影響しますが、供給関係の一部ではありません。一方 y_j は供給量のみに影響しますが、需要関係の一部ではありません。したがって、これらは外生変数です。

需要・供給どちらの方程式であっても単独で推定すると、内生性という問題が生じることを以下に示します。具体的には、たとえば式（5）において $E(p_i u_i) \neq 0$ となることを以下に示します。

同時方程式式体系の式 (5) と式 (6) の q_j は等しいはずですから、式（7）を得ます。

$$\beta_1 \cdot x_j + \gamma_1 \cdot p_j + \mu_j \quad = \quad \beta_2 \cdot y_j + \gamma_2 \cdot p_j + \nu_j. \tag{7}$$

式（7）の左辺にある項 $\gamma_1 \cdot p_j$ を右辺に移項し、式（7）の右辺にある項 $\beta_2 \cdot y_j$ と ν_j を左辺に移項して、以下の式 (8) を得ます。

$$\beta_1 \cdot x_j - \beta_2 \cdot y_j + \mu_j - \nu_j = (\gamma_2 - \gamma_1)\, p_j. \tag{8}$$

$\gamma_1 < 0$ および $\gamma_2 > 0$ なので、式 (8) の p_j について解くと、以下の式 (9) を得ます。これを誘導形[5)]とよびます。

$$p_j = \frac{\beta_1 \cdot x_j - \beta_2 \cdot y_j + \mu_j - \nu_j}{\gamma_2 - \gamma_1}. \tag{9}$$

式 (9) で内生変数である均衡価格 p_j を計算できたので、需要関数をあらわす以下の式 (5) の説明変数である価格 p_j と、この式の誤差である μ_j には相関があり、

$$q_j \quad = \quad \beta_1 \cdot x_j + \gamma_1 \cdot p_j + \mu_j,$$

ガウス・マルコフ定理における「厳格な外生性」の仮定に明らかに反しています。

同様に式（9）で内生変数である均衡価格を計算できたので、供給関数をあらわす以下の式 (6) における説明変数である価格 p_j と、この式の誤差である ν_j には相関があり、

$$q_j \quad = \quad \beta_2 \cdot y_j + \gamma_2 \cdot p_j + \nu_j.$$

ガウス・マルコフ定理における「厳格な外生性」の仮定に明らかに反しています。

回帰分析の「通常の」推定方法である最小二乗法（OLS）推定は、説明変数の 1 つ以上が内生変数である場合、すなわち誤差項と相関がある場合には、バイアスと呼ばれる系統的な偏りが生まれるのでした。たとえ x_j、y_j、ν_j のいずれもが u_j と無相関であったとしても、式（5）の説明変数である p_j は対応する誤差項 μ_j と相関を持つという意味で内生性をもつことが以下の計算よりわかります。なぜなら $-1/\left(\gamma_2 - \gamma_1\right)$ は単なるパラメータ（数値）であり、（頻度理論によればその真の値は）確率的なものではないので、以下の式（10）のように展開できます。

$$\begin{aligned} E\left(p_j u_j\right) \quad &= \quad E\left(\frac{-1}{\gamma_2 - \gamma_1} u_j \cdot u_j\right) \\ &= \quad -\frac{1}{\gamma_2 - \gamma_1} E\left(u_j \cdot u_j\right). \end{aligned} \tag{10}$$

誤差項 $E(u_j)$ の平均は定義上ゼロ、すなわち $E(u_j) = 0$ です。しかし誤差項 u_j がその平均からの散らばりをみる誤差項 u_j の分散 $V(u_j) := E(u_j u_j) - E(u_j)E(u_j) = E(u_j u_j)$ は誤差が恒等的にゼロでない限り正の値をとりますので $E\left(p_i u_i\right) < 0$ はゼロではありません。

[5)] 計量経済学において、一連の連立方程式体系として設定されたモデルを、その内生変数について解き、各内生変数の変動を外生変数のみで表す関係式に変形したものです。これに対して (5) および（6）によって表される表現を構造形とよびます。

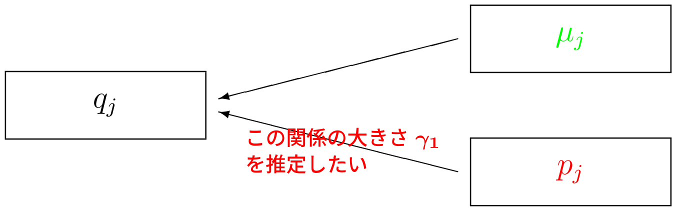


Figure 1: 内生性なし

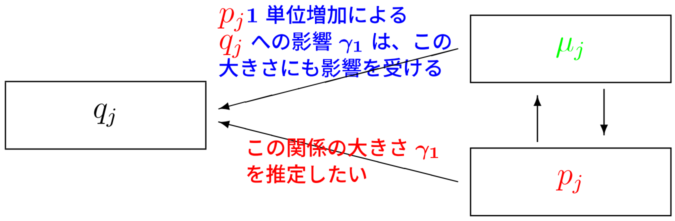


Figure 2: 内生性あり

3.4 内生性の視覚的・直感的な説明

この問題をグラフィックスを用いて視覚的・直感的に説明します。より分かりやすくなるように式 (5) で外生変数がない以下の式 (11) の最小二乗法の回帰推定を考えます。

$$q_j = \beta_1 + \gamma_1 \cdot p_j + \mu_j \tag{11}$$

以下の式で p_j と μ_j に相関がないと仮定します。

$$q_j = \beta_1 + \gamma_1 \cdot p_j + \mu_j,$$

私たちは Figure 1 および Figure 2 にあるように、p_j の 1 単位の増加が、対応する q_j の減少にどのように関連しているかに興味があるのでした。

ここで p_j と μ_j が相関する、あるいは以下の式で p_j が内生性を持つとします。

$$q_j = \beta_1 + \gamma_1 \cdot p_j + \mu_j.$$

Figure 1 とは異なり、内生性をもつ p_j の 1 単位の増加が、対応する q_j の減少とどのように関連しているのかは明確ではないことが Figure 2 からわかります。なぜならこの設定では p_j の 1 単位の増加に応じて μ_j も増加または減少し、その分だけ q_j を増加または減少するからです。したがって、内生性によって、需要方程式 (5) の $\widehat{\gamma_1^{\text{OLS}}}$ と $\widehat{\beta_1^{\text{OLS}}}$ の推定値が偏りをもつことは避けられません。

2020 年のアメリカにおけるビールの市場シェアの問題に戻りましょう。私たちは以下

のモデルを推定しました。回帰係数の下にある（）で囲まれた値は t -値です。

$$
\begin{aligned}
\ln(\text{share}) - \ln(0.76) \quad = \quad & -2.29 * \text{Busch\_dummy} \\
& (-2.61) \\
& -3.01 * \text{Natural\_Light\_dummy} \\
& (-3.46) \\
& -2.43 * \text{unit\_price} \\
& (-12.99) \\
& +\widehat{\xi_j}
\end{aligned} \tag{12}
$$

式（12）で推定された関数は以下の式（4）に基づいており、式（4）は意思決定者の離散選択行動における効用最大化の仮定から導出されています。したがって、式（12）は需要に関する式であることは明らかです。

$$\ln(\sigma_j) - \ln(\sigma_0) = \delta_j = \boldsymbol{x}'_{1j}\boldsymbol{\beta} - \alpha p_j + \xi_j. \tag{4}$$

市場シェアに全体の販売量を掛けると、各ビールのブランドごとの販売数が出てくるので、全体の販売量を外生変数とするとこの式の左辺は均衡需要量の倍数と解釈できます。しかもこの推定式の右辺には単位量当たりの均衡価格が入っているので、これが式（5）と同様に需要方程式であることが分かります。したがってモデル（4）における説明変数のひとつである単位価格 p_j は均衡価格であり、このモデルの誤差項 ξ_j と相関し、内生性を持つと考えるべきです。

