

固体境界を有する旋回流の渦崩壊現象の解析

非常勤講師 京藤 敏達 (Harumichi KYOTOH*)

* Corresponding author: harumichi.kyotoh@gmail.com

2025年9月15日

概要

旋回流ジェットは、スワール数が大きくなると、噴き出し口に付着し、放射方向に噴射する。高速ビデオで渦核を撮影すると、噴出口で渦核が歳差運動し、単一渦核がスパイラル状に渦崩壊している様子が観察される。歳差運動の旋回周波数は、渦核外縁の流体粒子の旋回周波数の1/10程度である。本研究では、この現象を解析するために、縮小拡大管路内の旋回流の数値計算を行った。上流端は壁面に沿う軸対称噴流（半径および角度）、下流端には拡大管に軸対称固体が挿入され、この間隙から流体が圧力一定下で放出される。計算パラメータは、軸対称噴流の管中心軸に対する角度（スワールパラメータ）および軸対称固体と管壁の距離となる。スワールパラメータの大きさにしたがってバブル型もしくはスパイラル型の渦崩壊が発生し、拡大管のテーパ角および軸対称固体の位置によりコアンダ効果が発現する。

1 序論

まず、本研究対象の旋回流型微細気泡発生器の要点を説明し、最後に本研究目的および方法を述べる。

1.1 旋回流型微細気泡発生ノズル

旋回流を利用した機器に、Ranque-Hilsch vortex tubeがあり、これは気体の断熱膨張を利用した冷凍器である。円筒容器の内壁に接線方向に気体を噴射することで旋回流を発生し、旋回流中心部で圧力が低下することで、断熱膨張した低温気体が生成され、旋回流中心から噴出するものである。この際に、渦笛 (vortex whistle)[32, 9, 8] という音波が発生し、その周波数は装置を通過する気体の流量に比例する。渦笛は、渦核がスパイラル状に変形して回転するときの回転周波数が音の高さとして捉えられる現象である。一方で、渦崩壊は、翼端から剥離した渦でも発生することから、航空宇宙分野の重要な課題として研究が進められた [4, 17, 25]。渦崩壊の基礎的な研究対象としては、旋回流を伴う円管内流れて現れるバブル型およびスパイラル型の渦崩壊が挙げられる。近年は、燃焼器に渦崩壊現象が利用されている [37]。

旋回流型マイクロバブル発生器は、気液二相流の渦崩壊流れを利用して、微細気泡を生成する装置である [40, 41]。このマイクロバブル発生器は、大成 [39] によって考案され、現在様々なタイプの旋回流型微細気泡発生器が存在する。旋回流型微細気泡発生器は、Ranque-Hilsch vortex tubeと同様にスワローを有しており、従って、形状も同様である。仮に、vortex tubeを水中に没して、低圧部から気体を供給すれば、気液二相流の渦崩壊流れとなり、微細気泡が生成されると考

えられる。ただし、効率的に微細気泡を生成するには、渦崩壊現象と気体の微粒化に関する知見を要する。また、気液二相流であるため、気柱および気泡の発生に伴って音波が発生する。

図1に旋回流型微細気泡発生ノズルを示す[41]。水は右から流入し、vane swirlerで旋回流となり、テーパ部で縮流され、ノズル前面（左）から水中に放出される。気体を gas supply tube から供給すると vane swirler 中心から気柱が発達し、ノズル前面に達した気柱左端部から気体が微粒化される。気体の微粒化は、キャビテーションバブルの崩壊時に気泡が粉碎される場合と同様に、低圧気泡が高圧に曝されることで行われる。

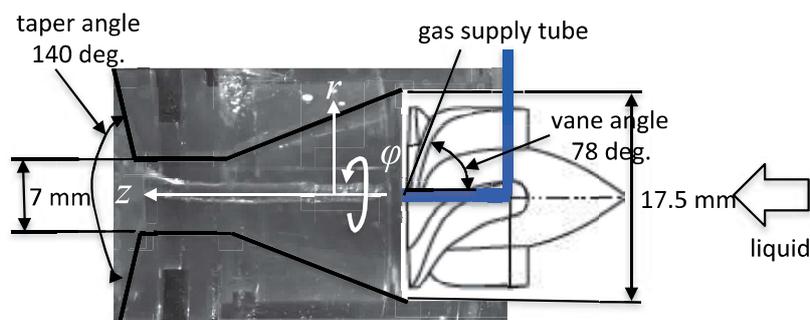


図 1: 旋回流型微細気泡発生器

図2は、旋回流ベーン通過後の流れのノズル縮流部の可視化写真である。旋回流中心に気柱が発達し（図2(b)）、ノズル出口で気柱が微粒化している。ノズルテーパ部に形成される渦核は、出口の管路部で不安定となり歳差運動を行う。これをノズル出口前面から見ると、スパイラル型の渦崩壊であることが分かる（図2(a)）。

