混標数の曲面上の階数 1 の層の F 特性サイクル

東京大学数理科学研究科　大江　亮輔
Ryosuke Ooe
Graduate School of Mathematical Sciences,
the University of Tokyo

1　はじめに

k を標数 $p>0$ の代数閉体とし，X を k 上のなめらかな代数多様体とする．Λ を標数が p とは異なる有限体とする．X が 1 次元のとき，X 上の Λ 加群の構成可能層 $\mathcal{F}$ に対し，$\mathcal{F}$ のオイラー数を計算する次の公式が知られている (Grothendieck-Ogg-Shafarevich の公式 [4])：

$$\chi(X_k,\mathcal{F}) := \sum_{i\in\mathbf{Z}}(-1)^i \dim \mathrm{H}^i(X_k,\mathcal{F}) = \chi(X_k,\Lambda) - \sum_{x\in X} a_x(\mathcal{F})$$

ここで $a_x(\mathcal{F})$ とは Artin 導手と呼ばれる整数であり，x での局所体の絶対 Galois 群の $\mathcal{F}$ が定める表現の暴分岐の不変量である Swan 導手を用いて

$$a_x(\mathcal{F}) = \operatorname{rank}\mathcal{F} - \dim \mathcal{F}_{\overline{x}} + \mathrm{sw}_x(\mathcal{F})$$

と定める．

この公式を X が高次元の場合に拡張する方法のひとつとして，斎藤による特性サイクルの理論がある [10]．X の次元を d とする．X 上の Λ 加群の構成可能層 $\mathcal{F}$ に対し，特性サイクル $CC\mathcal{F}$ が余接束 T^*X 上の d-サイクルとして定義される．X が射影的であるとき，特性サイクルと零切断との交点数はオイラー数を計算する（指数公式 [10, Theorem 7.13]）：

$$(CC\mathcal{F}, T^*_X X)_{T^*X} = \chi(X_{\overline{k}},\mathcal{F}).$$

X が 1 次元のときは，指数公式は Grothendieck-Ogg-Shafarevich の公式を表している．X が 2 次元で $\mathcal{F}$ が階数 1 の層であるとき，谷田川 [15] により特性サイクルが分岐の不変量を用いて計算されている．

特性サイクルの理論を混標数の場合に考えたい．K を標数 0 の完備離散付値体で，その剰余体 k の標数は $p > 0$ とする．X を K の付値環 $\mathcal{O}_K$ 上の有限型正則平坦スキームとする．X 上の余接束が存在するかは知られていないが，その代わりとして，斎藤により閉ファイバー X_k 上の階数 $\dim X$ のベクトル束として，FW 余接束 $FT^*X|_{X_k}$ が定義された [12]．しかし，$\mathcal{F}$ の特性サイクルはまだ一般的には定義されていない．

本稿では，X が 2 次元のとき，階数が 1 の層の F 特性サイクルを FW 余接束上に定義し，指数公式に対応する公式として，そのサイクルと零切断との交点数が生成ファイバーのコホモロジーの Swan 導手を計算することを説明する．

2 Frobenius-Witt 余接束と余接複体

特性サイクルは余接束の上に定義されるが，混標数のスキームについて余接束の概念は定義されていない．その代わりとして，斎藤 [11],[12] は Frobenius-Witt 余接束というベクトル束を定義した．この節では，その定義と性質について説明する．

定義 2.1. p を素数とする．A を環，M を A 加群とする．写像 $w\colon A \to M$ が以下の性質を満たす時，w は Frobenius-Witt 微分 (FW 微分) であるという．

任意の $a, b \in A$ について，

1. $w(a+b) = w(a) + w(b) - \frac{(a+b)^p - a^p - b^p}{p} \cdot w(p)$.
2. $w(ab) = a^p \cdot w(a) + b^p \cdot w(b)$.