最小二乗法によって古典的線形回帰モデルの係数を推定した場合、回帰推定値が線形不偏推定量の中で最も分散が小さいというガウスマルコフ定理が成り立つためには、誤差が平均ゼロであり、誤差分散が一定で、どの回帰変数も誤差と無相関であるという外生性の仮定が必要でした。

4　操作変数

例えば、ビールに対する需要が価格にどのように依存しているかを推定したいとします。ここで内生性に起因するバイアスが懸念されるのは、観測される価格と数量がその観測時点における市場状況に依存し、したがって観測時点ごとに変動すると推測される需要関数と供給関数の交点である均衡点だからです。この内生性の問題に対処するためには、操作変数を用いること、さらに操作変数が複数ある場合には 2 段階最小二乗法を使用することが必要となることが知られています。本稿では紙面の制約上操作変数に焦点をあてることにしますが、2 段階最小二乗法についても簡単な説明を行い、操作変数が一つの場合に、この両者が等しい推定量を与えることを以下で示します。

私たちは実際の需要曲線と供給曲線を見ることはできません。その代わりに需要曲線と供給曲線が交差する均衡点だけを観測できます。例えば、過去のデータ、市場実験、消費者調査、コンジョイント分析などの手段によって、価格と数量に関する大量のデータが収集できたと仮定しましょう。それでも現実には、以下の Figure 3 のように均衡量と均衡価格のみが散布図上で観測されます。

このように多くの均衡価格と均衡数量のペアのデータを集めることができ、それらがなすパターンを回帰推定したとしても、その回帰直線は需要曲線にも供給曲線にも従う

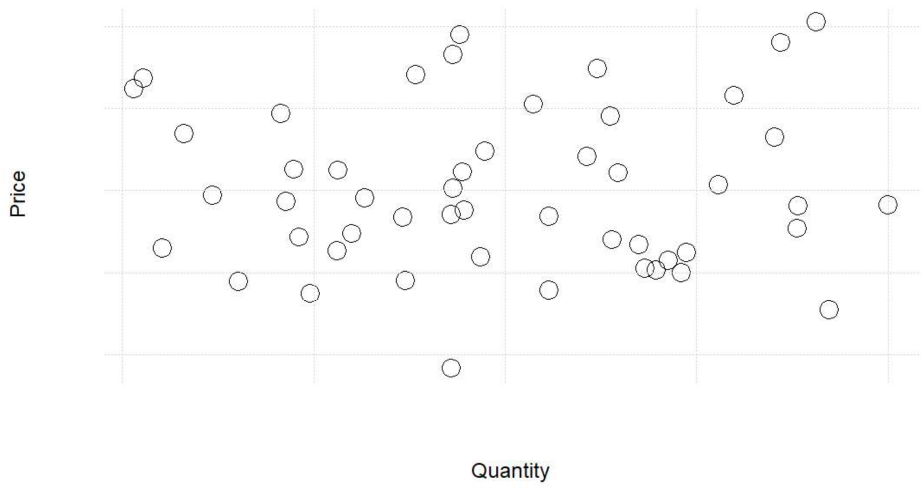


Figure 3: 模擬均衡数量に対する模擬均衡価格の散布図

という保証はありません。これらの各点それぞれが、製品（やサービス）ごとの原則として切片と傾きが異なる市場需要曲線と市場供給曲線が交差した場所となります。異なる切片と傾きは、データ収集時の市場状況などを反映しています。Figure 4 にはそのうちの一つの均衡点における市場需要関数を青で、市場供給関数を赤で書き込んであります。Figure 4 の各点が切片と傾きが異なる市場需要曲線と市場供給曲線が交差した均衡量と均衡価格であるという事実を考慮せず、これらのデータ点に対して通常の最小二乗法を適用して推定を行った場合、たとえば Figure 5 で得られた緑色の回帰直線になります。この回帰直線はこれらの各製品（やサービス）を平均した需要関数もこれらの各製品（やサービス）を平均した供給関数も推定していません。式（12）で推定したものは、この緑色の回帰直線だった可能性が非常に高いことになります。

式 (12) で推定したものが、この緑色の回帰直線であるとは以下の意味です。ビールの各ブランドごとに本棚に美しく配架された本のように 10 のナショナル・ブランドのビールに関する情報が並んだ 3 次元の Figure 6 を想像してください。この 3 次元散布図をブランドごとの単価である y 軸と log(市場シェア) である z 軸からなる 2 次元平面に投影して、それを統計的な手法を用いて推定したものが式 (12) ということになります。

4.1 操作変数の考え方

もし供給曲線のみに影響を与え、需要曲線を変えないと思われるデータまたは一連のデータセットを見つけ、それらのみが変動した場合の均衡点を見つけることができれば、その場合の均衡量と均衡価格はすべて同じ需要曲線に沿って並ぶはずです。Figure 7 では、それらが変動することで供給曲線のみが点線のように内側や外側に移動しています。これらの供給曲線と安定した需要曲線との交点を複数観測することが出来れば、需要曲線に関する均衡点近傍における情報、なかでも需要曲線の傾きを推定できそうです。ここで均衡点近傍と述べたのは、本稿では需要曲線を線形関数で近似したからです。