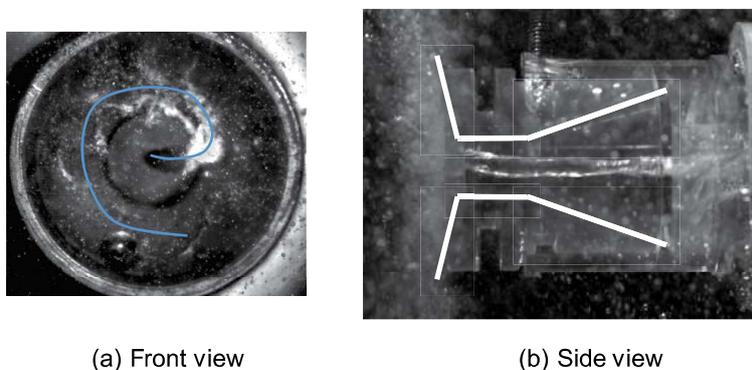


図 2: 微細気泡発生器における気柱形状. (a) Front view. (b) Side view.

この渦核の変形は渦崩壊[30]として知られている。歳差運動の周波数は、循環の保存則から、以下のように大まかに見積もることができる。まず、旋回流ベーンの外半径を R 、流路の深さを $R - R_0$ 、ベーンによる軸方向流の曲がり角（噴出角）を θ_v とすると、噴流の断面平均流速は $V = Q/A$, $A \equiv (\pi R^2 - \pi R_0^2) \cos \theta_v$, また周方向流速は、 $V_\theta = V \sin \theta_v$ となる。次に、ベーンで生成された循環が半径 r_e のノズル出口で保存され、渦核外部の流れがポテンシャル渦で近似でき

るとすれば、 $r = r_e$ における流体粒子の旋回振動数 f_e Hz は、

$$f_e = \frac{\tan \theta_v}{2\pi^2 \{1 - (R_0/R)^2\}} \frac{Q}{R r_e^2} \quad (1)$$

となる。歳差運動している渦核が、ノズルエッジにおける旋回流速で移流すると仮定すると、渦核と流体粒子の旋回周波数は等しくなる。図 1 の旋回流型微細気泡発生ノズルでは、 $\theta_v = 78$ 度、 $R = 1.75/2$ mm、 $R_0 = 1.0/2$ mm、 $r_e = 0.7/2$ mm であり、実験によれば、流量が $Q = 10.7$ L/min のとき渦核の旋回周波数は 521 Hz [41]、式 (1) による概算値は $f_e = 589$ Hz であり、これらは極めて近い値となる。したがって、渦核の歳差運動は、角運動量の保存則にしたがう移流運動と考えることができる。

1.2 歳差運動

スパイラル型の渦崩壊では、渦核の旋回流がスパイラル状になり対称軸周りに歳差運動することが知られている [9]。図 3 は、図 2 のスパイラル型渦崩壊の様子を模式化したものである。旋回流型微細気泡発生ノズルにおけるスパイラル型渦崩壊では、噴流を有する渦核がスパイラル状に変形し、ノズル前面に付着して巻き付いており、渦核下流端で気泡が放出されている。この渦核の変形の様子は、給気量を 0 とした場合でも同様である。以上のことから、渦核の歳差運動の解明では、渦崩壊前の噴流を有する渦核がノズル出口で不安定となり、噴流を保持した状態でスパイラル状になる現象の解析を要する。この渦核の変形により、対称軸上ではビオサバールの法則にしたがって吸い込み流れが生じる。

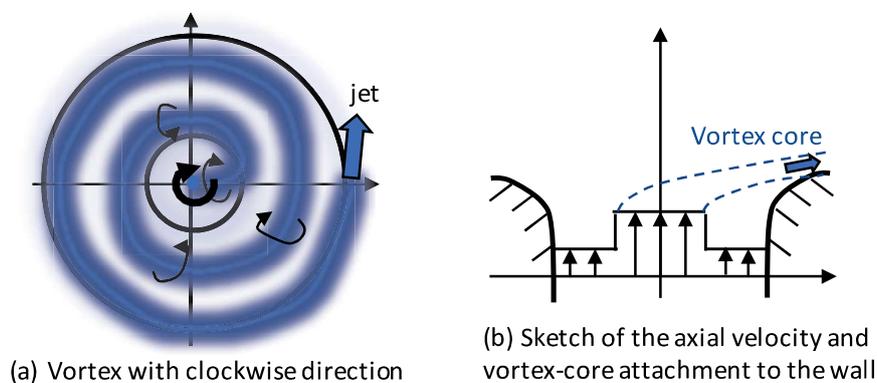


図 3: MB ノズル前面から見たスパイラル渦の模式図

上記の現象に関連した研究としては、無限に長い円筒内に軸方向流を持つ渦核が存在する場合について、helical waves の変形から歳差運動を説明する試みがなされている [2, 28]。ただ、彼らは、ビオ・サバールの法則を用いて無限遠方で接続する渦糸の運動を解析している。一方で、本微細気泡発生ノズルで形成される渦は、旋回流ベーンにより生成されるため、固体壁面上に一端を有しノズル出口でスパイラル状となり放射方向に移流するという現象 [41] の解析が要求される。

1.3 渦崩壊

Benjamin は渦崩壊は超臨界から亜臨界に至る流れであり、跳水と同様にエネルギー損失を伴うとした [4]. 一方, Keller J. J. ら [21, 22] は, Bragg and Hawthorne 方程式 (B-H 方程式) に基づいた解析により, エネルギー損失の無い渦崩壊が可能であることを示し, 渦崩壊後は dead water 領域が形成されるとして渦崩壊のモデル化を行った.

