主双対内点法
その始まりから今日まで
Part I：主双対内点法が生まれるまで
ーさえない学生の視点からー

筑波大学システム情報系　吉瀬章子

夏の組合せ最適化セミナー（COSS）　2024年8月8日

Part Iは「私家版主双対内点法とダイバーシティ」
最適化手法とアルゴリズム（SOMA）研究部会　2022年6月11日
での発表スライドを改変して作成しています

筑波大学
University of Tsukuba

IMAGINE THE FUTURE.

なぜ今このテーマ？

頼君との論文：主双対内点法をどう書くか

Journal of Optimization Theory and Applications (2024) 201:433–469
https://doi.org/10.1007/s10957-024-02403-8

Check for updates

Riemannian Interior Point Methods for Constrained Optimization on Manifolds

Zhijian Lai[1] · Akiko Yoshise[1]

Received: 30 June 2023 / Accepted: 4 February 2024 / Published online: 4 March 2024

Abstract
We extend the classical primal-dual interior point method from the Euclidean setting to the Riemannian one. Our method, named the Riemannian interior point method,

主双対内点法は一般にどう説明されているか？

Wikipedia: Interior-point method

Interior-point method

文A 8 languages

Article Talk

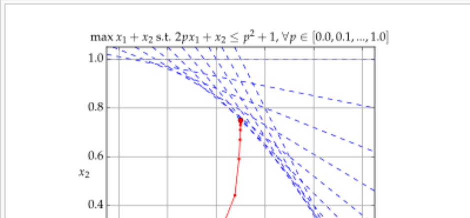
Read Edit View history Tools

From Wikipedia, the free encyclopedia

Interior-point methods (also referred to as **barrier methods** or **IPMs**) are algorithms for solving linear and non-linear convex optimization problems. IPMs combine two advantages of previously-known algorithms:

- Theoretically, their run-time is polynomial—in contrast to the simplex method, which has exponential run-time in the worst case.
- Practically, they run as fast as the simplex method—i contrast to the ellipsoid method, which has polynomi time in theory but is very slow in practice.

In contrast to the simplex method which traverses the *b* of the feasible region, and the ellipsoid method which bo feasible region from *outside*, an IPM reaches a best solu traversing the *interior* of the feasible region—hence the



History [edit]

An interior point method was discovered by Soviet math

3つの参考文献

S. Boyd and L. Vandenberghe (2004)
M. H. Wright (2004)
F. Potra and S. J. Wright (2000)
をもとに記述

主双対内点法は一般にどう説明されているか？

S. Boyd and L. Vandenberghe (2004)　p.621

Bibliography

The early history of the barrier method is described in detail by Fiacco and McCormick [FM90, §1.2]. The
along with closely
[LH66]; see also
Interest declined
equations of the c

The barrier meth
lin, and Wright [G
time projective al
out the 1980s rem
ing in different variations of the basic interior-point methods, and improved worst-case complexity results (see Gonzaga [Gon92]). Primal-dual methods emerged as the algorithms of choice for practical implementations (see Mehrotra [Meh92], Lustig, Marsten, and Shanno [LMS94], Wright [Wri97]).

実用的なアルゴリズムとして登場した
主双対内点法については
Mehrotra(1992), Lustig, Marsten and Shanno (1994), Wright (1997)をみよ.

主双対内点法は一般にどう説明されているか？

M.H. Wright (2004)   p.50

4.4. **New algorithms for old problems.** Leading candidates for the most popular algorithms to emerge from the interior revolution belong to the *primal-dual* family. Although there is no precise, universally accepted definition of a primal-dual method, these methods are almost always based on applying Newton's method to nonlinear equations stated in terms of the original ("primal") problem variables, along with "dual" variables representing the Lagrange multipliers.

4.4.1. *Primal-dual methods for linear programming.* The optimal solution x of the barrier subproblem (22) for a standard-form LP satisfies the condition $c = A^T y + \mu X^{-1}\mathbf{1}$ for some m-vector y (see (24)). Defining the n-vector z as $\mu X^{-1}\mathbf{1}$, we may replace t

(29)

最も普及しているアルゴリズムは主双対族だが
万人に受け入れられる定義はない

主双対内点法は一般にどう説明されているか？

F. Potra and S.J. Wright (2000) p.282

In the first years after Karmarkar's initial paper, work in linear programming focused on algorithms that worked with the primal problem, but were more amenable to implementation than the original method or that had better complexity bounds. A particularly notable contribution from this period was Renegar's algorithm [21], which used upper bounds on the optimal objective value to form successively smaller subsets of the feasible set, each containing the solution, and used Newton's method to follow the analytic centers of these subsets to the primal optimum. A new era was inaugurated with Megiddo's paper [13], originally presented in 1987, which described a framework for primal–dual framework algorithms. The primal–dual viewpoint proved to be extremely productive. It yielded new ... l
algorithms, ... -
ity. In 1989 ... s
of most cu... i
[16] were d... e
primal log-... -
lems, partic... y

内点法の新時代は，主双対の枠組みを示したMeggidoの論文によってもたらされた.
さらに1989年にはMehrotraが LPに対する実用的なアルゴリズムを提案し，1992年に論文としてまとめ現代の多くのソフトウェアの基礎を与えている.

主双対内点法は一般に どう説明されているか？

S. Mehrotra (1992) p.576

The primal-dual algorithms have their roots in Megiddo [21]. These were further developed and analyzed by Kojima, Mizuno, and Yoshise [15] and Monteiro and Adler [27]. They showed that the central trajectory can be followed to the optimal solution in $O(\sqrt{n}L)$ iterations by taking "short steps." Kojima, Mizuno, and Yoshise [16] showed that the primal-dual potential function [31], which is a variant of Karmarkar's potential function [13], can also be reduced by a constant amount at each iteration and therefore, they developed a primal-dual large step potential reduction algorithm.