Frobenius-Witt 微分の加群 $F\Omega^1_A$ とは, すべての A 加群 M について，

$$\mathrm{FWDer_A(A, M)} \cong \mathrm{Hom}_A(F\Omega^1_A, M)$$

をみたす A 加群のことである．ただし，$\mathrm{FWDer}_A(A, M)$ とは A から M への FW 微分全体からなる A 加群である．$F\Omega^1_A$ は A/pA 加群であることが確かめられる．A の標数が p のとき $F\colon A \to A$ を p 乗写像とすると $F\Omega^1_A \cong F^*\Omega^1_A$ が成り立つ [11, Corollary 2.4 (2)]．$F\Omega^1_A$ は適当な条件のもとで自由加群となる．ここでは，この後で必要となる条件について述べる（定理 2.2).

X をスキームとする．Frobenius-Witt 微分の層 $F\Omega^1_X$ とは，$\mathcal{O}_X$ 加群であって，任意の $x \in X$ について $F\Omega^1_{X,x} \cong F\Omega^1_{\mathcal{O}_{X,x}}$ が成り立つもののことである．$F\Omega^1_X$ は準連接 $\mathcal{O}_{X_{\mathbf{F}_p}}$ 加群となる．ただし，$X_{\mathbf{F}_p}$ とは，$X \times_{\mathrm{Spec}\,\mathbf{Z}} \mathrm{Spec}\,\mathbf{F}_p$ のことである．

定理 2.2 ([11, Theorem 3.4]). K を完備離散付値体，$\mathcal{O}_K$ をその付値体，k を剰余体と

する．k は標数が p の完全体であるとする．X を $\mathcal{O}_K$ 上有限型平坦な正則スキーム，$X_k = X \times_{\operatorname{Spec}\mathcal{O}_K} \operatorname{Spec} k$ とする．このとき $F\Omega^1_X$ は階数が $\dim X$ の局所自由な $\mathcal{O}_{X_k}$ 加群である．

定理 2.2 により，局所自由 $\mathcal{O}_{X_k}$ 加群 $F\Omega^1_X$ に付随するベクトル束 $FT^*X|_{X_k} = \operatorname{Spec}(\operatorname{Sym}^\bullet_{\mathcal{O}_{X_k}}(F\Omega^1_X)^\vee)$ が定義できる．このベクトル束を Frobenius-Witt 余接束と呼ぶ．Frobenius-Witt 余接束は，閉ファイバー X_k 上の階数が $\dim X$ のベクトル束である．したがって，$\dim FT^*X|_{X_k} = 2\dim X - 1$ となる．

Frobenius-Witt 微分の加群は余接複体 (cf. [5, Chapitres II, III]) と次の関係 2.3 がある．余接複体の定義はここでは述べないが，簡単に性質を説明する．

K を完備離散付値体, $\mathcal{O}_K$ をその付値環, F を標数が p の剰余体とする．F は完全体でなくてもよい．E を F を含む体とする．$u \in \mathcal{O}_K$ に対し，その F への像を $\overline{u}$ とする．$\overline{u}$ の p 乗根が E に含まれるとき，$wu \in \mathrm{H}_1(L_{E/\mathcal{O}_K})$ という元が定義される．

π を K の素元, $(v_i)_{i\in I}$ を F の p 基底とする．E が $F^{1/p} = \{x \in \overline{F} \mid x^p \in F\}$ を含むとき，$\{w\pi, wv_i\}_{i\in I}$ が E ベクトル空間 $\mathrm{H}_1(L_{E/\mathcal{O}_K})$ の基底となる．この基底を用いて，後に特性形式の整数性 (定理 3.2）を説明する．

Frobenius-Witt 微分の加群と余接複体の関係は次の通りである．

定理 2.3 ([11, Corollary 4.12]). A を局所環，剰余体 k は標数が p の完全体とする．このとき $F\Omega^1_A \otimes_A k \to \mathrm{H}_1(L_{k/A})$ は同型である．ただし，右辺の $A \to k$ は, 商写像 $A \to k$ と p 乗射 $k \to k$ の合成射である．