また, 流下方向に一様なスワールジェットに移流・絶対不安定性に関する研究 [18] により, 渦崩壊現象が絶対不安定性に依るとすると, その発生位置, 発生周波数などが説明できることが示された. 具体的には, 軸方向一様流を持つランキン渦に対しては, 解析的に固有値方程式が導かれ, 軸方向流が後流型の場合に Kelvin-Helmholtz 固有値のヘリカルモードが絶対不安定となりこと [29], および, Bachelor の q-vortex (外部流の無い後流) でもヘリカルモードが最も不安定となることが, 数値解析により示された [10, 34]. また, 軸対象モードの渦崩壊では, 流れが超臨界から亜臨界に遷移すること [4], ヘリカルモードの渦崩壊は絶対不安定性によって引き起こされ, その振動数は理論から予測される centre mode [24] の振動数に近い値となることが示された [35].

さらに, 上流端にスワールジェットが存在し, 下流に向かって移流する場合の 3次元の数値解析により, レイノルズ数およびスワール数が大きいときに, ヘリカルモードもしくはダブルヘリカルモードの渦崩壊が現れること [16], また, 軸方向流れがジェット型のときは軸対称モード, 後流型のときはヘリカルモードが成長することが示された. したがって, 軸方向流が噴流型のスワールジェットでは, 先ず軸対称モードの渦崩壊が発生し, それによって後流型の軸方向流となり, 次にヘリカルモードの渦崩壊に至ると推測される.

1.4 研究目的及び方法

本研究で対象とする微細気泡発生ノズルは, 旋回流が強く流れの全域が亜臨界の場合にも渦崩壊が発生するように設計されており, Benjamin の渦崩壊の定義は当てはまらない. また, 本ノズルでは, ノズル出口の曲率をコアンダ効果が発現するように設計されており, いわゆる「コアンダ効果により誘起された渦崩壊」であり, 境界形状が渦崩壊を誘引する. したがって, これまでの研究のように流下方向に一様な流れの安定解析では説明することはできない.

本研究では, 本微細気泡発生ノズルによって誘起される流れの基本的な特徴を再現できるモデルノズルを示し, そのノズル内の流れについて OpenFOAM による数値解析を行い, 不安定性の発現と高レイノルズ数域におけるスパイラル型の渦崩壊現象の再現を試みる. 不安定性の発現では, 低レイノルズ数域で Navier-Stokes 方程式の DNS, 実験で見られる渦崩壊現象は実験と同様のレイノルズ数域で LES(WALE) を用いる.

2 微細気泡発生ノズルのモデル化

2.1 vane-swirler

旋回流型微細気泡発生ノズルでは, 上流端の vane-swirler によって旋回流を生成するが, vane-swirler を含めた数値計算は計算不可が増加し, しかも入り口境界条件が軸対称流とはならない

め、現象の分析が複雑となる。そこで、本研究では vane-swirler による流れを軸対称流として与え、

$$U_x = q(r) \cos \psi, \quad U_\phi = q(r) \sin \psi, \quad (2)$$

とおく。ここで、 $q(r)$ はベーンを通過する流速、 r はノズル中心から壁面方向の距離、vane-swirler 砲弾部では $q(r)$ を 0 もしくは小さな値にすることで砲弾部の影響を考慮することができる。

2.2 圧力遮断ノズル

旋回流型微細気泡発生ノズルでは、スワール数もしくは Squire 数がノズル内の全域（縮流部を含む）で十分大きく、亜臨界状態であっても渦崩壊が発生する。また、微細気泡発生効率は、ノズル出口のテーパ角が大きい、換言すると、旋回流ジェットの屈曲角が大きいほど微細気泡発生効率が上がる。さらに、ノズル出口に旋回流中心部を閉塞するようなノズル（圧力遮断ノズル）を設置することによって、抵抗低減と気柱の圧力低下を引き起こし、微細気泡発生効率が上昇することが判明している。この圧力遮断ノズルがない場合には、ノズル出口中心部で吸い込み流れが発生する。数値計算における下流端境界条件の困難を避けるために、本計算では圧力遮断ノズルを設置した場合の計算を行う。

2.3 モデルノズル

本研究では、数値計算における下流端の境界条件の問題を除去し、効率的な微細気泡発生ノズルの設計を念頭に置いて、圧力遮断ノズルを設置した場合の数値解析を行う。

図 4 に本研究対象のモデルノズルを示す。境界条件は、以下の通りである。

- Inlet: 周方向に角度 ψ で噴射する軸対称ジェット。流下方向および周方向流速は、それぞれ $q(r) \cos \psi$, $q(r) \sin \psi$, $q(r)$ はベーンを通過する流速、 r はノズル中心から壁面方向の距離。
- Outlet: 流速のノイマン条件、圧力はディリクレ条件（ゲージ圧で 0）。
- Wall: 粘着条件。