McShane, Monma, and Shanno [20] were the first to develop an implementation of this method. They found it to be a viable alternative to the then popular dual affine scaling method [1], [26] for solving large sparse problems. They also found that this method typically takes fewer iterations than the dual affine scaling method. However, it was found to be only competitive with the dual affine scaling method because of the additional computat … s implementation created s … -straints to the original problem) and maintained primal and dual feasible solutions of

…これからご紹介する内容とほぼ同じ

1984年の時代の共有

インターネット黎明期
（10月JUNETの運用開始）
パソコンはNEC PC-9800
エディタは一太郎・WordStar
（LaTeXは初版が出たころ）
数式は基本的に手書き
レジュメは青焼き・発表はOHP
科研で海外へは行けない
男女雇用機会均等法は翌年

https://ja.wikipedia.org/wiki/PC-9800シリーズ

PC-9800シリーズ

PC-9801UV11（1988年）

種別	パーソナルコンピューター
発売日	1982年10月 (39年前) (PC-9801)
販売終了日	2003年[1]
出荷台数	1830万台[2]
OS	CP/M-86, MS-DOS, OS/2, Windows
CPU	8086 5MHz (PC-9801)
メモリ	RAM 128KB (PC-9801)

1984年Karmarkar法

A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming

N. Karmarkar

AT&T AT&T Bell Laboratories
Murray Hill, New Jersey 07974

0. Some Comments on the Significance of the Result

0.1 Worst-case Bounds on Linear Programming

The simplex algorithm for linear programming has been shown to require an exponential number of steps in the worst-case [1]. A polynomial-time algorithm for linear programming was published by Khachiyan in 1979 [2]. The complexity of this algorithm is $O(n^6L^2)$ where n is the dimension of the problem and L is the number of bits in the input [3]. In this paper we present a new polynomial-time algorithm for linear programming whose time-complexity is $O(n^{3.5}L^2)$.

最初に入手した論文
コピーが繰り返されて
かなり読みにくい

1984年Karmarkar法

4月STOC '84

9月Gina Kolata氏によるScience誌記事

10月数理計画シンポジウムで刀根薫先生が解説

12月ごろ東工大経営工学科では論文のコピーが
早川研（化学工学）M1のN氏
→森研M1のD氏（FMSスケジューリング）
→森研B4の松井知己氏（プロジェクトネットワーク）
→森研B4の吉瀬（...特殊なVRPで面白くない）

1985年5月M1輪講：K法仮定

刀根薫,「Karmarkar法の新LP解法」
オペレーションズ リサーチ30(1985) 215-220,271-277

Karmarkar, N. "A new polynomial-time algorithm for linear programming." Combinatorica 4(1984), 373–395

標準形

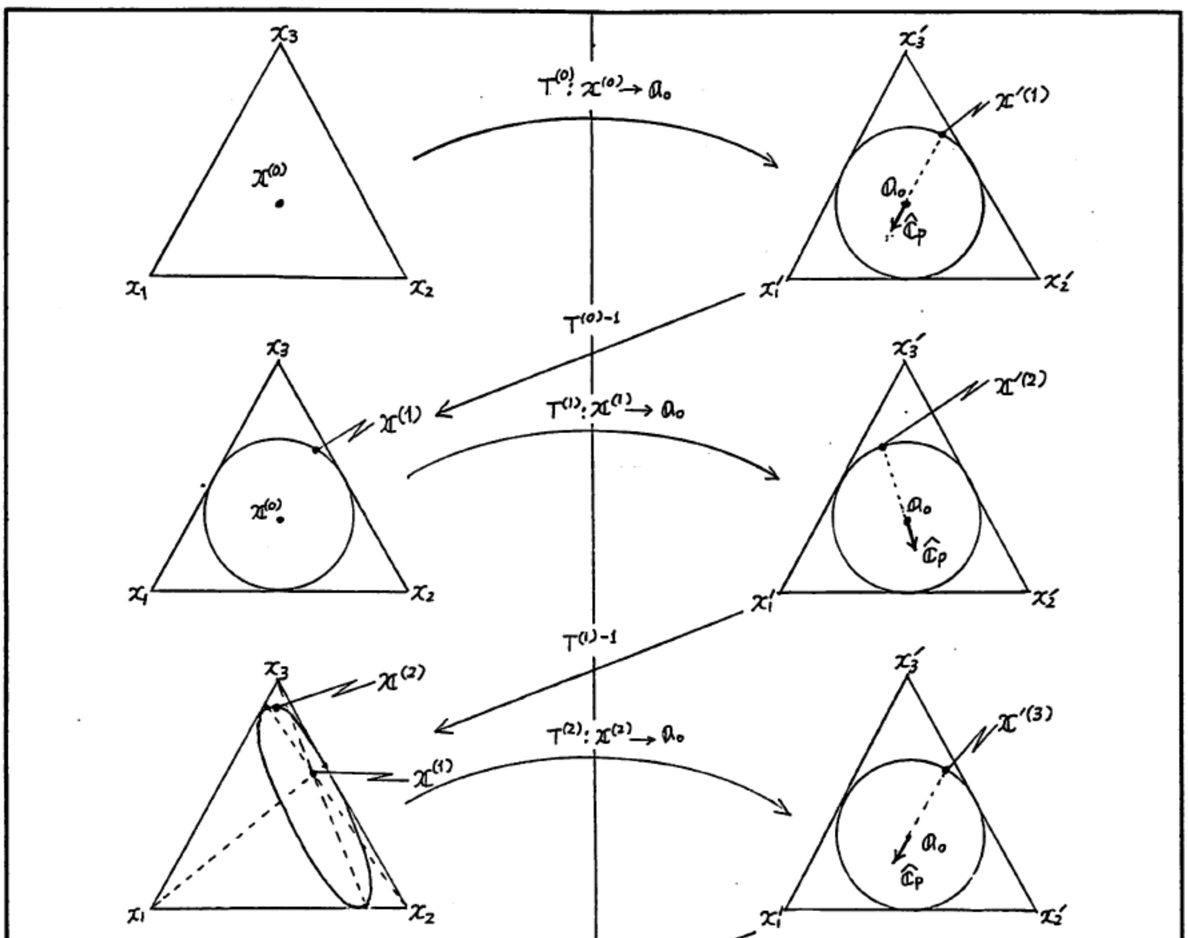
$$\begin{array}{ll} \text{minimize} & c^T x \\ \text{subject to} & Ax = 0 \\ & \sum x_i = 1 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