3　完備離散付値体の分岐理論

この章では，F 特性サイクルの定義で用いる分岐に関する不変量について説明する．

K を完備離散付値体，$\mathcal{O}_K$ をその付値環，$\mathfrak{m}_K$ を $\mathcal{O}_K$ の極大イデアル，$F = \mathcal{O}_K/\mathfrak{m}_K$ を剰余体とする．F の標数 p は 0 でないとする．

K の絶対 Galois 群 $G_K = \operatorname{Gal}(\overline{K}/K)$ に対して，Abbes-斎藤 [1] により対数的な分岐群 $\{G^r_{K,\log}\}_{r\in\mathbf{Q}_{\geq 0}}$ と非対数的な分岐群 $\{G^r_K\}_{r\in\mathbf{Q}_{\geq 1}}$ が定義される．分岐群は以下の性質を持つ．

(1)　任意の $r \geq 0$ に対して $G^r_{K,\log}, G^r_K$ は G_K の正規部分群であり，$r < s$ なら $G^r_{K,\log} \supset G^s_{K,\log}$, $G^r_K \supset G^s_K$ が成り立つ．

（2） 任意の $r \geq 1$ に対し，$G_K^r \supset G_{K,\log}^r \supset G_K^{r+1}$ が成り立つ．

（3） 剰余体 F が完全体なら，$G_{K,\log}^r = G_K^{r+1}$ が成り立つ．

指標 $\chi\colon G \to \mathbf{Q}/\mathbf{Z}$ に対し，χ の Swan 導手 $\mathrm{sw}(\chi)$ 及び全次元 $\mathrm{dt}(\chi)$ を

$$\mathrm{sw}(\chi) = \min\{r \in \mathbf{Q} \mid \chi(G_{\log}^s) = 1 \text{ for all } s > r\}$$

$$\mathrm{dt}(\chi) = \min\{r \in \mathbf{Q} \mid \chi(G^s) = 1 \text{ for all } s > r\}$$

と定める．これらは有理数として定義されるが，整数であることが証明されている．対数的な理論を用いて，加藤 [6] により，精 Swan 導手と呼ばれる単射

$$\mathrm{rsw}\colon \mathrm{Hom}(G_{\log}^r, \mathbf{Q}/\mathbf{Z}) \to \mathrm{Hom}_F(\mathfrak{m}_K^r/\mathfrak{m}_K^{r+1}, \Omega_F^1(\log))$$

が定義される．一方，精 Swan 導手の非対数版として，斎藤 [13] により，特性形式と呼ばれる単射

$$\mathrm{char}\colon \mathrm{Hom}(G^r, \mathbf{Q}/\mathbf{Z}) \to \mathrm{Hom}_{\overline{F}}(\mathfrak{m}_{K_s}^r/\mathfrak{m}_{K_s}^{r+}, \mathrm{H}_1(L_{\overline{F}/\mathcal{O}_K}))$$

が定義される．ここで $\mathfrak{m}_{K_s}^r = \{x \in K_s \mid \mathrm{ord}_K\, x \geq r\}$, $\mathfrak{m}_{K_s}^r = \{x \in K_s \mid \mathrm{ord}_K\, x > r\}$ とし，$\mathrm{H}_1(L_{\overline{F}/\mathcal{O}_K})$ は余接複体の１次ホモロジー群を表す．

この 2 つの理論を比較する．L/K を完備離散付値体のアーベル拡大とし，$\chi\colon \mathrm{Gal}(L/K) \to \mathbf{Q}/\mathbf{Z}$ を指標とする．分岐群の性質 (2) により，指標は $\mathrm{dt}(\chi) = \mathrm{sw}(\chi) + 1$ を満たすタイプ I と $\mathrm{dt}(\chi) = \mathrm{sw}(\chi)$ を満たすタイプ II に分けられる．指標がタイプ I のとき（例えば，$L \neq K$ で L/K の剰余体の拡大が分離的であるとき），特性形式は精 Swan 導手の像となり，次の可換図式が成り立つ：

$$\begin{tikzcd} \mathfrak{m}_K^n/\mathfrak{m}_K^{n+1} \arrow[r] \arrow[dr] & \Omega_F^1(\log) \arrow[d] \\ & \mathrm{H}_1(L_{\overline{F}/\mathcal{O}_K}) \otimes_{\mathcal{O}_K} \mathfrak{m}_K^{-1} \end{tikzcd}$$

