

# 複数の凸多面体を折る 展開図の研究

上原 隆平

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科教授

第11回 組合せ最適化セミナー 二日目

2014年7月31日

演習問題

# 展開図の簡単な歴史

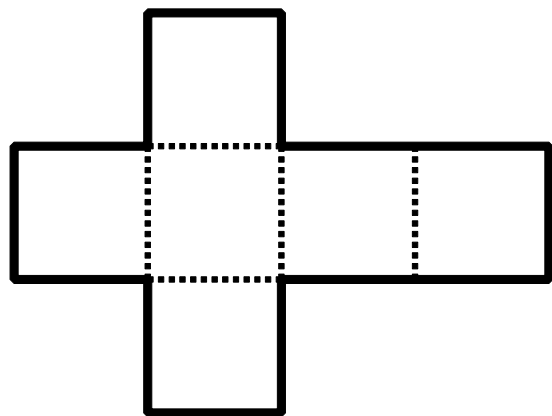
**ポイント:** 展開図に関してわかっていることは、ほとんどない

**本研究の興味の対象:**

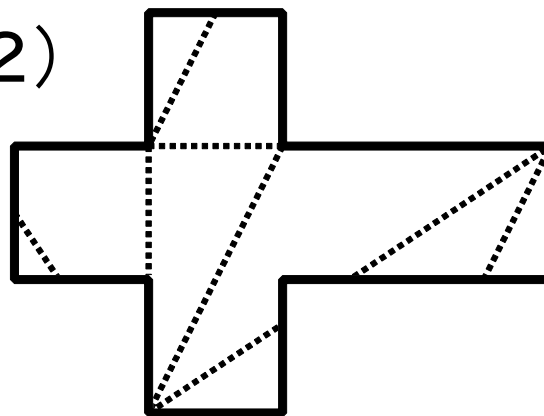
- 多角形Pが与えられたとき、Pから折ることのできる(凸)多面体Qの特徴づけ・アルゴリズム
- (凸)多面体Qが与えられたとき、展開して得られる多角形Pの特徴づけ・アルゴリズム

**演習問題1:** 何が折れるでしょう？

(1)



(2)



ちなみにこの「ラテンクロス」からは85通りで23種類の異なる多面体が折れることが知られている。

# 1. 展開図の基礎知識：演習問題2

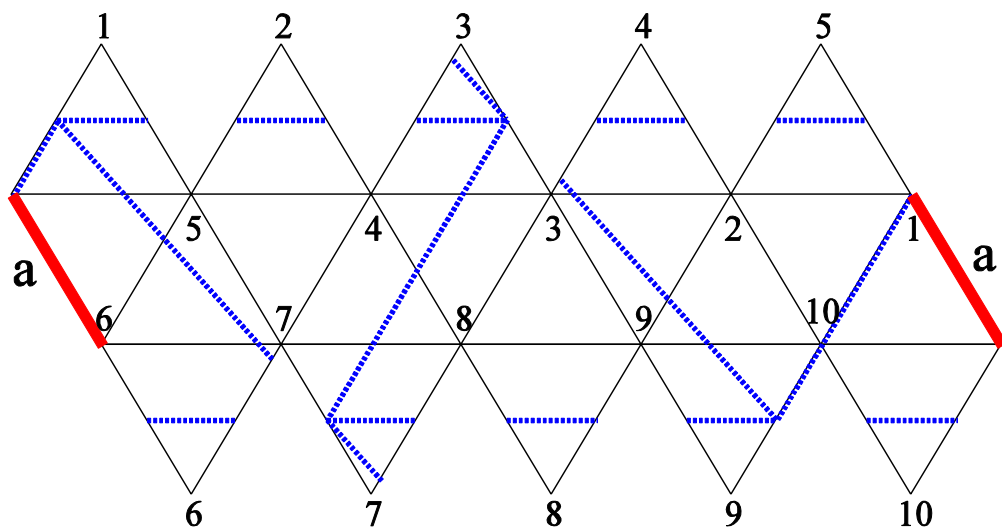
正多面体の一般展開図の最短カットの長さはいくつ？

- 正4面体にはわりと美しい最適解があります
  - 最適解とその証明ができればなおよし
- 正8面体と正6面体
  - 最適解を見つけるのは、なんとかなると思う
  - 最適性を示すのは、手間がかかります
- 正20面体と正12面体
  - 最適解を見つけるのはちょっと大変かも

# Introduction

惜しい! 例たち(上原2010)

### 演習問題3



## 正20面体 $\Leftrightarrow$ 4単面体

以下の共通の展開図を考えてみよ. どのくらい正多面体に近いか検討せよ.