微細気泡発生効率に関わるパラメータは、ジェット吹き出し角 θ とジェット流速 q , ps-nozzle と壁面の距離 d , テーパー角 ψ である。もちろん旋回流半径とノズル最小断面部の半径も重要なパラメータであるが、本研究では、実機微細気泡発生ノズルと同じ値を用いた。

3 ノズル内の流れの数値計算

本研究では、低レイノルズ数域におけるスパイラル型渦崩壊への遷移、および実用レイノルズ数域における渦崩壊流れに重点を絞って解析を進める。低レイノルズ数域における流れの遷移については、inlet の流速分布が剪断不安定とならないように線形の流速分布 $q(r) = q_0 r/R$, $q_0 = 0.01$ m/s, 一方で、実用レイノルズ数域では、ベーンからの噴流に近い流速分布 $q(r) = q_0 \{1 + \tanh k(r - R_v)\}/2$ を与える（図 5 参照）。

これらの流れの縮流部レイノルズ数は、断面平均流速を代表流速とすると、前者は 203, 後者は 23700 となる。

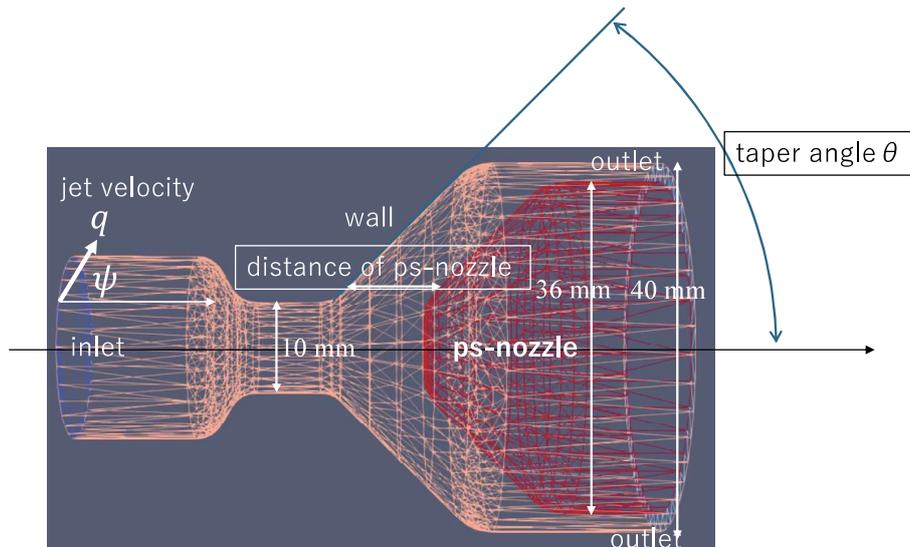


図 4: モデルノズル. inlet から流下方向に角度 ψ のジェットが生成, 生成された旋回流が圧力遮断ノズル:ps-nozzle 表面に沿ってノズル出口:outlet に至る. outlet では吸い込み流れはなく, ノイマン型の境界条件 or 流出条件を与える.

3.1 実用レイノルズ数域における渦崩壊

OpenFOAM に実装された LES(WALE) により計算した. ここで, inlet 境界条件は式 (5) で与え, ベーン角 ψ を 60 度, テーパー角は 30 度に固定した. テーパー角を大きくすると, 計算が不安定となることが分かった.

圧力遮断ノズルの効果を見るために, 挿入距離が $d=4\text{mm}$, 10mm , 18mm の場合を比較する (挿入距離が 0mm のときは, MB ノズルと圧力遮断ノズルの距離は 0 となり流路が閉塞する). 図 6(a),(b) は, それぞれノズル間距離 d が 4mm と 10mm の場合の壁面圧力とノズル内部の流線を示す. 流線上の圧力が色度で示されており, スパイラル形状の渦核中心部で圧力が低下しており, このスパイラル渦が MB ノズルテーパ部に付着, コアンダ効果が発現していることがわかる.

図 6(c) は, $t=7.26\text{ sec}$ におけるノズル中心線に沿う圧力 (kPa) および流速 (m/s) を示す. 圧力および流速は ps10 と ps18 で大きな違いはないため, 圧力遮断ノズルの影響は $d=10\text{mm}$ 以上となると小さいことがわかる. 一方で, ps4 の場合は inlet 中心の圧力が低下し (図 6(c)), inlet 壁面圧力は ps4 の方が ps10 よりも小さいことがわかる (図 6(a, b)). 以上の結果は, 実機の圧力遮断ノズルの効果, すなわち, MB ノズルと圧力遮断ノズルの距離が小さくなると, 吸い出し効果が現れ, 流量の増加と共に気柱圧の低下が引き起こされることに一致する. また, 図 6(c) から, inlet ノズル中心部に圧力の極値, 極値下流に流速が 0 となる領域が存在する. ここでは, バブル型の渦崩壊が発生しており, この渦崩壊は気柱圧を小さくし微細気泡発生効率を上げる役割を担うと考えられる.

