

演習問題

問題 1

- (1) 連結 P_4 -free グラフ G について, $V(G)$ の分割 $\{X_1, X_2\}$ が存在して,
 $\forall x_1 \in X_1, \forall x_2 \in X_2, x_1 x_2 \in E(G)$ となることを示せ.
- (2) グラフ G について, “ G が P_4 -free $\Leftrightarrow G$ がコグラフ” を示せ.

問題 2

- (1) 自然数 k に対して, 偶位数の k -連結 $K_{1,k+1}$ -free グラフが完全マッチングを持つことを示せ.
- (2) グラフ G が **t -マッチング拡張可能** であるとは, $|M| \leq t$ を満たす G の任意のマッチング M に対して, $M \subseteq M'$ を満たす G の完全マッチングが存在することをいう.
- 自然数 k と t に対して, 偶位数の $(k + 2t - 1)$ -連結 $K_{1,k+1}$ -free グラフが t -マッチング拡張可能であることを示せ. n

演習問題

問題 3

(1) 右のグラフ H_1, H_2 について,

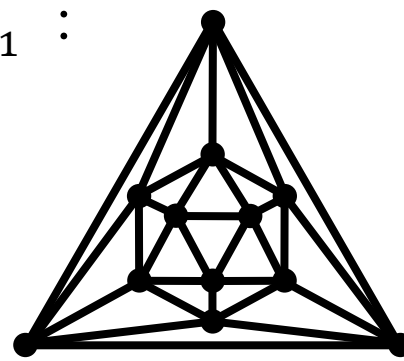
$\mathcal{G}(\{K_{1,3}, H_1\}) \triangle \mathcal{G}(\{K_{1,3}, H_2\}) = \{H_1\}$ が成り立つことを示せ.

(2) $B(H_1) \neq$ [正二十面体グラフ] であり, かつ

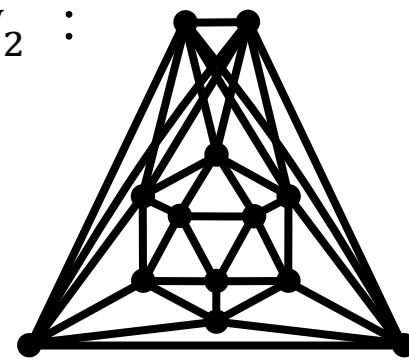
$H_1 \neq H_2, K_{1,3} \not\leq H_1, K_{1,3} \not\leq H_2, |\mathcal{G}(\{K_{1,3}, H_1\}) \triangle \mathcal{G}(\{K_{1,3}, H_2\})| < \infty$ を満たすような H_1, H_2 は存在するか.

⚠ (2) は私が知りたい問題です. そのため, 私は答えを持ち合わせていません.

H_1 :



H_2 :



問題 4

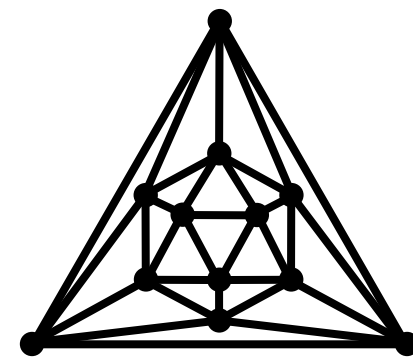
(1) $\mathcal{G}(\{K_{1,3}, B_{1,2}\}) \setminus \mathcal{G}(\{K_{1,3}, P_6\})$ を特徴付けよ.

(2) (1) を用いて, 定理 6 が定理 5 の系であることを示せ.

演習問題

問題 5

5-連結 $\{K_{1,3}, K_4\}$ -free グラフは右のグラフ (正二十面体グラフ) に限られることを示せ.



問題 6

自然数 $k \geq 3$ に対して, 3-連結 $\{K_3, K_{3,k}, \text{fork}, \text{path}_3\}$ -free グラフ G は, $\Delta(G) \leq k + 1$ かつ $\text{diam}(G) \leq 3$ を満たすことを示せ.



⚠ 特に, このグラフクラスは有限となる.

問題 7

独立数 $\alpha(G)$ に関するラムゼー問題を解け.

すなわち, 連結グラフの集合 $\mathcal{H}$ で,

$\exists$ 定数 $c = c(\mathcal{H})$ s.t. $\forall$ 連結 $\mathcal{H}$ -free グラフ G は $\alpha(G) \leq c$ を満たす
となるものの特徴付けを (その証明と共に) 与えよ.