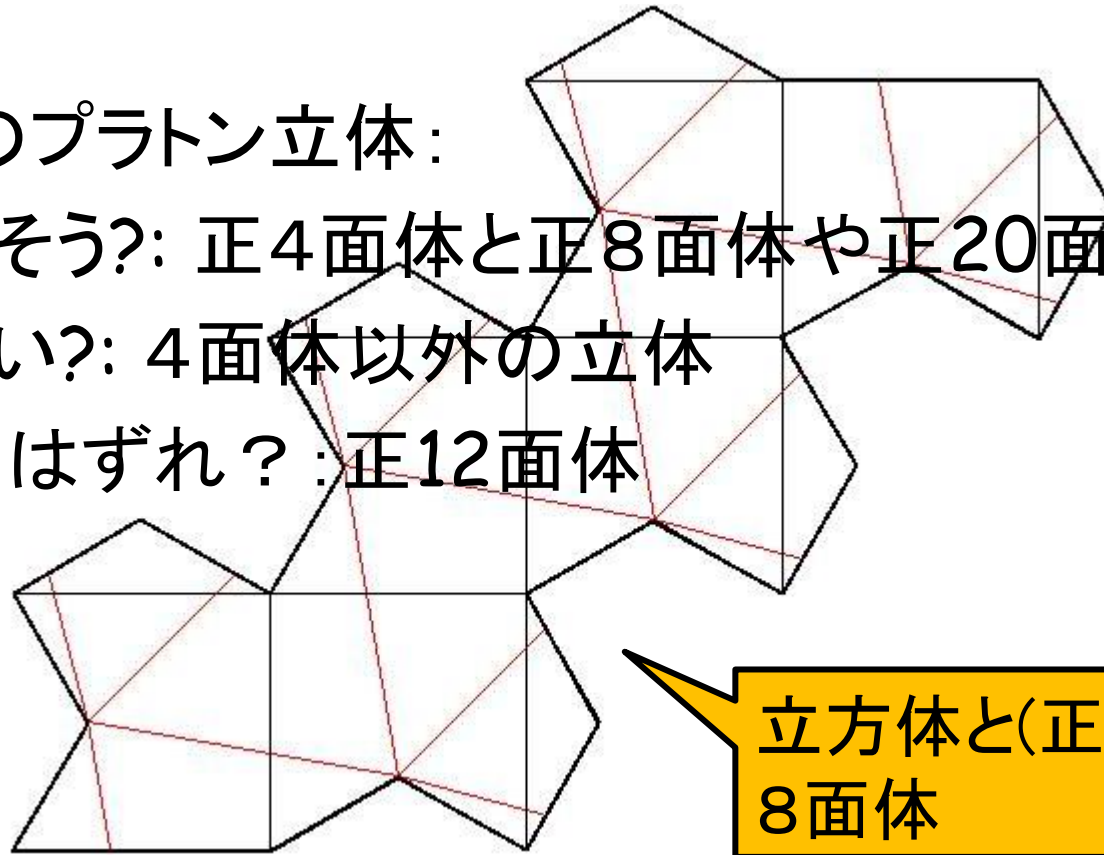
- 立方体 $\Leftrightarrow$ 4単面体
- 八面体 $\Leftrightarrow$ 4単面体

# 未解決問題

- [実験的な観測/予想] 定理 した「フラクタル曲線」は、 $l_1$  の値の連分数展開の係数によって決まる

- その他のプラトン立体:

- できそう?: 正4面体と正8面体や正20面体
- 難しい?: 4面体以外の立体
- 仲間はずれ?: 正12面体



このあたりなら、  
多少はできそう

立方体と(正じゃないけど)  
8面体

# 未解決問題

## (一般化)ピラミッド問題

入力: 周囲にペタルのついた $n$ 角形

問題1: ここから $n$ 角錐(ピラミッド)が折れるか? OK!

問題2: ピラミッドにならない場合,

問題2-1: 凸多面体が折れるか? Good!  $O(n^3)??$

問題2-2: 体積最大の立体が折れるか? So so (改善の余地?)

メタ問題2: 二つの問題の解は違うのか?