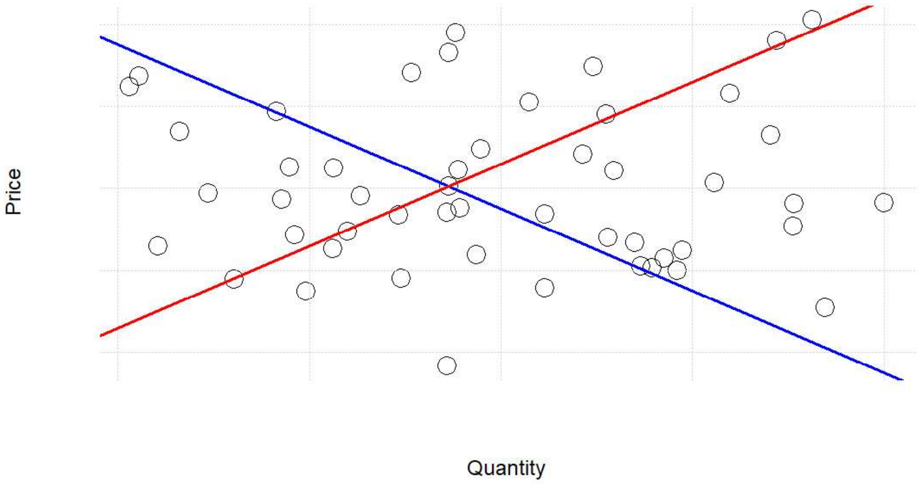


Figure 4: 需要曲線 (blue) と供給曲線 (red) を書き込んだ模擬均衡数量に対する模擬均衡価格の散布図

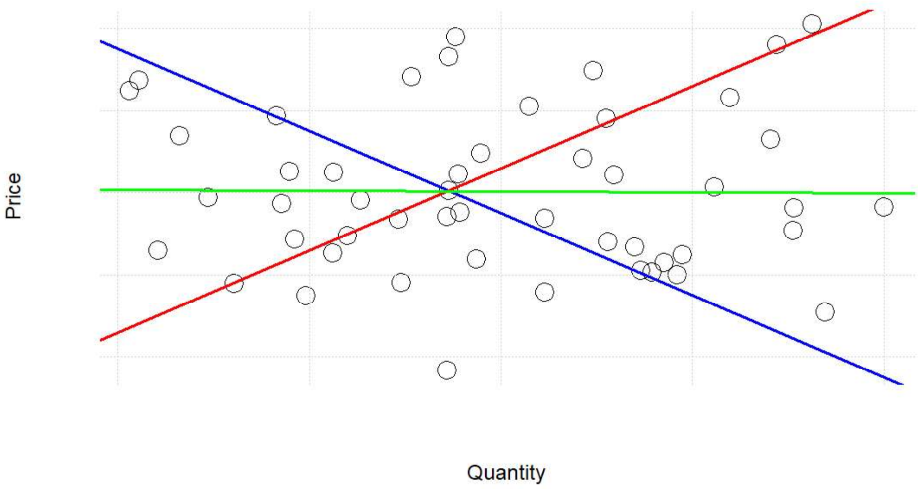


Figure 5: 需要曲線 (blue) と供給曲線 (red) と推定回帰直線 (green) を書き込んだ模擬均衡数量に対する模擬均衡価格の散布図

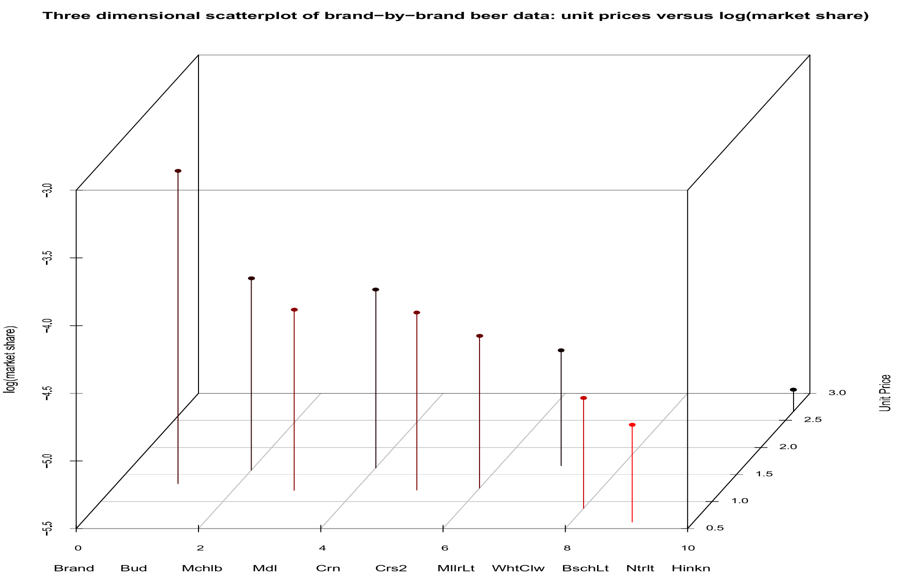


Figure 6: ブランドごとのビール・データ（x 軸）の 3 次元散布図：y 軸は単価、z 軸は log(市場シェア)

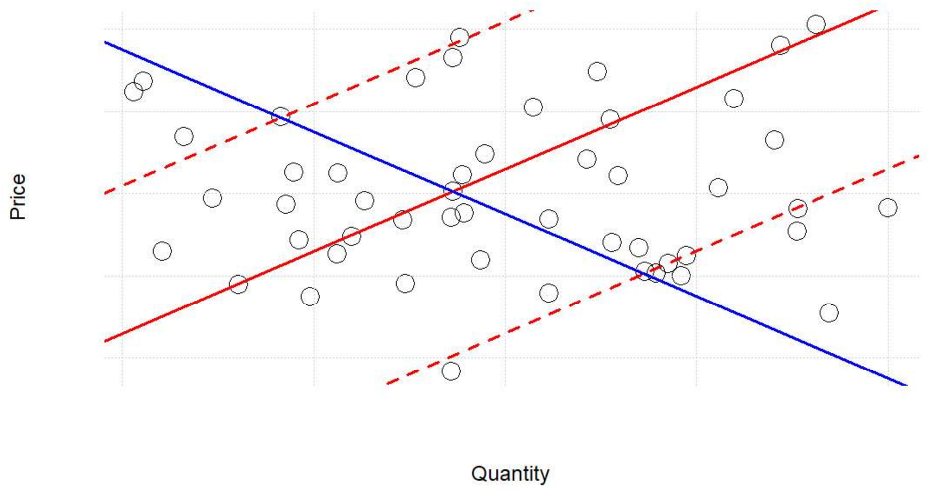


Figure 7: 需要曲線（ blue ）と 3 本の供給曲線（ red ）を重ね合わせた、模擬均衡数量に対する模擬均衡価格の散布図

4.2 操作変数としてのサプライサイド・コストシフター

供給曲線のみに影響を与え、需要曲線を変えないと思われるデータまたは一連のデータセットを操作変数として用いることを考えているのですから、当然式 (6) におけるサプライサイド・コスト（供給シフター）y_j が操作変数の候補として浮かびます。ただし、そのようなデータやデータセットが存在するかどうか疑いたくなるかもしれません。

そこでビールの市場の例をとって考えてみましょう。ビールの製造には、麦芽、ホップ、酵母などの原材料が必要です。麦芽はビールの主要な成分であり、その品質と量はビールの風味と色を大きく左右します。ホップはビールに苦みと香りを付けるために使用され、その種類と使用量はビールのスタイルを定義します。酵母は糖をアルコールに変換する微生物で、その種類と発酵条件はビールの風味とアルコール度数を決定します。麦芽、ホップ、酵母などの原材料の価格が高くなれば、Figure 8 のようにビールの供給曲線は内側（左側）にシフトし、ビールの価格が高くなるとともに供給量が減るでしょう。麦

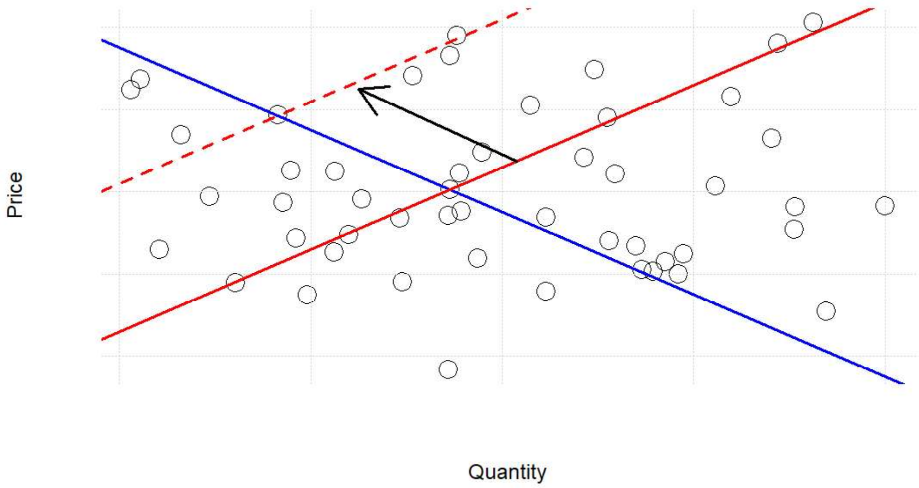


Figure 8: 需要曲線（blue）と内向きにシフトする供給曲線（red）を重ね合わせた模擬数量に対する模擬均衡価格の散布図

芽、ホップ、酵母などの原材料の価格が安くなれば、Figure 9 のようにビールの供給曲線は外側（右側）にシフトし、ビールの価格が安くなるとともに供給量が増えるでしょう。