図 6(d) は, MB ノズルテーパ部中心位置近傍における流速の大きさの時間変動を示す. ps10 の方が流速変動が大きい. 一方で, ピークの現れる振動数は, およそ 140 Hz (式 (1) では 87 Hz) であり, 圧力遮断ノズルの位置 (ps4, ps10) によって差ほど変化しない.

以上のことから, 旋回流型微細気泡発生に内の液体の流れに関しては, LES(WALE) で再現さ

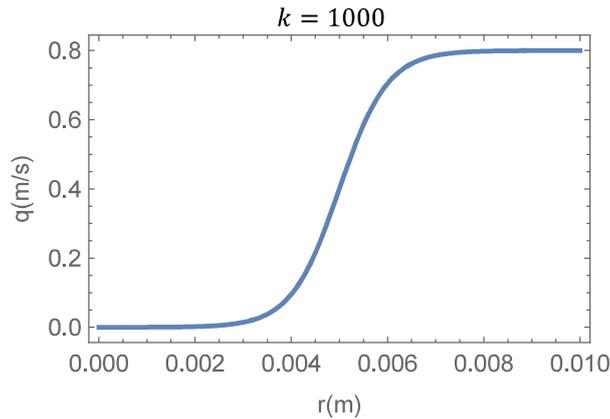


図 5: ベーンからの噴流: $q(r) = q_0\{1 + \tanh k(r - R_v)\}/2$, $q_0 = 0.8 \text{ m/s}$, $R_v = 0.01 \text{ m}$ for $k = 1000 \text{ m}^{-1}$. ここで, R_v は vane-swirler 砲弾部の半径である.

れる可能性がある. ただし, テーパー角を実機程度に大きくすると数値計算が不安定となり, 計算を完了することができなかった. おそらく, MB ノズル出口テーパー部で流れが不安定となることが原因と考えられる. 剥離を再現できる程度に境界層に多くのメッシュを配置することで, 計算の不安定性を解消する必要がある.

3.2 低レイノルズ数域における流れの遷移

バブル型からスパイラル型への渦崩壊を分析するために, 静止状態から inlet で剛体回転の旋回流 $q(r) = q_0 r/R$, $q_0 = 0.01 \text{ m/s}$ を与えた時の流れの時間発展を DNS で追った. ここでは, ベーン角は 70 度, テーパー角は 45 度に固定した.

圧力遮断ノズルの位置によらず, 静止状態から旋回流ジェットが下流に伝播し, テーパー部では剥離が発生, その後, バブル型の渦崩壊が圧力遮断ノズル左端から成長し, MB ノズルテーパー部に達する. 圧力遮断ノズルと MB ノズルの空間が少ない時 (ps4, ps10) は, 渦崩壊バブルは安定で準定常状態にある. 一方で, ps18 の時は渦崩壊バブルは不安定でスパイラル状の渦核が成長する. また, この不安定性は MB ノズルテーパー部頂点付近で発生している. 渦崩壊バブルが絶対不安定となり, スパイラル型渦崩壊に遷移する様子を示している.

ps18 における dp/dt の軸対称面におけるカラーマップから, 最小断面部の小領域 (絶対不安定性を持つ流れ場の領域) が wave-maker となり渦を発生している様子が見られる. ここで発生したスパイラル渦が下流に移流している. ps4, ps10 では, この絶対不安定領域に圧力遮断ノズルが侵入し絶対不安定性を抑止すると考えられる.

今後は, バブル型の渦崩壊の流速場のどこで絶対不安定性が現れ, スパイラル型の周期や形状がどのように決定されるのかを調べたい.

