

教授 熊谷 隆 (確率論)

複雑な系の上の物理現象の解明を目指して、系の上の確率過程と対応する作用素について研究を進めている。典型例であるフラクタルに関しては、熱核の精密な評価、大偏差原理の研究を行い、対応する二次形式の定める関数空間の理論を構築するなど、フラクタル上の確率過程論・調和解析学の基礎を固める研究を行ってきた。また、当該分野の重要な未解決問題の一つであった、シェルピンスキーカーペット上のブラウン運動の一意性を証明した [1]。

フラクタル上の拡散過程は、劣拡散的である、すなわちユークリッド空間のブラウン運動に比べて、拡散のオーダーが小さい (拡散が遅い)。では、確率過程のこのような性質は摂動安定性を持つであろうか? 熱核が上下からガウス型評価を持つ拡散過程については、安定性の問題は古くから研究され、対応する作用素に多少の摂動を加えても大域的な挙動に大きな変化が現れないことが知られている。私は、一般の測度つき距離空間において、熱核が劣ガウス型の評価を持つことと、ある種の放物型ハルナック不等式が成り立つことが同値であり、さらにいくつかの関数不等式とも同値であることを示した。これは、劣ガウス型熱核評価の安定性を意味する。さらに、このような評価が空間の quasi-isometric な変形で保たれるという安定性の理論を構築し、この理論を発展させることにより、相転移を持つ確率モデルの熱伝導の研究やスケール極限の研究を推し進めている ([2,3] 等)。その成果の一つとして、統計力学の基礎モデルであるパーコレーションクラスターの、臨界確率における熱伝導についての数理論理学者の予想 (アレキサンダー・オーバハ予想) を、いくつかの具体例で肯定的に解決した。また、二次元一様全域木上のランダムウォークのスケール極限が、全域木のスケール極限 (Schramm (2000) の解析した空間) 上のブラウン運動に収束することを示し、極限空間の上の熱伝導を解析した [2]。複雑な系の上の確率過程の研究の流れは、講義録 [B1] にまとめられている。

複雑な系の上の確率過程の研究を通じて、離散グラフ上のマルコフ連鎖の理論や飛躍型確率過程論に新たな方向性を与える研究も精力的に進めている。前者については、有限グラフ上のマルコフ連鎖における混合時間のカットオフ現象の解析を行い ([4] 等)、後者については、ハルナック不等式や熱核評価の安定性の理論を測度つき距離空間における飛躍型確率過程に発展させている ([6,7,9] 等)。また、時間変更の観点から分数冪拡散方程式の異常拡散現象の解析を進めている ([5] 等)。飛躍型確率過程の調和解析では、従来の解析学の手法が適用できない状況が多く、熱核評価に関する研究は限定的であった。上記研究では、確率論的手法と実解析学的手法を融合することによりこれらの困難を乗り越え、安定過程型確率過程の熱核の精密な評価を行い、その一般化を行っている。さらに最近では、安定性理論を長距離相関を持つランダム媒質のスケール極限や熱核評価の評価に応用する研究も進めている ([8,10] 等)。

[1] Uniqueness of Brownian motion on Sierpinski carpets, J. European Math. Soc. **12** (2010), no. 3, 655–701. (with M.T. Barlow, R.F. Bass and A. Teplyaev)

[2] Subsequential scaling limits of simple random walk on the two-dimensional uniform

- spanning tree, *Ann. Probab.* **45** (2017), no. 1, 4–55. (with M.T. Barlow and D.A. Croydon)
- [3] Time-changes of stochastic processes associated with resistance forms, *Electron. J. Probab.* **22** (2017), no. 82, 1–41. (with D.A. Croydon and B.M. Hambly)
- [4] Cutoff for lamplighter chains on fractals, *Electron. J. Probab.* **23** (2018), no. 73, 1–21. (with A. Dembo and C. Nakamura)
- [5] Time fractional Poisson equations: Representations and estimates, *J. Func. Anal.* **278** (2020), no. 2, 108311, 48 pp. (with Z.-Q. Chen, P. Kim and J. Wang)
- [6] Stability of parabolic Harnack inequalities for symmetric non-local Dirichlet forms, *J. European Math. Soc.* **22** (2020), no. 11, 3747–3803. (with Z.-Q. Chen and J. Wang)
- [7] Heat kernel estimates and parabolic Harnack inequalities for symmetric Dirichlet forms, *Adv. Math.* **374** (2020), 107269. (with Z.-Q. Chen and J. Wang)
- [8] Random conductance models with stable-like jumps: heat kernel estimates and Harnack inequalities, *J. Func. Anal.* **279** (2020), no. 7, 108656, 51 pp. (with X. Chen and J. Wang)
- [9] Stability of heat kernel estimates for symmetric jump processes on metric measure spaces, *Memoirs Amer. Math. Soc.*, to appear. (with Z.-Q. Chen and J. Wang)
- [10] Quenched invariance principle for a class of random conductance models with long-range jumps, *Probab. Theory Relat. Fields*, to appear. (With M. Biskup, X. Chen and J. Wang).
- [B] 確率論, 共立出版, 2003.
- [B1] Random Walks on Disordered Media and their Scaling Limits. *Lect. Notes in Math.* **2101**, École d’Été de Probabilités de Saint-Flour XL–2010. Springer, New York, (2014).