◎ 初期可能解既知 $(\frac{1}{n}, \cdots, \frac{1}{n})$

◎ 目的関数の最小値は 0

◎ 最適解が存在しないなら
もとの問題は infeasible
か有界でない解をもつ。

1985年5月M1輪講：K法射影変換



1985年5月M1輪講：K法ポテンシャル関数

射影変換前 $f(x) = \sum_j \ln\left[\frac{c^T x}{x_j}\right]$

射影変換後 $f'(x') = \sum_j \ln\left[\frac{(Dc)^T x'}{x_j'}\right] - \sum_j \ln x_j'^{(k)}$

とする。

この function の性質

1. $f(x)$を充分に減らす $\longrightarrow$ $c^T x$は減少
2. $f(x) = f'(T(x))$

1985年5月M1輪講：K法仮定への対応

Step 0 一般的なLP問題を想定する。

minimize $c^T x$

subject to $Ax \geqq b$

$x \geqq 0$

- 初期可能解の存在
- 目的関数の最小値
- 最適解の存在

は、未知。

Combinatorica論文では主双対問題を考えて最適値0としている

Step 1 Primal dual 問題を考える。

$Ax \geqq b$

$A^T u \leqq c$

$c^T x - b^T u = 0$

$x \geqq 0$, $u \geqq 0$

・双対定理より。

Step 0が最適解をもつ。

$\Updownarrow$

左式をみたす x, u が存在する。

1985年5月M1輪講：K法仮定への対応

最適値0の仮定について

主問題と双対問題を同時に扱う方法は
一般に実用性に欠けると考えられており

STOC '84論文では
目的関数値の上界と下界を更新する方法を提案

参考：刀根薫，「Karmarkar法の新LP解法」
オペレーションズ リサーチ30(1985) 215-220,271-277

1985年8月SSOR＠慶応義塾立科山荘

目　次

1985年8月SSOR＠慶応義塾立科山荘

東京工業大学　理学部
〒152　東京都目黒区大岡山2－12－1
森村　英典（一）
小島　政和（一）
岡田　章　（一）
和光　純　（学）
辻野　広司（学）
野村　佳孝（学）
小沢　利久（学）
石塚　利之（学）
田村　明久（学）
杉原　明　（学）
鈴木　康介（学）
丸屋　誠　（学）
新木　俊志（学）
青木　淳一（学）

東京工業大学　工学部
〒152　東京都目黒区大岡山2－12－1
鈴木　久敏（一）
藪　　昌浩（学）
松井　知己（学）
吉瀬　章子（学）
嶋谷あゆみ（学）
西本　武志（学）
柘植　誉　（学）

以後小島研と
小島先生，刀根先生，
（当時千葉工業大学に
おられた）水野先生との
ゼミに参加

海外から郵送されてくる
最新のテクニカルレポー
トに触れさせて頂く

1985年6月アフィン変換法

Algorithmica (1986) 1: 395–407

A Modification of ... **Algorithm**

Robert J. Vanderbei,[1] Marc S. Meketon,[1] and Barry A. Freedman[1]

極めて競争的な状況　参考：Kranichによるbbl

https://www.netlib.org/bib/ipmbib.bib

1984-1999の15年間で2446編の論文

Some recent papers on Karmarkar's algorithm are [2], [3], [8], [9], and [10]. This algorithm has been independently proposed in [2] and [3]. No convergence proof was presented in [3]. T... different from the one prese...

双対問題に対するアフィン変換法はAdler, Karmarkar, Resende and Veiga 1986年5月

[1] L. V. Atkinson and P. J. Harley, *An Introd*... Wesley, Reading, MA, 1983.

[2] E. R. Barnes, A variation on Karmarkar's a... Manuscript, IBM T. J. Watson Research C...

[3] T. M. Cavalier and A. L. Soyster, Some c... Karmarkar algorithm, ISME Working Pap...

An Implementation of Karmarkar's Algorithm for Linear Programming

Ilan Adler †
Narendra Karmarkar ‡
Mauricio G.C. Resende †
Geraldo Veiga †

May 1986

筑波大学
University of Tsukuba

1985年6月アフィン変換法

さらに1967年，74年Dikinのアルゴリズムと同じであることが明らかに

American Mathematical Society
MathSciNet
Mathematical Reviews

Select alternative format

Publications results for "MR Number=(1097868)"

MR1097868 (92d:90046) Reviewed

Vanderbei, R. J. (1-BELL); Lagarias, J. C. (1-BELL)

I. I. Dikin's convergence result for the affine-scaling algorithm. *Mathematical developments arising from linear programming (Brunswick, ME, 1988)*, 109–119,
Contemp. Math., 114, *Amer. Math. Soc., Providence, RI*, 1990.
90C05

アフィン変換法の決定版は土谷先生の論文

This paper is important for everybody who is interested in interior point methods. The best result in the area of affine scaling algorithms is a paper by T. Tsuchiya ["Global convergence of the affine scaling methods for degenerate linear programming problems", Math. Program. Stud., to appear], where he proved the convergence of the affine scaling method without a nondegeneracy assumption. Unfortunately his proof allows only short steps.