一方，指標がタイプ II のとき（例えば，L/K の剰余指数が１であるとき），精 Swan 導手は特性形式の像となり，次の可換図式が成り立つ：

$$\begin{tikzcd} \mathfrak{m}_K^n/\mathfrak{m}_K^{n+1} \arrow[r] \arrow[dr] & \mathrm{H}_1(L_{\overline{F}/\mathcal{O}_K}) \arrow[d] \\ & \Omega_F^1(\log) \end{tikzcd}$$

2 つの図式の縦の射についての詳細は省略する．可換図式から，タイプ I の指標については対数的な理論の方が多くの情報を含んでおり，タイプ II の指標については非対数的な理論の方が多くの情報を含んでいると考えることができる．

F 特性サイクルの定義では，特性形式を用いるが，その時に有理性と整数性という性質が必要となる．これらの性質は精 Swan 導手については加藤により証明されている．特性形式の有理性を述べる．

定理 3.1 (有理性). 全次元が m の指標 $\chi \in \mathrm{Hom}(G^r, \mathbf{Q}/\mathbf{Z})$ に対し，特性形式 $\mathrm{char}\,\chi\colon \mathfrak{m}_K^m/\mathfrak{m}_K^{m+1} \to \mathrm{H}_1(L_{F^{1/p}/\mathcal{O}_K}) \otimes_{F^{1/p}} \overline{F}$ の像は $\mathrm{H}_1(L_{F^{1/p}/\mathcal{O}_K})$ に含まれる．

簡単に証明を説明する．タイプ I の指標については，特性形式が精 Swan 導手の像となることからしたがう．タイプ II の指標をタイプ I の指標に帰着させればよい．分岐群の性質 (3) により，F が完全体であればタイプ I の指標なので，その状況に近づけることを考える．F の p 基底の K への持ち上げをとり，その持ち上げの p 乗根を添加した体 K' を考える．特性形式が 0 でない時，$\mathrm{Gal}(LK'/K') \to \mathrm{Gal}(L/K) \xrightarrow{\chi} \mathbf{Q}/\mathbf{Z}$ はタイプ I になることが証明でき，これを用いると有理性の証明ができる．

二つ目は，特性形式の整数性である．

定理 3.2. A を d 次元のエクセレントな正則局所環とする．K をその商体，k を剰余体とし，k は完全体で標数は $p > 0$ とする．$(\pi_i)_{i=1,\ldots,d}$ を A のパラメータ系とし，$K_i = \mathrm{Frac}(\hat{A_{(\pi_i)}})$ を A の (π_i) における局所環の完備化の商体とする．K_i の剰余体を $F_j = \mathrm{Frac}(A/\pi_j)$ とする．$1 \leq r \leq d$ を満たす整数 r を固定する．D_i を $X = \mathrm{Spec}\,A$ 上の π_i で定まる因子とし，U を $D = \cup_{i=1}^r D_i$ の補集合とする．$\chi \in \mathrm{H}^1(U, \mathbf{Q}/\mathbf{Z})$ に対し，その $\mathrm{Spec}\,K_i \to U$ による引き戻しを $\chi|_{K_i}$ と書く．m_i を $\chi|_{K_i}$ の全次元とする．$1 \leq j \leq r$ とし，$m_j > 1$ のとき，$\chi|_{K_j}$ の特性形式を次のようにおく．

$$\mathrm{char}(\chi|_{K_j}) = (\sum_{1 \leq r \leq d} \alpha_{i,j} w\pi_i)/\pi_1^{m_1} \cdots \pi_r^{m_r} \in \mathrm{H}_1(L_{F_j^{1/p}/\mathcal{O}_{K_j}}) \otimes \mathfrak{m}_j^{-m_j}/\mathfrak{m}_j^{-m_j+1} \tag{3.1}$$

