

Date: 2013. 12. 18.

タイトル TITLE	保型形式の周期と合同 およびそれに関連する話題		
講演者 NAME	桂田 英典	所属 INSTITUTION	室蘭工業大・工

1変数 Hecke 固有尖点形式 f に対して, \hat{f} をモジュラー群 (Siegel モジュラー群, Hermite モジュラー群等) Γ' に関する重さ l の尖点形式の空間 $S_l(\Gamma')$ へのリフトとする. ここで, 「リフト」というのは $S_l(\Gamma')$ における Hecke 固有形式で, そのある L 関数が f のある L 関数 (例えば $L(s, f)$) を用いて表されるものとする. このとき, 次の問題を考える:

問題 A. \hat{f} と f の周期 (Petersson 内積) の何乗かの比 $\frac{\langle \hat{f}, \hat{f} \rangle}{\langle f, f \rangle^e}$ を f の数論的不変量 (例えば f の L 関数の特殊値) を用いて表せ.

この問題は保型形式論にとってきわめて興味深く重要な問題でこれまでも多くの研究がなされている. 問題 A が肯定的に解決したとき, その数論不変量を適切な方法で正規化するとその値が代数的数となることがしばしば見られる. さて, 2つの性質の異なる2つの Hecke 固有形式の対応する固有値の間にはある素イデアルを法として合同関係があることがしばしば見られる. このような素イデアルを合同を与える素イデアルという. このとき, いくつかの状況証拠を踏まえて次の問題を提出した:

問題 B. \hat{f} と $S_l(\Gamma')$ の Hecke 固有形式でリフトから来ないものとの間の合同を与える素イデアルを問題 A の数論的不変量に現れる素イデアルで特徴づけよ.

本講演者は数年前に, Duke-Imamoglu-Ikeda リフトと呼ばれる Siegel モジュラー形式へのリフトに関して問題 A を解決し (河村尚明氏との共同研究), それにより問題 B を解決した. 本講演では, その後の進展や関連する話題 (N. Dummigan 氏, 伊吹山知義氏, C. Poor 氏, D. S. Yuen 氏との共同研究を含む) について述べる.