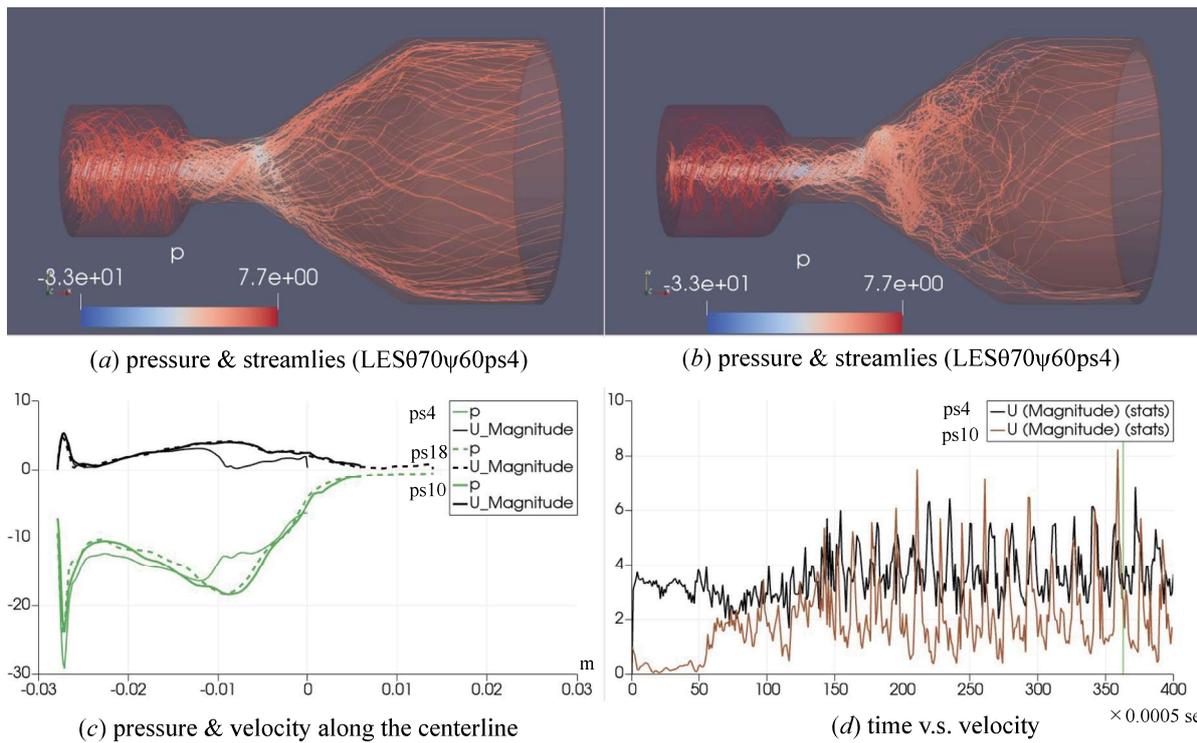


図 6: 圧力遮断ノズルの位置による (a),(b) 流況 (圧力および流線), (c) ノズル中心の圧力および流速, (d) テーパー部原点 ($x = 0, y = 0, z = 0$) 近傍の圧力の時間変化. 図中 ps4, ps10, ps18 は, それぞれ $d = 4, 10, 18$ mm であることを示す.