一方麦芽、ホップ、酵母などの原材料の価格が変動したからといって、それがビールの価格に影響を与える点を除いて、消費者のビール消費行動が変わるとは考えにくいでしょう。しかし、収穫不良により麦芽、ホップ、酵母などの原料価格が上昇し、その原因が気候変動による生育期の異常高温にあるとすれば、また、人々のビール消費行動も気候変動の影響を受けているとすれば、原料価格の上昇が供給機能にのみ影響を与えると仮定することはできないかもしれません。このシナリオはあり得ないとは言えませんが、ここではそのような影響は最小限にとどまり、麦芽、ホップ、酵母などの原料価格の変動はビールの価格に影響を与えたとしても、消費者のビール消費行動には影響しないとします。

また均衡価格と均衡数量が観測されるたびに、それらだけでなく、麦芽の価格に関す

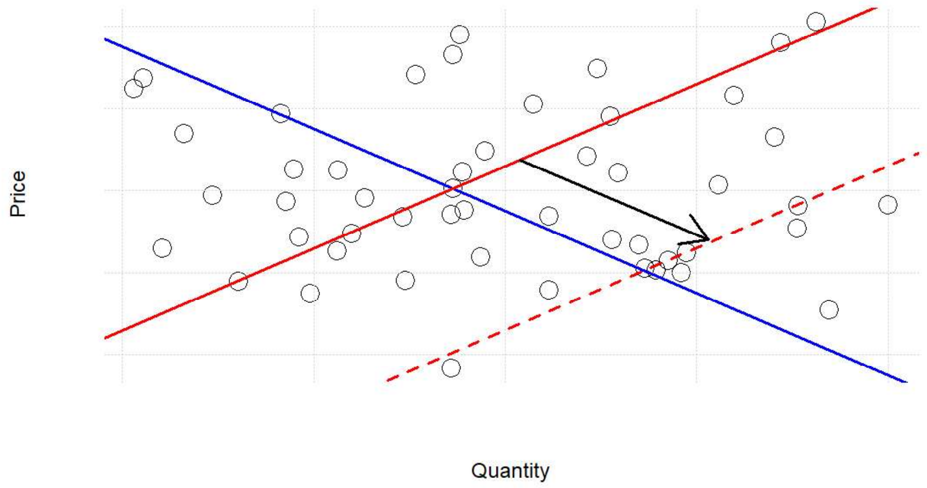


Figure 9: 需要曲線（blue）と外向きにシフトする供給曲線（red）を重ね合わせた模擬数量に対する模擬均衡価格の散布図

る情報も入手できると仮定します。これを需要関数におけるビール価格の操作変数として麦芽価格を使用する、と表現します。

この操作変数はしばしば z_j の文字を用いて表記され、次の 2 つの条件を満たさなければならないとされています。

1. 操作変数は**関連性**がある、すなわち内生説明変数 p_j と相関がある。
2. 操作変数は**外生変数**である、すなわちモデルの誤差項 μ_j と相関がない。

この 2 つの条件を満たす場合、操作変数推定量は観測数 j が増加するにつれ（確率的に）真のパラメータ値に収束する、すなわち（弱）一致性をもつことが知られています。

ビールの例に戻って麦芽価格が操作変数の二つの条件を満たしているか、調べてみます。まず麦芽の価格は、ビールの価格と相関するでしょうか？麦芽の価格の上昇は供給曲線を内側（左側）にシフトさせますので、ビールの均衡価格が上昇し、均衡供給量が減少するだろうと思われます。したがってこの条件は満たされていると思われます。

つぎに麦芽の価格は需要関数をシフトさせるか考えてみます。これについても、麦芽の生産に携わっていない一般の消費者が麦芽の価格に反応して、ビールの消費を増やすとか減らすといった行動はとりそうにありません。麦芽生産が主産業の村では、麦芽の価格がビールの消費に影響を与える可能性は多少ありますが、そのような村の人口は消費者の全体に比べれば無視できるほど小さいでしょうし、またこの村の住民が全体の需要に影響を与えるほどたくさんのビールを飲めるわけでもありません。だから、そのような懸念はおそらく無視して良い程度だと思われます。したがってこの条件についても満たされていると思われます。以上から麦芽の価格は妥当な操作変数と考えることができます。

このような操作変数は「サプライサイド・コストシフター」あるいは単に「コストシフター」と呼ばれています。

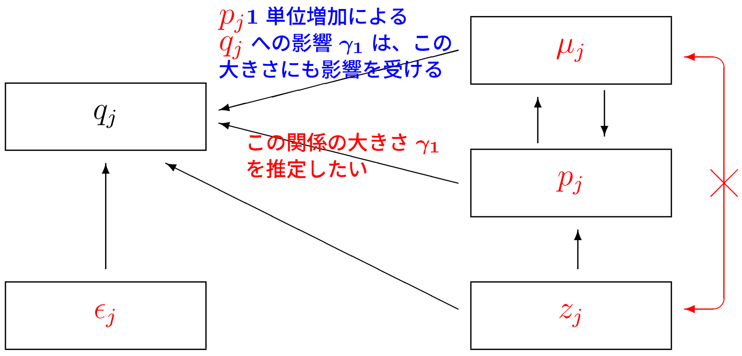
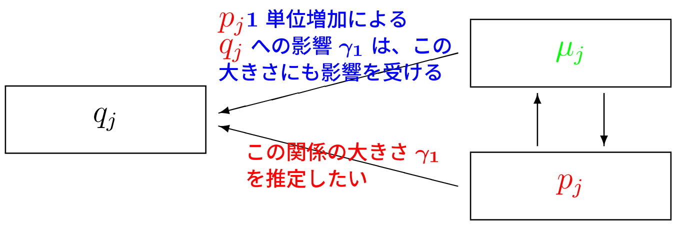


Figure 10: 操作変数 z_j を導入した場合

既出の Figure 2 をここで再掲し、これを拡張して、操作変数法の考え方をグラフを用いて説明します。以下の式で p_j が内生性を持ち、p_j と μ_j が相関を持つとします。

$$q_j \quad = \quad \beta_1 + \gamma_1 \cdot p_j + \mu_j.$$

すなわち以下のような関係になっていたのでした。



この場合 p_j の 1 単位の増加が、対応する q_j の減少とどのように関連しているのかは明確ではありません。なぜならこの設定では p_j の 1 単位の増加により μ_j をも増加または減少させ、その結果として q_j を増加または減少させるからです。したがって上記の需要関数パラメータ推定値である $\widehat{\gamma_1^{\text{OLS}}} = \text{Cov}\,(q_j, p_j)/V(p_j)$ と $\widehat{\beta_1^{\text{OLS}}} = \bar{q_j} - \widehat{\gamma_1^{\text{OLS}}} \cdot \bar{p_j}$ の推定値が偏ることは避けられません。

ここで外生的な操作変数 z_j を導入します。操作変数 z_j は q_j や p_j に対して Figure 10 のような関係を持ちます。この場合需要関数パラメータ推定値は $\widehat{\gamma_1^{\text{IV}}} = \text{Cov}\,(q_j, z_j)\,/\text{Cov}\,(p_j, z_j)$ と $\widehat{\beta_1^{\text{IV}}} = \bar{q_j} - \widehat{\gamma_1^{\text{IV}}} \cdot \bar{p_j}$ と書くことができます。

以下ではこの $\widehat{\gamma_1^{\text{IV}}}$ を二つの共分散の比で書くことが自然である理由を直感的に説明します。この式の分子 $\text{Cov}\,(q_j, z_j)$ は、均衡数量 q_j と操作変数 z_j の線形関係の強さをあらわします。操作変数 z_j は外生的であり、もし良い操作変数を選ぶことができたのであれば、それは均衡価格 p_j に与える影響のみを通して均衡数量 q_j に影響を与えます。操作変数 z_j が均衡価格 p_j に与える影響以外に均衡数量 q_j に影響を与えないことは、Figure 10 の右側で z_j と μ_j の相関関係が否定されていることからも分かります。この式の分母 $\text{Cov}\,(p_j, z_j)$ は内生変数である均衡価格 p_j と操作変数 z_j の線形関係の強さをあらわします。

