

曲面上のグラフの彩色について

出題者：中本敦浩（横浜国立大学）

演習問題 1. ケンペの四色定理の証明の誤りを指摘せよ.

演習問題 2. ペテルセングラフは平面的でないことを示せ. また, 射影平面に埋め込め.

演習問題 3. ヒーウッド数を与える公式に $\varepsilon=2$ を代入したら, 四色定理になっている. これは何を求めたのだろうか. また, 射影平面上のグラフの染色数の上界を求めよ.

演習問題 4. 球面でない曲面 S の偶角形分割の染色数の上界を求めよ.

演習問題 5. クラインの壺 N_2 の四角形分割 G について, N_2 をアニュラスに切り開く閉路 C の長さが奇数のとき (場合 1) と偶数のとき (場合 2) に, 染色数がどうなるか議論せよ. (必要であれば, C とホモトピックに数本のサイクルが取れることを仮定してよい.)

演習問題 6. 射影平面上の多重偶三角形分割の生成定理を利用して, それらの染色数について議論せよ.

演習問題 7. トーラスの偶三角形分割は, rep がある程度大きければ, 4-彩色可能であることを示せ.