メタ<sup>2</sup>問題2: 二つの問題の解が同じになるのはどんなときか? 未解決問題

底面が凸 $n$ 角形  
であることを使っ  
てない

演習問題5: 凹>凸となる具体例を示せ  
未解決問題: メタ問題たちを解け

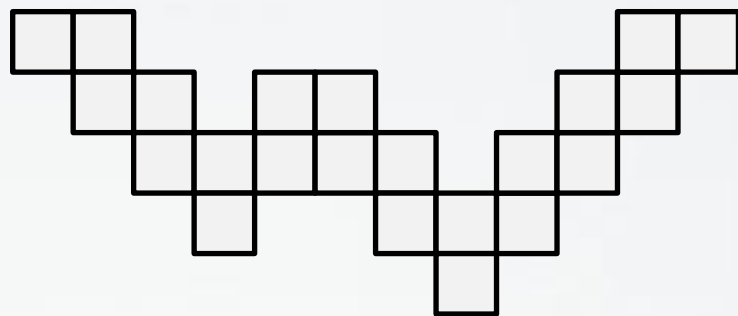
# 箱を折る問題：

## ➤ 演習問題6：

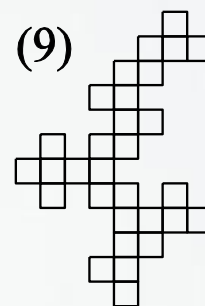
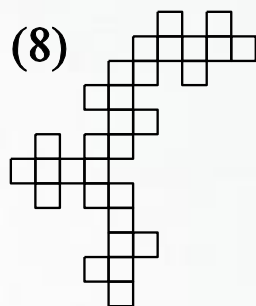
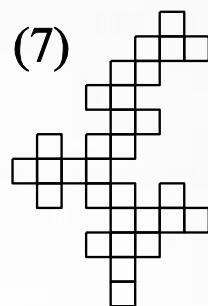
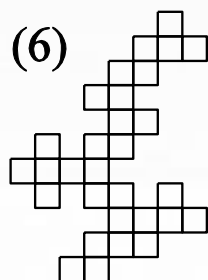
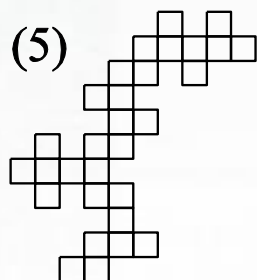
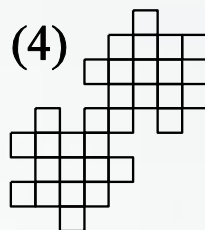
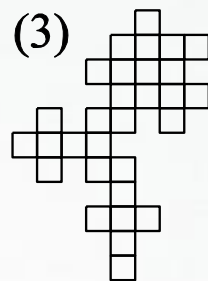
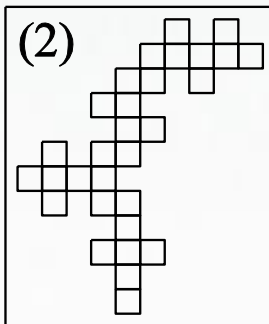
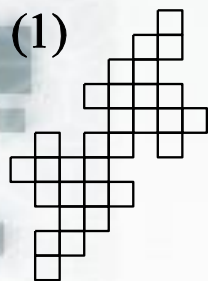
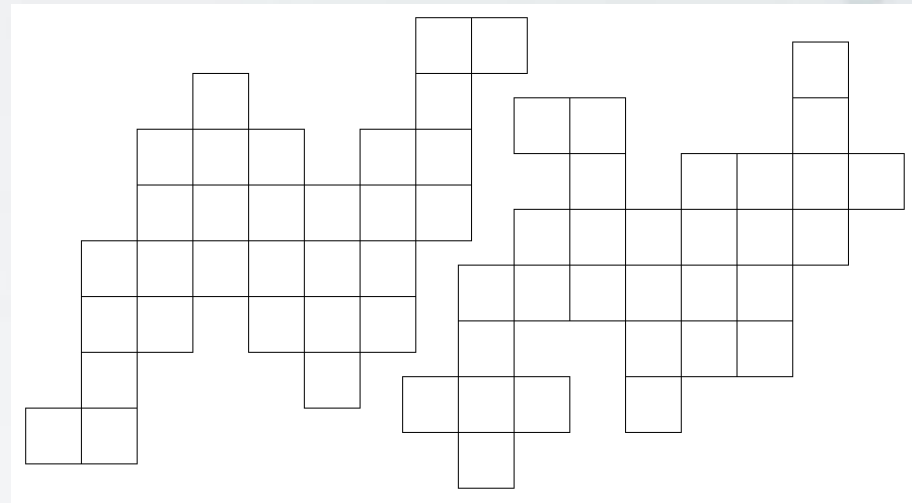
箱を折る展開図を構成するとき，暗に展開図の中に切込みが入ってないと仮定している．実は一般性を失うことなく，これを仮定してよい．なぜか？

# おまけ問題たち：箱を折る

2通り. ただし斜めが必要



3通り. ただし一つはちょっとずるい



どれも3種類.  
演習問題7:(2)だけどう特別なのか？