ただし，$\alpha_{i,j} \in F_j^{1/p}$ である．このとき，次の性質が成り立つ．

1. $\alpha_{i,j}^p \in A/\pi_j$.
2. 各 i と $1 \leq j, j' \leq r$ をみたす j, j' について，$\alpha_{i.j}^p, \alpha_{i,j'}^p$ の $A/(\pi_j) + (\pi_{j'})$ における像が等しい．

整数性の証明は，定理 3.1 の証明より複雑ではあるものの，同様の方針で証明できるのでここでは省略する．

注意 3.3. K の標数が $p > 0$ のとき，特性形式の有理性は，谷田川 [14] により証明されている．また，整数性については，松田 [9] により証明されている．K の標数が正のときは，特性形式を Artin-Schreier-Witt 理論を用いて計算できるので，その計算を用いることで証明できる．一方，K の標数が 0 のときには，特性形式を具体的に計算することは困難である．

4　特性サイクル

この章では，2 次元のスキーム上の階数 1 の層の F 特性サイクルを定義する．定義を述べる前に，等標数の場合の特性サイクルの理論について簡単に説明する．

X を標数が $p > 0$ の完全体 k 上のなめらかなスキームとする．Λ を標数が p とは異なる有限体とし，$\mathcal{F}$ を X 上の Λ 加群の構成可能層とする．Beilinson[3] は余接束 T^*X 上に特異台 $SS\mathcal{F}$ を定義し，その存在を証明した．また，特異台のすべての既約成分の次元は，X の次元に等しいことを証明した．斎藤 [10] は，Milnor 公式を用いて，特異台の各既約成分に対し係数を定め，余接束上に特性サイクル $CC\mathcal{F}$ を定義した．また，X が射影的であるとき，特性形式と零切断との交点数がオイラー数を計算することを証明した（指数公式）：

$$(CC\mathcal{F}, T^*_X X)_{T^*X} = \chi(X_{\bar{k}}, \mathcal{F}).$$

この公式は X が固有であるときも成立することが阿部 [2] により証明されている．

混標数の場合は 2 章で説明したように，余接束の代わりとして Frobenius-Witt 余接束が定義されている．また，斎藤 [12] により特異台が，ある性質を満たす最小の閉集合として定義されている．しかし，その存在はまだ証明されていない．また，Milnor 公式のような適切な特徴付けも見つかっておらず，特性サイクルも定義されていない．

この章では，2 次元のスキーム上の階数 1 の層の F 特性サイクルを，指数公式に対応する導手公式を満たすように定義する．

F 特性サイクルの定義について，閉点でのファイバーの係数を定義するために，階数 1 の層の分岐から定まる数を定義する．D を X 上の単純正規交叉因子とし，$\{D_i\}_{i\in I}$ を既約成分の集合，$j\colon U = X - D \to X$ を開埋め込みとする．Λ を標数が p とは異なる体とし，$\mathcal{F}$ を U 上の階数 1 の局所定数 Λ 層とする．埋め込み $\mathbf{Q}/\mathbf{Z} \to \Lambda^\times$ を固定することで，$\mathcal{G}$ は指標 $\chi \in \mathrm{H}^1(U, \mathbf{Q}/\mathbf{Z})$ とみなせる．D_i の生成点 ξ_i での局所体を K_i とすると，χ の $\operatorname{Spec} K_i$ への引き戻しは，K_i の Galois 群の指標 $\chi|_{K_i}$ を定める．

X 上の因子 R_χ, R'_χ をそれぞれ $\sum_{i\in I}\mathrm{sw}(\chi|_{K_i})D_i$, $\sum_{i\in I}\mathrm{dt}(\chi|_{K_i})D_i$ とし，Z_χ を R_χ の台とする．特性形式の整数性から次の定理が得られる．

