

教員名 梶野 直孝

大分野名 解析学

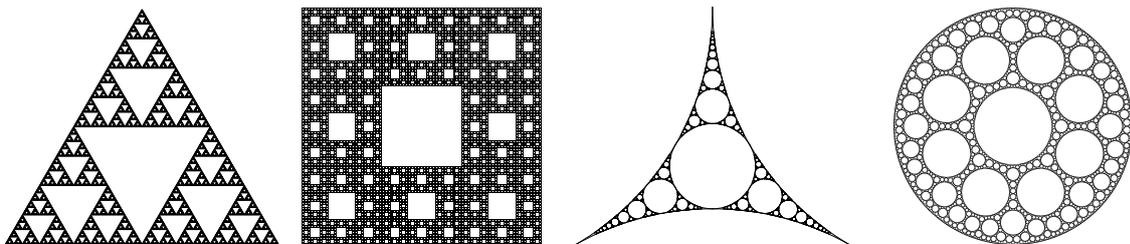
小分野名 確率論

キーワード 確率過程, フラクタルのスペクトル幾何, ポテンシャル論

研究分野紹介 「フラクタル」と総称される, Euclid 空間や Riemann 多様体のような滑らかな空間とは全く異質の幾何的性質を有する空間において, 幾何的に自然なラプラシアンおよび対応する確率過程の構成と詳細な解析を行うことを目標とする研究をしています. 特にラプラシアンのスペクトル幾何的性質, すなわち「固有値や対応する熱核の漸近挙動に空間の幾何に関する情報がどのように反映されるか」に興味があり, 確率論はもちろんのこと関数解析・距離空間の幾何・ポテンシャル論・エルゴード理論・複素関数論など様々な分野の道具を都度必要に応じて学びつつ研究を行っています.

フラクタル上では通常の偏微分概念が意味をなさないため, 自然な「ラプラシアン」をどのようにして定義するべきか (また何を以て「自然」とするべきか) は極めて非自明な問題です. これに答えるには個々のフラクタルの幾何的特性に対する慎重な考察が必要で, 現在でもごく限られた範疇のフラクタルに対してしか満足できる解答は得られていません. 古典的には図 1 のような Euclid 自己相似的フラクタルが主に考えられてきましたが, 近年では様々な統計物理・量子物理モデルから定まるランダムフラクタルも重要な研究対象になっている他, Klein 群 (Riemann 球面上の Möbius 変換のなす離散群) の極限集合 (例えば図 2 のもの) や複素力学系の Julia 集合など, 等角写像による歪みを許す形の自己相似性しか持たないフラクタルも研究対象とすることが徐々に可能になりつつあります.

志願者に期待すること 最低限の予備知識として, 測度論とそれに基づく確率論 (具体的には舟木直久著「確率論」(朝倉出版)の内容程度), および初歩的な関数解析 (Banach 空間上の有界線型作用素に関する基本事項, 弱位相や汎弱位相の取り扱いなど) が身に付いていることが求められます. ただしより根本的には学部 1~2 回生の頃に学んだ微分積分・線型代数・位相空間論に対する深い理解こそが何より必要ですので, 自分の理解が不十分だと思う方はまず微分積分・線型代数・位相空間論の標準的な教科書を 1 冊ずつ選んでそれらを隅々まで完璧に理解するよう努めて下さい.



(a) Sierpiński gasket (b) Sierpiński carpet (a) Apollonian gasket (b) 真円 Sierpiński carpet

図 1: Euclid 自己相似的フラクタル 図 2: Klein 群の極限集合である円詰込フラクタル