操作変数 z_j が変わるについて均衡数量 q_j がどの程度線形に動くかを測る $\text{Cov}\,(q_j, z_j)$ と、均衡価格 p_j がどの程度線形に動くかを測る $\text{Cov}\,(p_j, z_j)$ を Figure 10 に書き加え、Figure 11 を作成します。操作変数 z_j は均衡価格 p_j のみを通して均衡数量 q_j に影響する

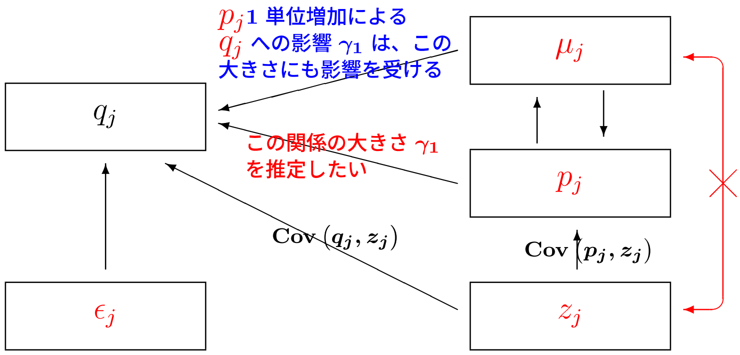


Figure 11: 操作変数 z_j を導入した場合。$\mathrm{Cov}\,(q_j, z_j)$ と $\mathrm{Cov}\,(p_j, z_j)$ を書き加えた。

ので、$\mathrm{Cov}\,(q_j, z_j)$ の大きさは $\widehat{\gamma_1^{\mathrm{IV}}}$ と $\mathrm{Cov}\,(p_j, z_j)$ の掛け算になるはずです。これが $\widehat{\gamma_1^{\mathrm{IV}}} = \mathrm{Cov}\,(q_j, z_j)\,/\mathrm{Cov}\,(p_j, z_j)$ という操作変数推定量が妥当だと考えられる直感的な説明です。

4.3 2 段階最小二乗法と操作変数法

操作変数としての候補が複数ある場合には、上記の操作変数法をそのまま用いることができません。そこでしばしば用いられるのが、2 段階最小二乗法（two-stage least squares）で、2TSLS もしくは TSLS と略されます。操作変数が一つの場合、2 段階最小二乗法によるパラメータ推定結果は、操作変数法と同じになります。上記にならってその推定方法をまとめます。

第 1 段階 内生変数である均衡価格 p_j に対して、すべての操作変数（本稿では z_j のみ）と均衡数量 q_j を説明するその他の外生変数である需要シフター（本節の例ではコストシフターはありませんでしたが、式 (5) では需要シフター x_j がこれに相当します）により線形回帰を行なう。

第 2 段階 内生変数 p_j の適合値 $\widehat{p_j}$ をモデル $q_j = \beta_1 + \gamma_1 \cdot p_j + \mu_j$ の p_j に代入して、均衡数量 q_j に対して、線形回帰を行う。

2 段階最小二乗法が有効な理由を Figure 12 を用いて視覚的に説明します。Figure 12 には p_j の代わりに、$\widehat{p_j}$ が書き加えてあります。操作変数 z_j は μ_j と相関を持たず、さらに均衡価格 p_j のみを通して均衡数量 q_j に影響を与える変数なので、z_j を説明変数として回帰した適合値 $\widehat{p_j}$ も μ_j と相関を持ちません。したがって Figure 12 では Figure 10 や Figure 11 にあった p_j と μ_j の相関を示した向きが異なる二本の縦方向の直線に×がつけてあります。

操作変数として z_j を用いた場合、上記で $\widehat{\gamma_1^{\mathrm{IV}}} = \mathrm{Cov}\,(q_j, z_j)\,/\mathrm{Cov}\,(p_j, z_j)$ となることを説明しました。需要関数の説明変数が p_j しかない場合の 2 段階最小二乗法の第 1 段階を $p_j = a + bz_j + e_j$ と定式化すると、$\widehat{b^{\mathrm{OLS}}} = \mathrm{Cov}\,(p_j, z_j)\,/\mathrm{V}\,(z_j)$ と書くことができます。第 2 段階では q_j を $\widehat{p_j}$ で線形回帰するのですから、$\widehat{\gamma_1^{\mathrm{2SLS}}} = \mathrm{Cov}\,(q_j, \widehat{p_j})\,/\mathrm{V}\,(\widehat{p_j})$ と書くことができます。

$\widehat{\gamma_1^{\mathrm{2SLS}}}$ に対して以下のように展開します。具体的には、2 番目の等号の右辺で $\widehat{p_j} = \widehat{a^{\mathrm{OLS}}} + \widehat{b^{\mathrm{OLS}}} z_j$ を代入し、5 番目の等号の右辺で $\widehat{b^{\mathrm{OLS}}} = \mathrm{Cov}\,(p_j, z_j)\,/\mathrm{V}\,(z_j)$ を代入すると、以下の

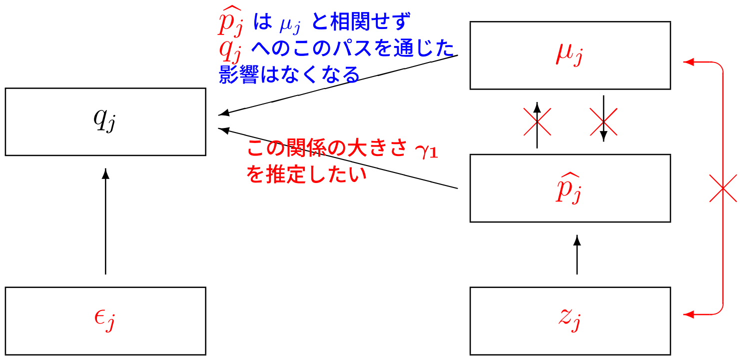


Figure 12: 操作変数 z_j を用いた 2 段階最小二乗法

ように展開され $\widehat{\gamma_1^{\mathrm{IV}}}$ に等しくなることがわかります。

$$\begin{aligned}\widehat{\gamma_1^{\mathrm{2SLS}}} &= \frac{\mathrm{Cov}\left(q_j, \widehat{p_j}\right)}{\mathrm{V}\left(\widehat{p_j}\right)} = \frac{\mathrm{Cov}\left(q_j, \widehat{a^{\mathrm{OLS}}} + \widehat{b^{\mathrm{OLS}}} z_j\right)}{\mathrm{V}\left(\widehat{a} + \widehat{b} z_j\right)} = \frac{\widehat{b^{\mathrm{OLS}}} \cdot \mathrm{Cov}\left(q_j, z_j\right)}{\widehat{b^{\mathrm{OLS}}}^2 \cdot \mathrm{V}\left(z_j\right)} \\ &= \frac{\mathrm{Cov}\left(q_j, z_j\right)}{\widehat{b^{\mathrm{OLS}}} \cdot \mathrm{V}\left(z_j\right)} = \frac{\mathrm{Cov}\left(q_j, z_j\right)}{\mathrm{V}\left(z_j\right)} \cdot \frac{\mathrm{V}\left(z_j\right)}{\mathrm{Cov}\left(p_j, z_j\right)} = \frac{\mathrm{Cov}\left(q_j, z_j\right)}{\mathrm{Cov}\left(p_j, z_j\right)} = \widehat{\gamma_1^{\mathrm{IV}}}.\end{aligned}$$