定理 4.1. 大域切断 $\mathrm{char}'(\chi)\in\Gamma(Z_\chi, F\Omega^1_X(pR'_\chi)|_{Z_\chi})$ であって，生成点での茎 $\mathrm{char}'(\chi)_{\xi_j}$ が特性形式 $\mathrm{char}(\chi|_{K_j})$ の"p 乗"に一致するものが存在する．ただし，特性形式の p 乗とは，特性形式を 1 次結合として表示した時に，その係数を p 乗して得られるものである．すなわち, $\mathrm{char}(\chi|_{K_j})$ が (3.1) のように表されるとき，

$$\mathrm{char}'(\chi)_{\xi_i} = (\sum_{1\le r\le d}\alpha^p_{i,j}w\pi_i)/\pi_1^{pm_1}\cdots\pi_r^{pm_r}$$

となる．ここで，FW 微分の加群と余接複体の関係 (定理 2.3) を用いている．

対数的な場合も，加藤により証明されている，精 Swan 導手の整数性 [6] を用いることで，大域切断 $\mathrm{rsw}(\chi)\in\Gamma(Z_\chi,\Omega^1_X(\log D)(R_\chi)|_{Z_\chi})$ が存在して，$\mathrm{sw}(\chi)_{\xi_i}$ が $\mathrm{rsw}(\chi|_{K_i})$ に一致するものが存在する．任意の閉点 $x\in X_k$ について，大域切断 $\mathrm{rsw}(\chi), \mathrm{char}(\chi)$ を用いて次の不変量を定義する．

定義 4.2. x を Z_χ の閉点とする．$x\in D_i\subset Z_\chi$ をみたす $i\in I$ に対し，整数 $\mathrm{ord}(\chi;x,D_i)$ を

$$\mathrm{rsw}(\chi)|_{D_i,x}\in\mathfrak{m}_x^n\Omega^1_X(\log D)(R_\chi)|_{D_i,x}$$

満たす最大の整数 $n\ge 0$ として定義する．

また，整数 $n'\ge 0$ を

$$\mathrm{char}'(\chi)|_{D_i,x}\in\mathfrak{m}_x^{n'}F\Omega^1_X(R'_\chi)|_{D_i,x}$$

を満たす最大の整数として定義し，$\mathrm{ord}'(\chi;x,D_i)=n'/p$ と定める．

すべての $x\in X$ と $x\in D_i\subset Z_\chi$ をみたす $i\in I$ について $\mathrm{ord}(\chi;x,D_i)=0$ が成り立つとき，χ はクリーンであるという．加藤 [7] により，X の次元が 2 であるとき，任意の χ は閉点でのブローアップを有限回行うことでクリーン化できることが知られている．そこで，本稿では χ がクリーンの場合のみを考える．

$FT^*_X X|_{X_k}$ を FW 余接束の零切断，$[L'_{i,\chi}]$ を $\mathrm{char}(\chi|_{K_i})$ が定める D_i 上の直線束として，$j_!\mathcal{G}$ の F 特性サイクルを

$$FCCj_!\mathcal{G} = -\Big(\frac{1}{p}[FT^*_X X|_{X_k}] + \sum_{i\in I}\mathrm{dt}(\chi|_{K_i})[L'_{i,\chi}] + \sum_{x\in X_k} pt_x[\mathrm{F}^*T^*_x X]\Big)$$

によって定義する．ただし，t_x は，p 倍すると整数になるような有理数であり，以下の式で定める．

$$t_x = \#I_x - 1 - \sum_{i \in I_{W,x}} \mathrm{sw}(\chi|_{K_i}) \cdot \mathrm{ord}'(\chi, x, D_i) + \sum_{i \in I_{\mathrm{II},x}} (1 - \#I_x).$$

ここで，$I_x \subset I$ は $x \in D_i$ となる i の集合，$I_{W,x} \subset I_x$ は $\mathrm{sw}(\chi|_{K_i}) > 0$ となる i の集合，$I_{\mathrm{II},x} \subset I_x$ は $\chi|_{K_i}$ がタイプ II であるような i の集合である．