{For the collection containing this paper see MR1097861.}

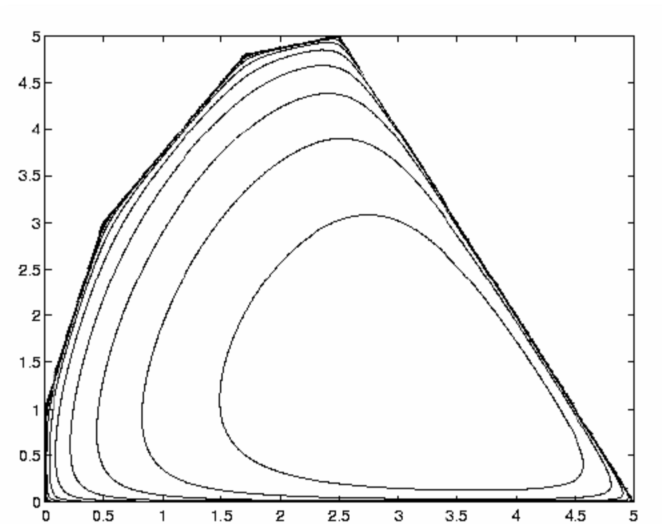
Reviewed by Tamás Terlaky

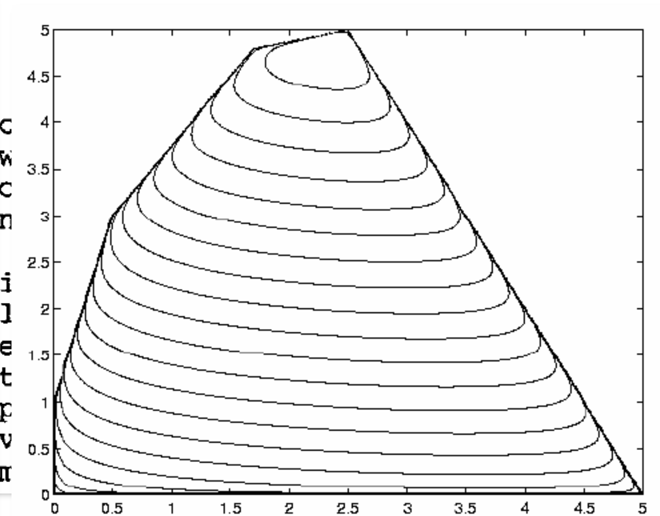
1985年9月Sonnevend論文

Karmarkar法と解析的中心との関係

AN "ANALYTICAL CENTRE" FOR POLYHEDRONS AND NEW CLASSES OF GLOBAL ALGORITHMS FOR LINEAR (SMOOTH, CONVEX) PROGRAMMING

Gy. SONNEVEND
Dept. of Numerical Analysis, Inst. of Mathematics
Eötvös University, 1088. Budapest, Muzeum krt. 6-8.





1985年11月数理計画シンポジウム @学習院大学

伊理先生・今井先生：乗数的罰金関数法

2 — 4

刀根先生：内点法と単体法のハイブリッド法

4 — 4

小島先生：改良Karmarkar法

4 — 5

Karmarkar法の改良について

小島政和　東京工業大学

Notes on Improvements of Karmarkar's Algorithm

Masakazu Kojima, Tokyo Institute of Technology

Abstract This note presents several fundamental ideas which are useful to improve the computational efficiency of Karmarkar's new algorithm for solving linear programs. They include

(a) a potential function defined on R^n_+ (the nonnegatice orthant of the n-dimensional Euclidean space),

(b) minimization of the potential function using a projective transformation from R^n_+ onto the n-dimension simplex,

(c) a formula for updating lower bounds of the objective function by Todd-Burrell,

(d) a numerical test to determine basic variables of optimum solutions and a reduction of the size of the problem,

(e) an efficient formulation of phase 1.

筑波大学
University of Tsukuba

1986年4月今井先生による乗数罰金関数法の改良

Extensions of the Multiplicative Penalty Function Method for Linear Programming

Hiroshi IMAI

Department of Computer Science and Communication Engineering

Faculty of Engineering, Kyushu University, Fukuoka 812, Japan

Abstract

We shall extend Iri's multiplicative penalty function method for linear programming [4] so that it can handle the problem of unknown optimum value, without solving both primal and dual programmes simultaneously, and generate convergent dual solutions. We also give a sufficient condition for a

which can be checked in the extende

主問題と双対問題を同時に解くことなく最適値が未知の問題を扱うことが可能

1986年6月14日Karmarkar東工大訪問

刀根先生，小島先生とゼミのあと談話室でお茶をご一緒
刀根薫「随筆・LP メリーゴーラウンド」オペレーションズ・リサーチ32(1), 19–23 (1987)

日本にゆくので東京で会いたいという電話が小島君宛に入ってきた．京都での日米シンポジウムに出席した後上京するとのこと．大歓迎である．カーマーカーとは初対面であったが，射影法の implementationの細部にわたって3人で検討することができた．これは実に有益な機会であった(1986年6月14日)．その折のテーマは次のようなものであった．

1. 下界値の改訂法，特に2次元ラインサーチについて
2. 過疎行列の基底のＬＵ分解とその更新について
3. ＣＧ法の停止規則について
4. 射影法が強相補性の成立するユニークな解に収束することについて
5. 射影法の軌跡を微分方程式で追跡する方法をめぐって

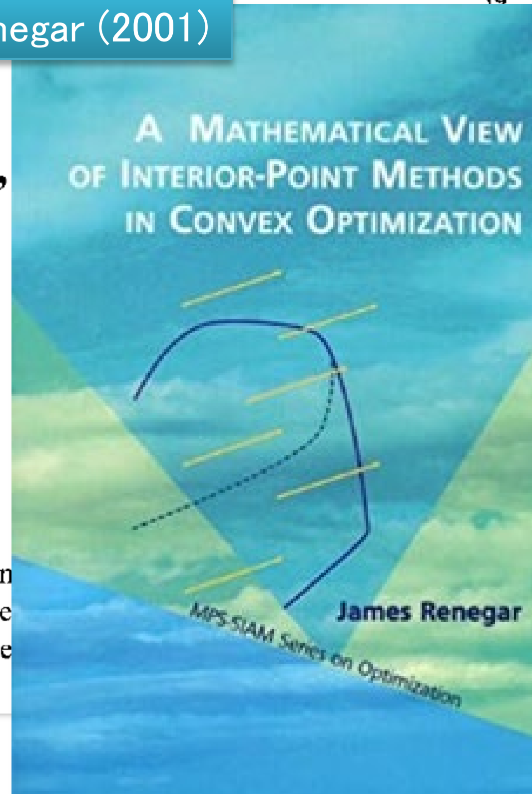
coop 鈴カステラ
https://goods.jccu.coop/lineup/4902220401468.html

1986年9月Renegar論文

解析的中心（対数障壁関数）＋Newton法　→多項式収束性

Mathematical Programming 40 (1988) 59–93
North-Holland
59

Renegar (2001)



A POLYNOMIAL-TIME ALGORITHM,
NEWTON'S METHOD, FOR LINEAR

James RENEGAR

School of Operations Research and Industrial Engineering,
USA

Received 4 September 1986
Revised manuscript received 15 June 1987

A new interior method for linear programming is presen
it is proven. The proof is substantially different from those
for Karmarkar's algorithm. Also, the algorithm is conce
algorithms.