この $\widehat{\gamma_1^{\mathrm{2SLS}}}$ の標準誤差を求めるためには、その分散共分散を計算しなければなりませんが、そのためには第 2 段階の適合モデルの残差の 2 乗和に小さな補正を加えなければならないことが知られています。具体的には、残差二乗和を計算する際の残差として、第 2 段階で用いた内生変数 p_j の適合値 $\widehat{p_j}$ ではなく、すなわち $\widehat{\mu_j} = q_j - \widehat{\gamma_1^{\mathrm{2SLS}}} \widehat{p_j}$ ではなく、本来の内生変数 p_j を用いて、すなわち $\widehat{\mu_j} = q_j - \widehat{\gamma_1^{\mathrm{2SLS}}} p_j$ を用いる必要があります。

4.4 離散選択モデルにふさわしい操作変数とは

市場シェアレベルで（個人個人の）需要を合計した総需要を推定するために離散選択アプローチを用いるということは、製品やサービスを（その製品やサービス）特性のまとまりとして扱い、それに基づいて需要関数を推定することでした。操作変数の**関連性**の基準を満たすためには、操作変数が対象となる製品ごと、サービスごと、あるいはブランドごとにばらつきがあり、それら製品ごと、サービスごと、あるいはブランドごとの価格と相関をもつことが必要となります。

4.4.1 コストシフター操作変数

コストシフターの場合は、市場や（代替）製品が多数ある場合、特にブランド内では同じ値である可能性が高いため、離散選択モデルにおいては関連性を満たさない可能性があります。というのも原材料が製品や市場に関わらず同じ比率で使用されている場合、製品や市場に関わらず、その製品やサービス）のカテゴリー内ではコストシフター操作変数の値はばらつきがなくなるからです。

またたとえばらつきがあったとしても、同じカテゴリー内の一部の製品（やサービス）にしか使用されない原材料のインプット・コストや、一部の市場にしか適用されない関税

などのコストシフターも操作変数としては不適切となります。さらに実際の問題として、あらゆる製品（またはサービス）の総費用に占める限界費用または各投入の比率に関する情報は社外には出てこない情報であるため、研究者が入手するのは困難です。[6)]

さらに、すでに述べたように、値上げなどのコストショックの価格転嫁率は市場構造に依存する可能性が高いという点にも留意する必要があります。もし市場が競争的であれば、コスト・ショックの価格転嫁はより高い割合で、より頻繁に起こる可能性が高いでしょう。しかしながら市場が独占的であれば、そのような価格転嫁は競争的な市場より低くなると思われます。なぜなら、そのような市場では製品やサービスの供給者はすでにかなりの利益率を確保しているため、価格転嫁をすることに対するインセンティブは競争的な市場であった場合よりも低いと思われるからです。そのような非競争的な市場における製品またはサービスを分析するには、コストシフターは操作変数として**関連性**が低いと考えられます。

4.4.2 ハウスマン操作変数

研究対象とする製品やサービスの近隣市場における情報が入手可能だと仮定します。近隣市場における同商品の同時点の価格をハウスマン操作変数と呼びます。これが操作変数として相応しい場合、上述のコストシフターと同様な考え方に従います。すなわち、たとえコストシフターそのものを観測できない場合でも、同一の製品カテゴリーにおける生産コストの散らばりが存在し、ある生産者が市場ごとに設定する価格の散らばりを説明している可能性が高いことを想定しています。つまり、近隣市場での価格上昇（低下）は生産者のコスト上昇（低下）を示唆し、その結果、対象市場での製品価格も上昇（低下）する可能性があります。ただし**関連性**を満たすために、コストショックは市場間で相関している必要があるとともに、**外生性**が保たれるために需要ショックが市場間で相関していない必要もあることは言うまでもありません。

価格はコストだけでなく需要の弾力性も反映しています。需要の弾力性は市場間で相関している可能性があり、もしそうであれば、この手法では、意図した外生的なコストショックではなく、内生的な需要ショックを計算に持ち込むことになります。例えば、小売店舗で実施されている広告キャンペーンが複数の市場で実施されており、かつ研究者がその事実を観測していなければ、近隣市場からの相関のある需要ショックが対象とする市場の計算に持ち込まれ、**外生性**の条件に違反することになります。私たちが分析してきたビールデータは全国的なものであり、地域情報は含まれていないため、この操作変数についてはこれ以上言及しません。

4.4.3 BLP 操作変数

第 3 のタイプの操作変数は、しばしば「BLP 操作変数」と呼ばれます。Pakes (1994) および Berry, Levinsohn, and Pakes (1995) [7)]において、著者らは、1) 自社製品特性、2) 自社が製造する他の製品における上記 1) 以外の特性の合計、3) 競合他社製品における上記 1) 以外の特性の合計、を提案しています。

1）自らが観測した製品特性（複数）を「価格以外の特性」とみなすことについて、これを操作変数として支持する論拠は以下のロジックに従います。すなわち、企業が製品を

[6)] この明らかな例外は、税や関税です。

[7)] BLP 操作変数の BLP という名前は、この 1995 年のセミナルな論文の著者 3 名の頭文字をとったものです。

最初に設計・開発する際に、まず観測可能な特性を設定し、次に式 (4) における観測されない製品特性の期待値 ξ_j を観測し、それらの要因に基づいて、市場導入時の価格を設定するのであれば、この製品特性は価格に相関を持ち、[8)] **関連性**があることになります。

2）については、その企業が生産する他の製品について、1）で考慮した以外の特性の合計を、価格以外の特性として捉えます。この合計が、その企業が置かれた環境に応じて生産する傾向にある製品の特性を捉えているという主張が、これを操作変数として支持する根拠となります。というのもその傾向は、検討対象の企業のコスト構造を反映しており、その意味で**関連性**を満たしているからです。

3）競合他社の製品における上記 1）以外の特性の合計額を「非価格特性」とみなし、これが操作変数としてふささしいことを裏付ける論拠は、この合計値は、まず競争市場における製品カテゴリーの特性の組み合わせに対する消費者の支払意思に影響を与えており、次に検討対象の製品の市場シェアに影響を与え、最後にその製品の利益（マークアップ）に影響を与えるので、**関連性**を満たしているからというものです。このように、この操作変数は検討対象の商品の価格に相関します。

BLP 操作変数で確認すべき重要な条件は、自社および競合他社の製品特性が、式 (4) の観測されない需要特性 ξ とは相関をもたないことです。例えば、観測されない製品特性に対する消費者の評価（またはサービス）を観測する前に、企業が自社の製品（またはサービス）の特性を決定した場合、この条件は満たされる可能性が高いと言えます。

しかし、企業が需要ショックを観測し、（可能であれば）そのような需要ショックを反映するために製品特性を変更または追加することを選択した場合、その条件は満たされず、外生性の条件はもはや成り立たないため、この BLP 操作変数は劣悪な操作変数となります。[9)]

BLP 操作変数の基本に戻ります。以下の式 (4) の需要方程式で使用する変数を指定する必要があります。

$$\ln(\sigma_j) - \ln(\sigma_0) = \delta_j = \boldsymbol{x}'_{1j}\boldsymbol{\beta} - \alpha p_j + \xi_j.$$

製品の価格 p_j と相関があり、選択肢 j の需要側の観測されない品質 ξ_j とは相関がない変数または変数群が BLP 操作変数として適切です。選択肢の特性である $\boldsymbol{x}_{1j}$ は外生変数であると仮定します。つまり、これらの特性は意思決定者が利用可能な選択肢を評価する前に決定され、この評価もまた観測されない代替特性に基づいています。