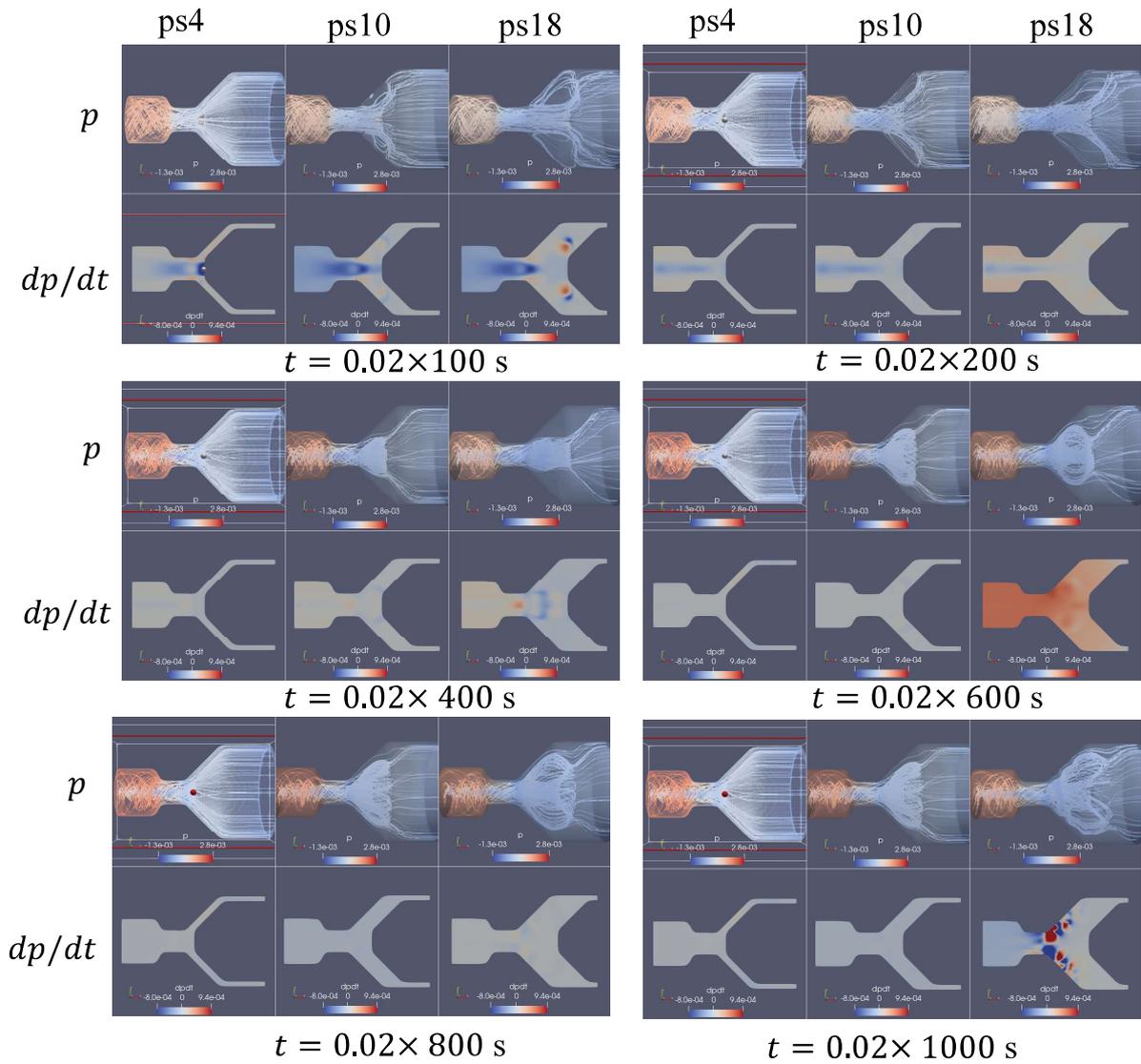


図 7: 圧力遮断ノズルの位置による渦崩壊過程. 図の上段は流線および流線上の圧力, 下段は軸対称面における圧力の時間変化率 dp/dt を示す. したがって, 定常状態の時, 下段の図は一様で0の色度を持つ.

4 まとめ

流れの安定性理論が平行流, 準平行流, 三次元流へと発展し, 大域的不安定性へとより精密化されてきた. 本研究課題の場合は, 不安定性により発生したスパイラル渦は下流に移流するため, ノイマン条件 or 移流条件を MB ノズル最小断面部下流端で与えれば, 大域的不安定性の適用領域を小さくとることが可能のように思われる. 最小断面部下流端でディリクレ条件と下流端でノイマン条件, 壁面のディリクレ条件で固有値を求めて, 主流の流れ構造と安定性を調べる予定である. また, この主流の流れ構造と, Bragg and Hawthorne 方程式 (B-H 方程式) からバブル型渦崩壊の解 (近似解や数値解) を比較することで, 今までの研究の結果 ([42], [43]) を整理したい.

参考文献

- [1] Alekseenko, Kuibin, Okulov & Shtork, Helical vortices in swirl flow, *J. Fluid Mech.*, v. 382, pp. 195-243, 1999.
- [2] Alekseenko, S. V., Kuibin, P. A., Okulov, V. L. & Shtork, S. I.: Vortex Precession in a Gas-Liquid Flow, *Heat Transfer Research*, 41 (4) (2010) 465- 477.
- [3] Batchelor, G. K.: Axial flow in trailing line vortices, *J. Fluid Mech.*, 20(1964) 645-658.
- [4] Benjamin, T. B., Theory of the vortex breakdown phenomenon, *J. Fluid Mech.*, vol. 14, pp. 593-629, 1962.
- [5] Bers, A.: Space-time evolution of plasma instabilities-absolute and convective. In *Handbook of Plasma Physics* (ed. Rosenbluth, M. & Sagdeev, R.), (1983) 451-517. North-Holland.
- [6] Buntine, J. D. & Saffman, P. G.: Inviscid swirling flows and vortex breakdown, *Proc. R. Soc. Lond. A*, 449 (1995) 139-153.
- [7] Casanova, J. O. & Feria, R. F.: Three-dimensional transitions in a swirling jet impinging against a solid wall at moderate Reynolds numbers, *Physics of Fluids* 21, 034107 (2009).
- [8] Cassidy, J. J. & Falvey, H. T.: Observations of unsteady flow arising after vortex breakdown, *J. Fluid Mech.*, 41 (1970) 727-736.
- [9] Chanaud, R. C.: Observations of oscillatory motion in certain swirling flows, *J. Fluid Mech.*, 21 (1) (1965)
- [10] Delbende, I., Chomaz, J. M. & Huerre, P.: Absolute/ convective instabilities in the Batchelor vortex: a numerical study of the linear impulse response, *J. Fluid Mech.*, 355 (1998) 229-254.
- [11] Dizes, S. L., Monkewitz, P. A. & Huerre, P.: Viscous structure of plane waves in spatially developing shear flows, *Phys. Fluids*, 7 (6) (1995) 1337-1347.