筑波大学
University of Tsukuba

1986年10月射影変換に基づく山下法

Hiroshi Yamashita "A Polynomially and Quadratically Convergent Method for Linear Programming"
Technical Report, Mathematical System Inc., Tokyo, Japan.

上記のアルゴリズムにおいて

$$F(x_k;c_{0,k}) \leq (2/e)^k F(x_0;c_{0,0})$$

を証明することができる。これより多項式オーダの収束が導かれる。

[9]に示されているようにNewton法のベクトル d_N も d_1 と d_2 の1次結合で

$$d_N = \theta_0(\theta_1 d_1 + d_2)$$

$$g = \nabla F/F$$

と表すことができる。Newton法は適当な条件の下で局所的に2次収束することが

上の事実により多項式オーダで収束し、かつ局所的に2次収束性を示すアルゴリズムとして

(i) d_p, d_N の2方向に直線探索を行い、Fのより小さい値を与える点を次の点 x_+ とする;

その点を x_+ とする。

に関数近似を用いる方法が考えられる。いま

$$f = \ln F = (m+1)\ln(c^t x - c_0) - \sum_{i=1}^{m} \ln(a_i^t x - b_i)$$

とおくとFの最小点はfの最小点であり

射影変換で得られる探索方向は
アフィン探索方向＋中心化方向

画像は山下浩, 荒川貴道「多項式オーダーと2次の収束性をもつ線形計画問題の内点法とそのimplementation ―denseな場合―」
1987年2月「線形計画問題の新解法」の原稿

Technical Report, Mathematical System Inc.は公開されていない？

1986年11月25日
小島先生とのLP新解法ゼミ

M2の吉瀬が考えていた「なんちゃって主双対内点法」

86.11.25 P 1

A Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming

A Primal-Dual Interior Point Algorithm

1. Introduction

一般の線形計画問題

minimize $c^T x$

1986年11月25日
小島先生とのLP新解法ゼミ

M2の吉瀬が考えていた「なんちゃって主双対内点法」

Potential function として $f(x,w) \triangleq (2n+1)\ln x^T w - \sum_{j=1}^{n} \ln x_j - \sum_{j=1}^{n} \ln w_j$

を導入する．

このPotential function が，Step 1 or Step 2. or Step 3 で，ある定数 δ ずつ減少することを示す．

このPotential function は 射影変換 T^P, T^D, T^{PD} 下で不変であるという特徴をもつ．

1986年11月25日
小島先生とのLP新解法ゼミ

M2の吉瀬が考えていた「なんちゃって主双対内点法」

$W^{\ell} x^{k} = X^{k} w^{\ell} = \mu, \quad x^{kT} w^{\ell} = e_n^T \mu$ としている.

小島先生によるコメント1
「この間の数理計画シンポジウムで
Megiddoが似たような話してたよね」

$(\bar{P}$

$\begin{bmatrix} e_n^T & e_n^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{x}, \bar{w}, \bar{z} \geq 0$

1986年11月6, 7日
第7回数理計画シンポジウム
@名古屋国際センター

特別講演1-1　Nimrod Megiddo
"Pathewayto the Optimal Set in Linear Ptogramming"

PROGRAM

THURSDAY, NOVEMBER 6, 10:00-12:00 A.M.

Opening Address
Masao IRI (General Chairman)

SESSION 1: SPECIAL LECTURE

1986年11月6, 7日
第7回数理計画シンポジウム：Megiddoの講演

$$v_j x_j \quad = \quad u_i y_i \quad = \quad \mu \,.$$

Thus,

$$b^T y - c^T x \quad = \quad (m+n)\mu$$

and

主双対解析的中心の特徴づけ

小島先生のコメント2
「これNewton法で追いかけたらどうなるだろうね」

Consider a point (x', y') with $x' = x^o - \delta \dot{x}$ and $y' = y^o - \delta \dot{y}$, w… solution of the latter system of equations at $x = x^o$, $y = y^o$ and … number. Obviously, (x', y') lies on the tangent to the curve at x^o and y^o. It is easy to verify that

$$b^T y' - c^T x' \;=\; (1-\delta)(b^T y - c^T x) \,.$$

解析的中心における接線方向の性質

1987年2月23，24日
「線形計画法の新解法」: 主双対内点法

目次

$O(nL)$反復アルゴリズム

1987年2月23, 24日
「線形計画法の新解法」: 主双対内点法

Centered Newton Method

1987年3月1-4日 Progress in Mathematical Programming @Asilomar Conference Center

The starting point of this volume was a conference entitled "Progress in Mathematical Programming," held at the Asilomar Conference Center in Pacific Grove, California, March 1–4, 1987. The main topic of the conference was developments in the theory and practice of linear programming since Karmarkar's algorithm. There were thirty presentations and approximately fifty people attended. Presentations included new algorithms, new analyses of algorithms, reports on computational experience, and some other topics related to the practice of mathematical programming.

Interestingly, most of the progress reported at the conference was on the theoretical side. Several new polynomial algorithms for linear programming were presented (Barnes-Chopra-Jensen, Goldfarb-Mehrotra, Gonzaga, Kojima-Mizuno-Yoshise, Renegar, Todd, Vaidya, and Ye). Other algorithms presented were by Betke-Gritzmann, Blum, Gill-Murray-Saunders-Wright, Nazareth, Vial, and Zikan-Cottle. Efforts in the theoretical analysis of algorithms were also reported (Anstreicher, Bayer-Lagarias, Imai, Lagarias, Megiddo-Shub, Lagarias, Smale, and Vanderbei). Computational experiences were reported by Lustig, Tomlin, Todd, Tone, Ye, and Zikan-Cottle. Of