Berry, Levinsohn, and Pakes (1995, p.855) は操作変数の選択に関してこう述べています。

> 選択肢 j に対する操作変数には、他のすべての選択肢の特性とコストのシフターの関数が含まれていることを認識することが重要です。この直感は、寡占市場

[8)] 多くの企業では自らが提供する製品やサービスの価格設定に際して、目標価格を先に設定し、その販売価格でも利益がでるように生産コストを振り分けて行くという目標価格設定法（ターゲット・コスティング）が行われ、管理会計の文献やビジネススクールのケースでも多くの例が紹介されています。これは製品やサービスのバリューを消費者が判断する場合に、製品特性と価格のバランスをみて価値を判断する傾向があるという消費者行動の現実を反映したものになっています。その意味でこの仮定はあながち的外れではありません。

[9)] ある程度の長期にわたってみた場合、企業が消費者の需要を反映して製品やサービスの特性を変更または追加して、製品やサービスを消費者の好みに合わせようとするのは、当然のことです。したがって、この条件はクロスセクションの解析ではあまり問題にならないかもしれませんが、パネルデータの解析では満たされない可能性が否定できません。

における価格設定の自然な特徴から導かれます。代替品として良いものがある場合、その製品はマージンを低く抑えられる傾向があります。一方、そうでない製品はマージンを高く設定し、コストに比べて価格を高く設定することができます。同様に、ナッシュ・マークアップは自社製品と競合他社製品に対して異なる反応を示すため、多種の製品を製造している会社自身が製造している製品の特性と、競合他社が製造する製品の特性を区別できる操作変数が最適であるはずです。

4.5 ベルトラン（ナッシュ）均衡

大学一年生で一般教養として履修することもある経済原論において、ナッシュ均衡が成り立っている完全競争市場では、その市場に参加する企業は価格決定権を持たず、価格が限界費用に等しくなると説明していたと思います。私たちの取り扱う市場は寡占市場であり、製品差別化がある点で経済原論の状況とは異なります。

ここでは、

https://www.concurrences.com/en/dictionary/bertrand-nash-equilibrium

より、ベルトラン（ナッシュ）均衡の概要を紹介し、上記のナッシュ・マークアップについて説明します。他のすべての企業の戦略を一定と仮定した場合に、どの企業も異なる戦略を選択することでより高い利益を得ることができない場合、一連の戦略はナッシュ均衡と呼ばれます。噛み砕いて言うと、市場の他のすべての企業がとっている行動を前提とした場合、各企業が最高の利益を上げている場合にナッシュ均衡が成立しています。

この結果は以下のように説明できます。企業が A・B 社 2 社だけだと仮定します。A 社が限界費用以上の価格を設定したとします。B 社の利益最大化価格は、A 社よりわずかに低く、限界費用以上の価格を設定し、すべての市場需要を獲得することになります。しかし B 社がそのように行動した場合、A 社は B 社よりわずかに低い価格を設定することで、より良い結果を得ることができます。この値下げ競争は価格が限界費用に達するまで続きます。いずれの企業にとっても、限界費用を下回る価格設定は理にかなっていません。したがって、ベルトラン（ナッシュ）均衡では、価格が限界費用と等しくなります。

しかしながら現実の寡占市場ではこのようなことは起こっていないと考えられます。寡占的市場は通常競争的ではなく、限界費用以上の価格設定になるという前提を私たちは持っています。より直感的に納得のいく結果を得るためにモデルを変更する最も一般的な方法は、企業が差別化された製品を販売していると仮定することです。これにより、競合他社が自社よりわずかに低い価格を設定しても、企業は販売のすべてを失うことはありません。したがって標準的な（同質製品における）ベルトラン・モデルにおける限界費用と同等の価格設定を導く論理が成り立たなくなります。

これを理解するために A・B2 社がともに限界費用を価格として設定したと仮定してみます。A 社は限界費用を少し上回る程度に価格を引き上げるインセンティブがあります。なぜなら、差別化により B 社の製品よりも A 社の製品を好む顧客は引き続き A 社の製品を購入するからです。これは、限界費用と価格が等しい場合に利益がゼロになるのではなく、販売し続けた分については利益が出るため、A 社の利益を増やすことになります。B 社も同じインセンティブに直面しています。その結果、両社とも、もう一方の企業が設定した価格を考慮すると、これ以上の値上げが利益にならないという時点まで、限界費用を上回る値上げを行うことになります。これもナッシュ均衡の状態です。

この場合、価格が原価を上回る程度は、製品間の差別化の程度によって決まります。つまり、製品がより差別化されるほど、価格はより上昇します。逆に市場に参入する企業が増えれば、製品間の差別化が少なくなるため、価格が低下する傾向にあります。これは、供給業者の数が増えると価格が下がるという我々の直感と一致します。

前述し、以下に再掲する Berry, Levinsohn, and Pakes (1995, p.855) の内容は、このように製品差別化が行われている寡占市場においてナッシュ均衡の状態にありながら、企業が価格設定権をある程度持っている状態をさしています。

> 同様に、ナッシュ・マークアップは自社製品と競合他社製品に対して異なる反応を示すため、多種の製品を製造している会社自身が製造している製品の特性と、競合他社が製造する製品の特性を区別できる操作変数が最適であるはずである。

4.6 BLP 操作変数の計算

企業 f が生産する選択肢の集合を $\mathcal{J}_f$ とします。Berry、Levinsohn、Pakes (1995, p.861) は、企業 f が生産する選択肢 j に対する 3 つの効率的な操作変数の集合を提案しています。

グループ 1 企業 f によって生産された選択肢 j の外生のある選択肢特性 $\boldsymbol{x}_{1j}$,

グループ 2 企業 f によって生産された選択肢 j 以外の選択肢に関するある外生特性の合計、すなわち、$\sum_{l \neq j, l \in \mathcal{J}_f} \boldsymbol{x}_{1j}$, および

グループ 3 企業 f 以外の企業が提供する、選択肢 j 以外の選択肢に関するある外生特性の合計、すなわち、$\sum_{l \neq j, l \notin \mathcal{J}_f} \boldsymbol{x}_{1j}$.

私たちのビールのデータにおける外生変数である選択肢特性としてたとえばアルコールを選ぶことにします。アルコールを用いたグループ 1 の操作変数は以下の通りです。

```
5.0 4.2 4.4 4.5 5.0 4.2 8.0 4.6 4.2 5.4
```

アルコールを用いたグループ2の操作変数ですが、たとえばバドワイザーの場合、ABInBev の残りの3つの選択肢、ミケロブ、ブッシュ、ナチュラルライトの合計値で 4.2+4.6+4.2=13 となります。同様に、ミケロブのグループ 2 の操作変数は、残りの ABInBev の 3 つの選択肢であるバドワイザー、ブッシュ、ナチュラルライトでの合計値で 5.0+4.6+4.2=13.8 となります。プログラムを書いてこれらを計算すると、アルコールのグループ 2 の操作変数は以下の通りです。

```
13.0 13.8 4.5 4.4 4.2 5.0 0.0 13.4 13.8  0.0
```

アルコールを用いたグループ3の操作変数は以下になります。Budwiser（上の表記における選択肢 j に相当）が ABInBev（上の表記における企業 f に相当）によって製造されているので、$l \neq j$ は Budwiser 以外のブランドのビールについて合計が取られることを意味し、かつ $l \notin \mathcal{J}_f$ は ABInBev 以外の親会社によって製造されたブランドのビール選択肢について合計が取られることを意味します。バドワイザーは ABInBev が製造しているため、$l \notin \mathcal{J}_f$ は、ABInBev が製造していない 6 つの選択肢—Modelo、Corona Premier Mexican Lager Light Beer、Coors Banquet Lager Beer、Miller Lite American Light Lager Beer、 White Claw Hard Selzer、Heineken—を対象に合計が取られていることを意味し、この選択肢の集合には論理的にバドワイザーは含まれていません。したがって、グループ 3 の操作変数を計算する際には $\sum_{l\neq j, l\notin \mathcal{J}_f} \boldsymbol{x}_{1j} = \sum_{l\notin \mathcal{J}_f} \boldsymbol{x}_{1j}$ である点に注意し、さらにたとえば ABInBev が製造している 4 つのブランドのビールのアルコールを用いたグループ 3 の操作変数は同じ値をとります。プログラムを書いてこれらを計算すると、アルコールのグループ 3 の操作変数は以下の通りです。

```
31.5 31.5 40.6 40.6 40.3 40.3 41.5 31.5 31.5 44.1
```

