

教授 荒川 知幸 (表現論)

主に理論物理などに現れる無限次元代数の表現論を研究している。特にアフィン Kac-Moody 代数や Virasoro 代数などの無限次元 Lie 環, その仲間である W 代数の表現を中心に研究している。また、これらの代数系を統一的に扱う枠組みである頂点代数の理論やその応用も研究の対象である。

頂点代数は本来物理学における二次元の共形場理論を代数的に定式化する枠組みとして導入されたが、最近に頂点代数と高次元の場の理論との新しい関係が最近次々と明らかになり、物理学者・数学者双方にとってホットなテーマになっている。このような最近の進展において、最も重要な役割を果たしている代数系の一つが W 代数である。さらに、Gaiitsgory 等の仕事により急速に進展している (量子) 幾何学的 Langlands 対応においても、 W 代数は本質的な役割を果たすことが明らかになってきた。

一方、 W 代数に関しては未だ多くの未解決問題が存在し、そのことが W 代数の応用を著しく困難にしてきた。しかし、今世紀に入ってから、我々が得た結果 [1–4] などにより、 W 代数の理解と格段に進んだ。さらに最近得た Thomas Creutzig と Andrew Linshaw との共同研究の結果 [7] が加わり、少なくとも主冪零軌道に付随する W 代数に関しては応用段階に入ったと言えることができる。さらに A 型の全ての冪零軌道と DE 型の副正則冪零軌道に付随する例外 W 代数の有理性を証明することにも成功した ([9])。

一方、(全く別の動機で行った) Anne Moreau との共同研究 [5] の結果を受け、物理学者 Beem-Rastelli は、我々が随伴多様体と呼ぶ頂点代数の不変量が、素粒子論における $4D/2D$ 双対性において四次元の $N = 2$ 超対称性超共型場理論のヒッグス枝として現れるという、驚くべき関係を明らかにした。これを受け、[6] では川節和哉と共に擬平滑頂点代数の概念を導入し、四次元の $N = 2$ 超対称性超共型場理論のシューア指数が保型性を持つことを示した。続いて、論文 [10] では、四次元理論におけるクラス S 理論に対応する頂点代数を構成することに成功し、さらに Braverman-Finkelberg-中島によってその存在が証明された、Moore-立川シンプレクティック多様体との関係を明らかにした。

また、論文 [8] では、Gaiitsgory によって予想されていた、量子幾何学的 Langlands 対応の証明において本質的な役割を果たす W 代数の表現の間の双対性を、Edward Frenkel との共同研究によって確立した。

- [1] Representation Theory of Superconformal Algebras and the Kac-Roan-Wakimoto Conjecture, *Duke Math. J.*, Vol. 130 (2005), No. 3, 435-478.
- [2] Representation Theory of W -Algebras, *Invent. Math.*, Vol. 169 (2007), no. 2, 219–320.

- [3] Rationality of W-algebras; principal nilpotent cases, *Ann. Math.*, 182 (2015), 565-604.
- [4] Rationality of admissible affine vertex algebras in the category \mathcal{O} , *Duke Math. J.*, Vol.165, No.1 (2016), 67-93.
- [5] (with A. Moreau) Joseph ideals and lisse minimal W-algebras, *J. Inst. Math. Jussieu*, 17 (2018), no. 2, 397–417.
- [6] (with K. Kawasetsu) Quasi-lisse vertex algebras and modular linear differential equations, In: V. G. Kac, V. L. Popov (eds.), *Lie Groups, Geometry, and Representation Theory, A Tribute to the Life and Work of Bertram Kostant*, Progr. Math., 326, 41–57, Birkhauser, 2018.
- [7] (with T. Creutzig and A. Linshaw) W-algebras as coset vertex algebras, *Invent. Math.*, October 2019, Volume 218, Issue 1, pp 145–195.
- [8] (with E. Frenkel) Quantum Langlands duality of representations of W-algebras, *Compos. Math.*, Volume 155, Issue 12, December 2019, 2235-2262.
- [9] (with J. van Ekeren) Rationality and Fusion Rules of Exceptional W-Algebras, to appear in *J. Eur. Math. Soc.*
- [10] Chiral algebras of class \mathcal{S} and Moore-Tachikawa symplectic varieties, arXiv:1811.01577 [math.RT].