1987年3月1-4日
Progress in Mathematical Programming

$O(nL)$反復アルゴリズム

1987年3月1-4日
Progress in Mathematical Programming

出版されて以降はこの論文集が参照されている

1987年3月吉瀬の修論

アフィン探索方向＋中心化方向の性質

1987年3月吉瀬の修論

アフィン探索方向(β)+中心化方向(γ)の比率γ/β

	γ / β	直線探索
・改訂Karmarkar法	$\boxed{\dfrac{c^T x^k - e^T P_{Ax}(X_c)}{(n+1) - \|P_{Ax} e\|^2}}$	×
・乗法的罰金関数法	$\dfrac{\frac{(c^T x^k)^2}{n+1} - \|P_{Ax}(X_c)\|^2}{c^T x^k - e^T P_{Ax}(X_c)}$	○
・アフィン変換による内点法	0	
・Renegarによる内点法	$\dfrac{\frac{\lambda^2}{\ell} + \|P_{Ax}(X_c)\|^2}{e^T P_{Ax}(X_c) - \lambda}$	○
・山下による内点法	$\boxed{\dfrac{c^T x^k - e^T P_{Ax}(X_c)}{(n+1) - \|P_{Ax} e\|^2}}$	○

改訂Karmarkar法と山下法が同じ

1987年6月4日D1吉瀬のゼミ

Primal

$$\boxed{\begin{array}{ll} \max & c^T x \\ \text{s.t} & Ax \le b \\ & x \ge 0 \end{array}}$$

Dual

$$\boxed{\begin{array}{ll} \min & b^T y \\ \text{s.t} & A^T y \le c \\ & y \ge 0 \end{array}}$$

$A \in R^{m \times n}$, $x \in R^n$
$b \in R^m$, $y \in R^m$
$c \in R^n$

↓

$$\boxed{\begin{array}{ll} \max & c^T x \\ \text{s.t.} & Ax + \bar{x} = b \\ & x, \bar{x} \ge 0 \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} \min & b^T y \\ \text{s.t.} & A^T y - \bar{y} = c \\ & y, \bar{y} \ge 0 \end{array}}$$

$\bar{x} \in R^m$, $\bar{y} \in R^n$

↓

$$\boxed{\begin{array}{ll} \text{find} & (x^T, y^T)\begin{pmatrix} \bar{y} \\ \bar{x} \end{pmatrix} \\ \text{s.t.} & \begin{pmatrix} \bar{y} \\ \bar{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & A^T \\ -A & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -c \\ b \end{pmatrix} \\ & x, \bar{x}, y, \bar{y} \ge 0 \end{array}}$$

$(n+m)$次元のLCP

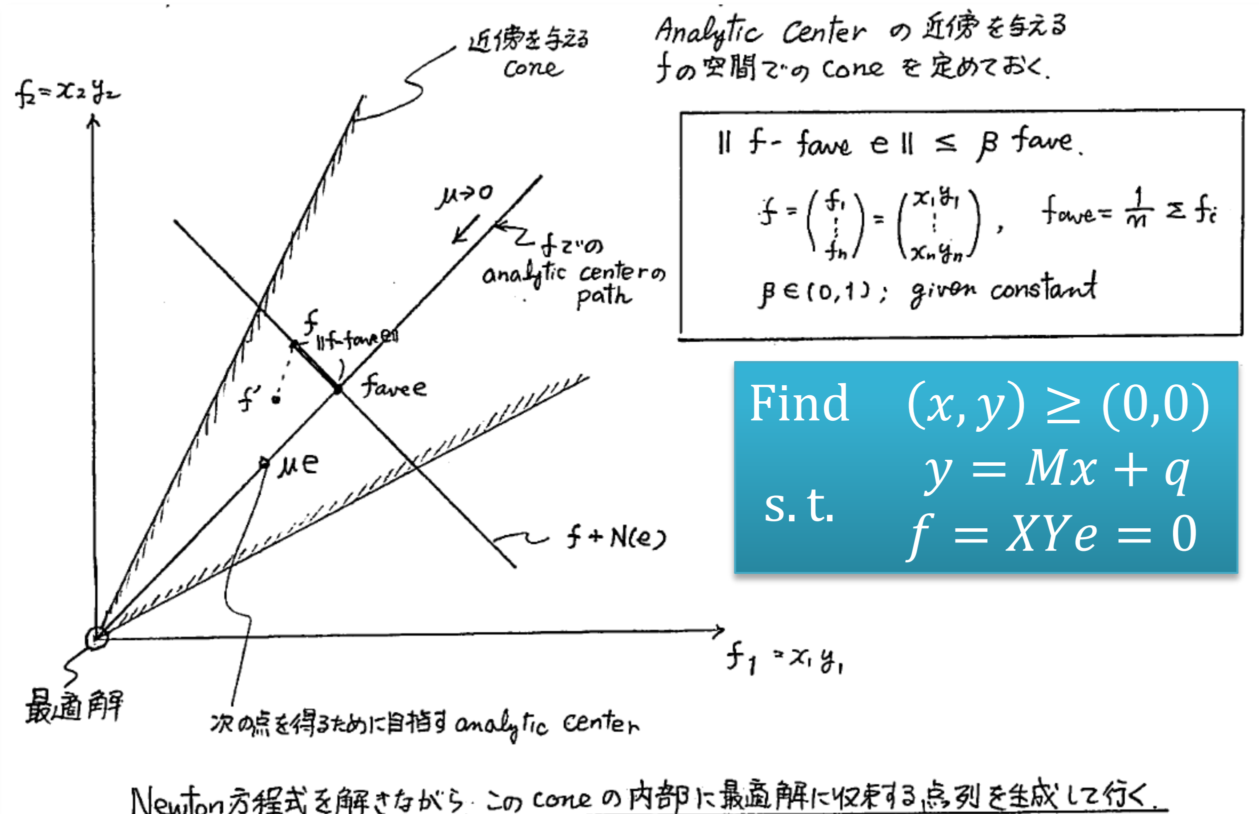
$$b^T y - c^T x = (x^T, y^T)\begin{pmatrix} \bar{y} \\ \bar{x} \end{pmatrix}$$

$\forall x \in R^n, \forall y \in R^m$

$$(x^T, y^T)\begin{pmatrix} 0 & A^T \\ -A & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