3 つの BLP 操作変数があるので、それぞれの操作変数法による需要関数パラメータの推定値をたとえば `ivreg` パッケージを用いて計算することができます。この `ivreg` パッケージは、2 段階最小 2 乗法（2SLS）推定を用いた操作変数回帰の包括的な実装を提供します。IV モデルは、`ivreg()` の引数内で 3 つの部分に指定することができます。具体的には従属変数 外生変数（複数の場合+で区切る）| 内生変数（複数の場合+で区切る）| 操作変数（複数の場合+で区切る)）で示される複数の外生変数、（複数の）内生変数、および（複数の）操作変数です。内生変数 `unit_price` に対してグループ 1 の操作変数 `alcohol` を用いると、結果は以下の通りです。

```
Call:
ivreg(formula = log(share) - log(0.76) ~ Busch_dummy + Natural_Light_dummy +
    0 | unit_price | alcohol)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-0.9408 -0.6631  0.0000  0.1999  1.6838

Coefficients:
                    Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
unit_price           -2.5338     0.2006 -12.634  4.5e-06 ***
Busch_dummy          -2.1969     0.8984  -2.445   0.0444 *
Natural_Light_dummy  -2.9392     0.8899  -3.303   0.0131 *
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.8812 on 7 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.968, Adjusted R-squared: 0.9543
Wald test: 70.26 on 3 and 7 DF,  p-value: 1.368e-05
```

同様に内生変数 `unit_price` に対してグループ 2 の操作変数 `Group2_instrument_for_alcohol`、およびグループ 3 の操作変数 `Group3_instrument_for_alcohol` を用いた結果は以下の通りです。

```
Call:
ivreg(formula = log(share) - log(0.76) ~ Busch_dummy + Natural_Light_dummy +
    0 | unit_price | Group2_instrument_for_alcohol)
```

```
Residuals:
       Min         1Q     Median         3Q        Max
-8.919e-01 -6.114e-01  8.882e-16  2.630e-01  1.788e+00

Coefficients:
                    Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
unit_price           -2.5730     0.2997  -8.587 5.79e-05 ***
Busch_dummy          -2.1627     0.9354  -2.312   0.0540 .
Natural_Light_dummy  -2.9150     0.9169  -3.179   0.0155 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.898 on 7 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9668, Adjusted R-squared: 0.9526
Wald test:    41 on 3 and 7 DF,  p-value: 8.254e-05


Call:
ivreg(formula = log(share) - log(0.76) ~ Busch_dummy + Natural_Light_dummy +
    0 | unit_price | Group3_instrument_for_alcohol)

Residuals:
       Min         1Q     Median         3Q        Max
-9.172e-01 -6.381e-01 -8.882e-16  2.304e-01  1.734e+00

Coefficients:
                    Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
unit_price           -2.5528     0.1995 -12.799 4.12e-06 ***
Busch_dummy          -2.1804     0.9056  -2.408   0.0469 *
Natural_Light_dummy  -2.9275     0.8972  -3.263   0.0138 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.8887 on 7 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9675, Adjusted R-squared: 0.9536
Wald test: 71.37 on 3 and 7 DF,  p-value: 1.298e-05
```

alcohol を操作変数として用いた場合の均衡数量および均衡価格の近傍における価格 1 単位が log(share) に及ぼす影響は 2.5338〜−2.5730 前後のようです。

5 結語

与えられたデータを解析する場合、そのデータがどのように生成されてきたかについて注意を払う必要があることは少なくありません。少なくとも二つ以上の相異なる作用がせめ

ぎ合った結果として観測される均衡点の情報を手がかりに、その均衡点の近傍にある反実仮想の情報を抽出することを求められる場合などがその良い例でしょう。ミクロ経済学分野の実証産業組織論やマーケティング・サイエンスに例をとり、本稿では後者のタイプのデータである均衡数量と均衡価格が与えられている場合に、どのような周辺知識や洞察が求められるのかを、その全体像が見渡せるようにグラフィックスを多用しながら解説しました。反実仮想の典型的な例として、生産者が提供する製品やサービスの価格を少し上げた場合に、その製品やサービスの需要がどうなるかという需要関数の推定の問題を取り上げました。特に均衡点の近傍にある反実仮想の情報を推定する方法として様々な操作変数法について、簡単な数値例も用いて解説をしました。

この目的のために本稿では離散選択モデルとしてロジットモデルを採用しました。ロジットモデルには赤バス－青バス問題に代表されるように代替パターンが不自然なこと、選択確率を計算する際に消費者の多様性を表す項が積分されて消えてしまう結果、個々の消費者がもつ多様性を描くことができないこと、など広く知られている欠点があります。代替パターンをより現実的なものとできるネスティッド・ロジットモデル、あるいは代替パターンだけでなく、消費者の多様性を取り込むことができるミックスト・ロジットモデルやランダム係数ロジットモデルなどが応用研究で用いられるようになっています。

本稿でそれらのモデルを否定する意図は全くありません。特にランダム係数ロジットモデルは研究者の計算能力が増すにつれ応用研究の面でもより重要になってきています。このモデルの漸近分散がかなり大きくなるため、実用化するための努力を 2008 年頃に大学院生と始めました。供給サイドと人口動態のマイクロモーメント情報を加えてこのモデルの需要サイドのパラメータ推定値の漸近分散を小さくする必要があることに思い至りました。具体的には選択肢の数が増加するもとでパラメータ推定値の弱一致性や漸近正規性を導きだすために、標本数やシミュレーテッドモーメント等の増加速度が満たさなければならない十分条件を導きだすための、理論研究とシミュレーション実験を始めました。その結果となる論文を RIMS の研究会でも発表したことを覚えています。

Myojo, S. and Kanazawa Y. （2012), ”On Asymptotic Properties of the Parameters of Differentiated Product Demand and Supply Systems When Demographically-Categorized Purchasing Pattern Data are Available,” *International Economic Review* 53(3), pp.887-938.

しかしながら、検証のためのシミュレーション実験では、Windows OS によるオーバーヘッドを排除した高性能な計算機を用いたとしても、数週間を要すことも少なくありませんでした。ランダム係数ロジットモデルでは、目的関数が滑らかではなく、局所的な最大値や最小値に入るとそこから抜け出すことができないため、よく用いられてきた gradient descent 系のアルゴリズムが用いることができなかったのがその理由です。ランダム係数ロジットモデルはその重要さにもかかわらずこの問題を抱えているため、本稿では一切言及しませんでした。

離散選択モデルの選択は重要ですが、需要関数の推定にあたっては、各所への目配りが必要です。具体的には離散選択モデルをより洗練されたものに代えただけでは解決しえない水平・垂直のゲーム理論の問題、市場の性質の理解、そしてなによりも内生性など重要な問題を同時に抱えており、これらにも十分な注意を払ったバランスの取れた発展があると強く感じます。統計学を専門とする方々が、これらの問題への知識と洞察力の必要性に一層の注意を向けて頂くきっかけとなれば、本稿の意味はあったかと思います。