注意 4.3. F 特性サイクルの定義は，谷田川による等標数の場合の特性サイクルの計算に基づく．X を標数 $p > 0$ の完全体 k 上の 2 次元のスキームとする．簡単のため，$p \neq 2$ とする．D を X 上の単純正規交叉因子とし，$\{D_i\}_{i \in I}$ を既約成分の集合，$j \colon U = X - D \to X$ を開埋め込みとする．$\mathcal{F}$ を U 上の階数 1 の局所定数 Λ 層とする．このとき, 上で定義した記号と類似のものを用いて，$j_!\mathcal{F}$ の特性サイクルは

$$CCj_!\mathcal{F} = [T^*_X X] + \sum_{i \in I} \mathrm{dt}(\chi|_{K_i})[L'_{i,\chi}] + \sum_{x \in X_k} t_x [T^*_x X]$$

と計算される [15, Theorem 6.1].

指数公式の類似として，以下の導手公式が成立する．

定理 4.4 (導手公式). X が $\mathcal{O}_K$ 上固有であるとき，等式

$$(FCCj_!\mathcal{G} - FCCj_!\Lambda, FT^*_X X|_{X_k})_{FT^*X|_{X_k}} = p \cdot (\mathrm{Sw}_K(X_{\overline{K}}, j_!\mathcal{G}) - \mathrm{Sw}_K(X_{\overline{K}}, j_!\Lambda))$$

が成立する．

加藤-斎藤 [8] により，対数的な特性サイクルと零切断との交点数が生成ファイバーのコホモロジーの Swan 導手を計算することが証明されている．定理 4.4 は，対数的な特性サイクルと F 特性サイクルを比較して示す．

謝辞

代数的整数論とその周辺 2024 において講演の機会を与えてくださったプログラム委員の先生方に心より感謝申し上げます. また，本稿の研究を指導していただいた斎藤毅先生に心より感謝申し上げます.

参考文献

[1] A. Abbes, T. Saito, *Ramification of local fields with imperfect residue fields*, Amer. J. of Math., 124.5 (2002), 879-920.

[2] T. Abe, *Ramification theory from homotopical point of view, I*, arXiv:2206.02041

[3] A. Beilinson, *Constructible sheaves are holonomic*, Selecta Math. (N.S.) 22:4 (2016), 1797–1819.

[4] A. Grothendieck, rédigé par L. Illusie, *Formule de Lefschetz*, exposé III, Séminaire de géométrie algébrique 5, Lecture Notes in Mathematics, Volume 589, pp. 73-137 (Springer, 1977).

[5] L. Illusie, *Complexe cotangent et déformations I*, Springer Lecture Notes in Math., 239, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1971.

[6] K. Kato, *Swan conductors for characters of degree one in the imperfect residue field case*, Contemporary Math. 83 (1989), 101-131.

[7] K. Kato, *Class field theory, $\mathcal{D}$-modules, and ramification of higher dimensional schemes*, Part I, Amer. J. Math. 116 (1994), 757-784.

[8] K. Kato, T. Saito, *Ramification theory for varieties over a local field*, Publications Mathematiques, IHES. 117, Issue 1 (2013), 1-178.

[9] S. Matsuda, *On the Swan conductor in positive characteristic*, Amer. J. Math., 119(4):705-739, 1997.

[10] T. Saito, *The characteristic cycle and the singular support of a constructible sheaf*, Invent. Math. 207 (2017), no. 2, 597-695.

[11] T. Saito, *Frobenius-Witt differentials and regularity*, Algebra Number Theory 16-2 (2022), 369-391.

[12] T. Saito, *Cotangent bundles and micro-supports in mixed characteristic case*, Algebra Number Theory 16-2 (2022), 335-368.

[13] T. Saito, *Graded quotients of ramification groups of local fields with imperfect residue fields*, Amer. J. of Math., 145 (2023), 1389-1464.

[14] Y. Yatagawa, *Equality of two non-logarithmic ramification filtrations of abelianized Galois group in positive characteristic*. Doc. Math., 22:917-952, 2017.

[15] Y. Yatagawa, *Characteristic cycle of a rank one sheaf and ramification theory*, J. of Alg. Geom., 29 (2020), 471-545.