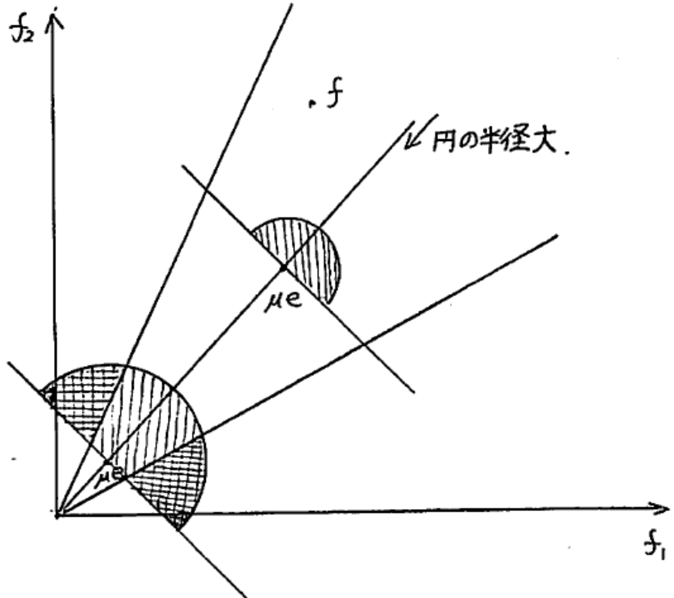
相補性問題

1987年6月4日D1吉瀬のゼミ



$$\text{Find} \quad (x, y) \ge (0,0)$$
$$\text{s.t.} \quad y = Mx + q$$
$$f = XYe = 0$$

1987年6月4日D1吉瀬のゼミ



μを欲ばって小さくとると.

cone を出たり
infeasible になる

- この円の半径 $\|v\|$ は. $\|v\| \le \frac{1}{2}\|u\|^2$
- cone の断面の半径 $\beta\mu$

↓

$\beta\mu \gg \frac{1}{2}\|u\|^2$ であればよい.

元の世界との関係は？→ホモトピー法の妥当性

Kojima, Mizuno and Noma (1989)
Kojima, Megiddo and Noma (1991)

筑波大学
University of Tsukuba

1987年7月$O(\sqrt{n}L)$反復アルゴリズムを相補性問題に拡張してMath. Program. に投稿

Kojima, M., Mizuno, S., & Yoshise, A. (1989). A polynomial-time algorithm for a class of linear complementarity problems. Mathematical programming, 44(1), 1-26. Received Jul. 27, 1987

Monteiro, R. D., & Adler, I. (1989). Interior path following primal-dual algorithms. Part I: Linear programming. Mathematical programming, 44(1), 27-41. Received Aug. 3, 1987

Monteiro, R. D., & Adler, I. (1989). Interior path following primal-dual algorithms. Part II: Convex quadratic programming. Mathematical Programming, 44(1), 43-66. Received Sep. 21, 1987

筑波大学
University of Tsukuba

検索の時代，価値は変化しているか

1988年8月4日ISMP東京 学生スタッフ（D2）

はじめて国際会議で発表，Sonnevendと「だっこ紐」を探しに大丸へ

金子郁容先生，室田一雄先生，山本芳嗣先生の下でBanquet担当

「椿山荘事件」を目撃

予算委員長の鈴木久敏先生に頼み込んでISMP法被を頂く

Megiddoから米国IBMへの渡航のお誘い

ICCOPT2016 Banquet

1989年7-9月IBM Summer Student（D3）

Irvin Lustigとのゼミ

LPに対する内点法ソルバーOB1前身の計算機実験結果について

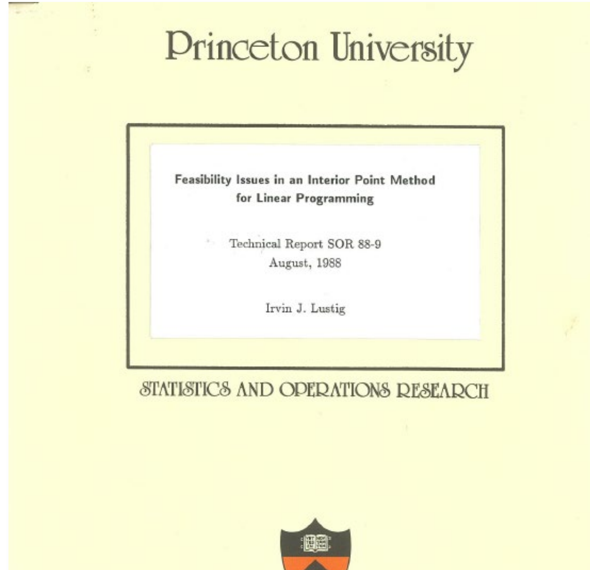
ステップサイズを0.99程度に取ると高速だが大域的収束性が証明できないか？

写真は Lustig, I. J. (1990). Feasibility issues in a primal–dual interior–point metho

programming. Ma

Programming, 49

のテクニカルレポ



Princeton University

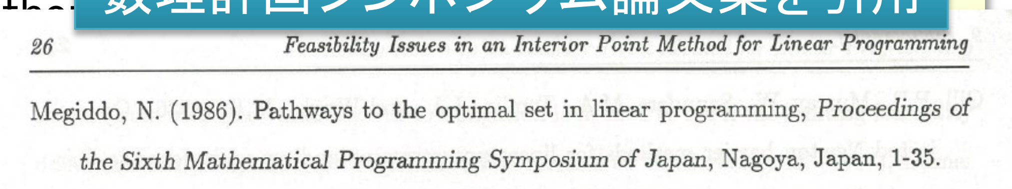
Feasibility Issues in an Interior Point Method
for Linear Programming

Technical Report SOR 88-9
August, 1988

Irvin J. Lustig

STATISTICS AND OPERATIONS RESEARCH

数理計画シンポジウム論文集を引用



26 *Feasibility Issues in an Interior Point Method for Linear Programming*

Megiddo, N. (1986). Pathways to the optimal set in linear programming, *Proceedings of the Sixth Mathematical Programming Symposium of Japan*, Nagoya, Japan, 1-35.

