曲面上のグラフの彩色について

出題者：中本敦浩（横浜国立大学）

演習問題１．ケンペの四色定理の証明の誤りを指摘せよ．

演習問題２．ペテルセングラフは平面的でないことを示せ．また，射影平面に埋め込め．

演習問題３．ヒーウッド数を与える公式にε=2を代入したら，四色定理になっている．これは何を求めたのだろうか．また，射影平面上のグラフの染色数の上界を求めよ．

演習問題4．球面でない曲面Sの偶角形分割の染色数の上界を求めよ．

演習問題5．クラインの壺*N*2の四角形分割 *G* について，*N*2をアニュラスに切り開く閉路*C*の長さが奇数のとき（場合１）と偶数のとき（場合２）に，染色数がどうなるか議論せよ．（必要であれば，*C*とホモトピックに数本のサイクルが取れることを仮定してよい．）

演習問題6．射影平面上の多重偶三角形分割の生成定理を利用して，それらの染色数について議論せよ．

演習問題7．トーラスの偶三角形分割は，repがある程度大きければ，4-彩色可能であることを示せ．