- [12] Escudier, M. P., Bornstein, J. & Maxworthy, T.: The dynamics of confined vortices, Proc. R. Soc. Lond. A, 382 (1982) 335-360.
- [13] Escudier, M.: Vortex breakdown: Observations and Explanations, Prog. Aerospace Sci., 25 (1988) 189-229.
- [14] Fabre, D. & Jacquin, L.: Viscous instabilities in trailing vortices at large swirl numbers, J. Fluid Mech., 500 (2004) 239-262.
- [15] Fernandes, E. C., Heitor, M. V. & Shtork, S. I.: An analysis of unsteady highly turbulent swirling flow in a model vortex combustor, Experiments in Fluids, 40 (2006) 177-187.
- [16] Gallaire, F., Ruith, M., Meiburg, E., Chomaz, J. M. & Huerre, P.: Spiral vortex breakdown as a global mode, J. Fluid Mech., 549 (2006) 71-80.
- [17] Hall, M. G.: Vortex breakdown, Ann. Rev. Fluid Mech., 4 (1972) 195-218.
- [18] Huerre, P. and Monkewitz, P. A.: Local and global instabilities in spatially developing flows, Annu. Rev. Fluid Mech., 22(1990) 473-537.
- [19] Kogawa, H., Naoe, T., Kyotoh, H., Haga, K., Kinoshita, H. & Futakawa, M.: Development of microbubble generator for suppression of pressure waves in mercury target of spallation source, Journal of Nuclear Science and Technology, 52(12) (2015) 1461-1469.
- [20] Keller, J. J. & Escudier, M. P.: Theory and observations of waves on hollow-core vortices, J. Fluid Mech., 99 (3) (1980) 495-511.
- [21] Keller, J. J., Egli, W. & Exley, J.: Force- and loss-free transitions between flow states, Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP), 36 (1985) 854-889.
- [22] Keller, J. J., Egli, W. & Althaus, R.: Vortex breakdown as a fundamental element of vortex dynamics, Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP), 39 (1988) 404-440.
- [23] Kuigin & Okulov, Phys. Fluids, v. 10, n. 3, pp. 607-614,1998.
- [24] Le Dize's, S. & Fabre, D. : Large-Reynolds-number asymptotic analysis of viscous centre modes in vortices, J. Fluid Mech. 585(2007), 153 – 180.
- [25] Leibovich, S.: The structure of vortex breakdown, Ann. Rev. Fluid Mech., 10 (1978) 221-246.
- [26] Lessen, M., Deshpande, N. V. & Ohanes, B. H.: Stability of a potential vortex with a non-rotating and rigid-body rotating top-hat jet core, J. Fluid Mech., 60 (3) (1973) 459-466.
- [27] Lessen, M., Singh, P. J. & Paillet, F.: The stability of a trailing line vortex. Part 1. Inviscid theory, J. Fluid Mech., 63 (1974) 753-763.

- [28] Litvinov, I. V., Shtork, S. I., Kuibin, P. A., Alekseenko, S. V. & Hanjalic, K.: Experimental study and analytical reconstruction of precessing vortex in a tangential swirler, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 42 (2013) 251-264.
- [29] Loiseleux, T., Chomaz, J. M. & Huerre, P.: The effect of swirl on jets and wakes: Linear instability of the Rankine vortex with axial flow, *Phys. Fluids*, 10 (1998) 1120-1134.
- [30] Lucca-Negro, O. & O' Doherty, T.: Vortex breakdown: a review, *Progress in Energy and Combustion Science*, 27 (2001) 431-481.
- [31] Mayer, E. W. & Powell, K. G.: Viscous and inviscid instabilities of a trailing vortex, *J. Fluid Mech.*, 245 (1992) 91-114.
- [32] Michelson, I.: Theory of vortex whistle, the *Journal of Acoustical Society of America*, 27(5) (1955) 930-931.
- [33] Stewartson, K. & Brown, S. N.: Near-neutral centre-modes as inviscid perturbations to a trailing line vortex, *J. Fluid Mech.*, 156 (1985) 387-399.
- [34] Olendraru, C., Sellier, A., Rossi, M. & Huerre, P.: Inviscid instability of the Batchelor vortex: Absolute-convective transition and spatial branches, *Phys. Fluids*, 11 (1999) 1805-1820.
- [35] Parras, L. & Feria, R. F.: Spatial stability and the onset of absolute instability of Batchelor's vortex for high swirl numbers, *J. Fluid Mech.*, 583 (2007) 27-43.
- [36] Ruith, M. R., Chen, P., Meiburg, E. & Maxworthy, T.: Three-dimensional vortex breakdown in swirling jets and wakes: direct numerical simulation, *J. Fluid Mech.*, 486 (2003) 331-378.
- [37] Syred, N.: A review of oscillation mechanisms and the role of the precessing vortex core (PVC) in swirl combustion systems, *Progress in Energy and Combustion Science*, 32 (2006) 93-161.
- [38] Wang, S. & Rusak, Z.: The dynamics of a swirling flow in a pipe and transition to axisymmetric vortex breakdown, *J. Fluid Mech.*, 340 (1997) 177-223.
- [39] 大成博文: マイクロバブル発生装置の開発と技術的確立, *ながれ* 25(2006)191-195.
- [40] 山田, 坂入, 金子, 京藤, 空気吸込み渦の崩壊に伴う微細気泡の生成, *日本流体力学会年会*, AM05-24-002, 2005.
- [41] 京藤, 塩田, コアンダ効果により誘起される渦崩壊と渦笛, *日本流体力学会年会*, AM14-001, 2014.
- [42] 京藤, 固体境界を有する渦崩壊流れの大域的安定性について, 非線形波動現象の数理とその応用, *RIMS 共同研究報告集* (2017)1-15.
- [43] 京藤, 非粘性軸対称渦崩壊流れの安定解析, *RIMS 共同研究報告集* (2019)1-18.