「主双対内点法が実用的」という初めての情報

Akiko Yoshise D.Eng. 1990

Tokyo Institute of Technology

In 1989, we

- had research meeting in front of laundry machines
- crossed all bridges on San Francisco Bay and
- walked all trails in Yosemite National Park…

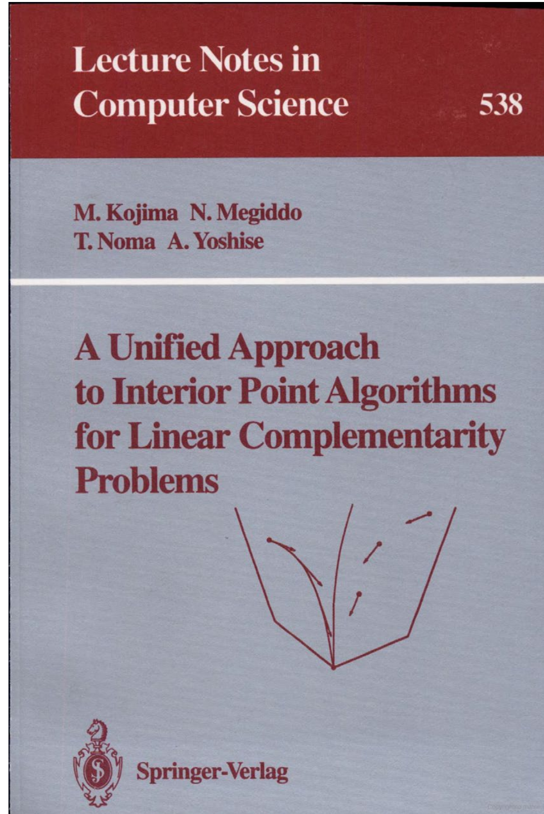
2007年小島先生還暦記念集会でのスライド

1990年12月LNCS原稿完成（筑波大準研究員）

1988年以降はLaTeXで作成

要約版は1990年7月に投稿

Kojima, M., Megiddo, N., Noma, T., & Yoshise, A. (1991). A unified approach to interior point algorithms for linear complementarity problems: A summary. Operations Research Letters, 10(5), 247-254.



1990年8月
Marsten, Subramanian, Saltzman, Lustig & Shannoによる Interface記事

線形計画問題に対する内点法は
Newton, Lagrange, and Fiacco and McCormick
と呼ぼう！

INFORMSでのShannoのインタビュー
https://www.informs.org/Explore/History-of-O.R.-Excellence/Biographical-Profiles/Shanno-David

1992年INFORMS Computing Society Prize

https://www.informs.org/Recognizing-Excellence/Community-Prizes/INFORMS-Computing-Society/INFORMS-Computing-Society-Prize

1992

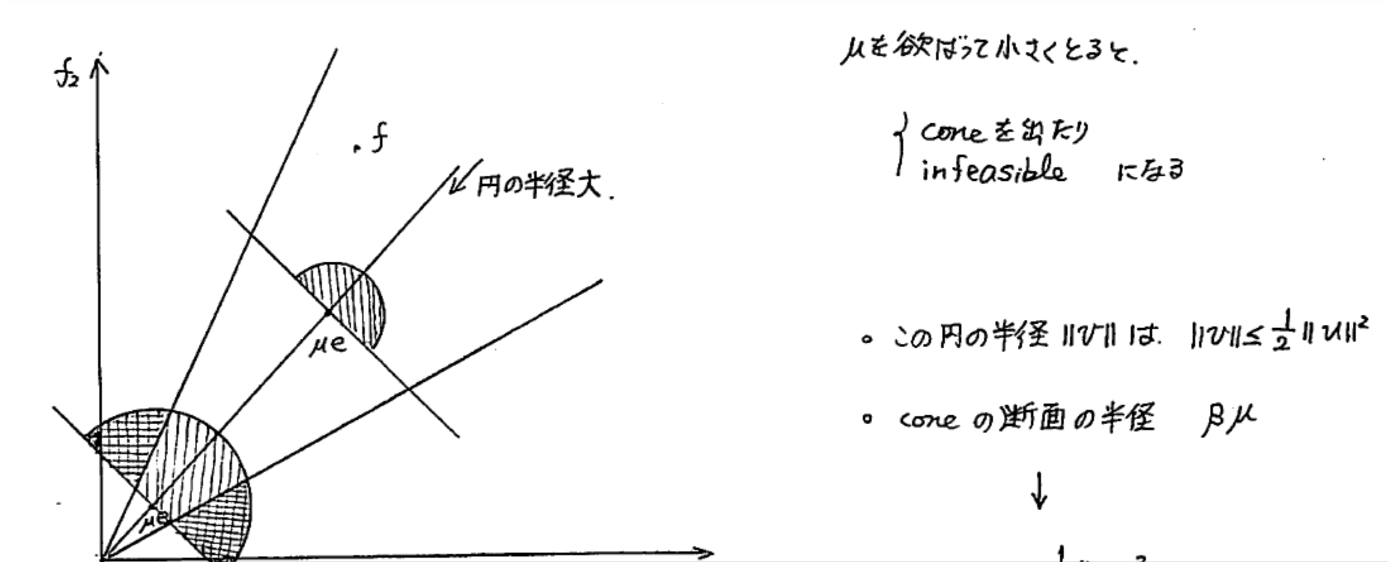
FIRST PLACE

- **Irvin Lustig**, Princeton Consultants
- **Roy Marsten**, Emcien Corporation
- **David Shanno**, Rutgers University

- **Masakazu Kojima**, Tokyo Institute of Technology, Dept. of Mathematics & Computer Science
- **Nimrod Megiddo**, IBM
- **Toshihito Noma**, Tokyo Institute of Technology, Dept. of Information Sciences
- **Akiko Yoshise**, University of Tsukuba, Graduate School of Systems and Information Engineering

さらに同年水野先生と一緒に
INFORMS Frederick W. Lanchester Prize　拝受

1987年6月4日D1吉瀬のゼミ（再掲）



元の世界との関係は？→ホモトピー法の妥当性

Meggido (1989)
Kojima, Megiddo and Noma (1991)

Part II へ

筑波大学
University of Tsukuba

IMAGINE