

教授 並河良典 (代数幾何学)

標準束が自明な代数多様体を研究してきた。コンパクトな対象はカラビ-ヤウ多様体と呼ばれ、代数多様体の分類理論の中では、ファノ多様体とともに重要な対象である。またミラー対称性は、カラビ-ヤウ多様体に新しい知見を与えた。さらに、複素シンプレクティック構造を持ったコンパクトケーラー多様体は、超ケーラー多様体と呼ばれ豊かな構造を持つ。一方、コンパクトではない対象で、やはり複素シンプレクティック構造を持ったものは、幾何学的表現論を展開する上で欠かせない。複素半単純リー環のべき零軌道（またはその閉包）、簞多様体、トーリック超ケーラー多様体、シンプレクティック商特異点などがその典型である。こうした代数多様体で特異点を持ったものを、双有理幾何、変形理論、特異点理論の観点から研究してきた。研究対象は、おおまかに3つに分かれる。

(i) 3次元カラビ-ヤウ多様体: 極小モデルの立場からは、 \mathbf{Q} -分解的末端特異点を持ったものが自然な対象である。[1]では、 \mathbf{Q} -分解的末端特異点をもつ3次元カラビ-ヤウ多様体が非特異カラビ-ヤウ多様体に変形できることを証明した。また[2]では正規交差型多様体の対数変形を用いて、スムージングによって非特異カラビ-ヤウ多様体の構成をおこなった。

(ii) 複素シンプレクティック多様体 (コンパクトな場合): 複素シンプレクティック多様体の概念を、標準特異点を持ったものにまで拡張して、その変形理論を研究した([3])。さらに、 \mathbf{Q} -分解的末端特異点を持つ複素シンプレクティック多様体に対して、周期写像を定義して、局所トレリ型定理を証明した。一方、非特異な複素シンプレクティック多様体に対しては、(双有理的)大域的トレリ型定理が成り立つことが、かなりの間、未解決であったが、その反例を与えた([4])。

(iii) 複素シンプレクティック多様体 (非コンパクトな場合): 正規アファイン代数多様体で、有理特異点のみを持ち、非特異部分上にシンプレクティック型式が存在するものを、シンプレクティック特異点と呼ぶ。知られているシンプレクティック特異点はすべて良い \mathbf{C}^* -作用を持っており、錐的シンプレクティック特異点とよばれるものになる。錐的シンプレクティック特異点はコンパクトではないので、通常の変形ではなくポアソン変形を考える必要がある。論文[5]ではポアソン変形の一般論を構築し、論文[6]では、錐的シンプレクティック特異点のポアソン変形が障害を持たないことを証明した。その応用として、錐的シンプレクティック特異点がシンプレクティック特異点解消を持つことと、ポアソン変形によってスムージングできることは同値になる。[7]では複素半単純リー環のべき零軌道の閉包の相異なるシンプレクティック特異点解消どうしが(一般化された)向井フロップでつながることを、シンプレ

クティック特異点解消の普遍ポアソン変形を用いて示した。[6], [7] は, 双有理幾何とポアソン変形の間には密接な関係があることを示唆している。これを, はっきりとした形で定式化したのが [8] である。[9], [10] ではベキ零錘, ベキ零軌道の閉包を錐的シンプレクティック特異点のなかで特徴付けた。さらに [11], [12] では, ベキ零軌道の普遍被覆に付随したシンプレクティック特異点の \mathbf{Q} -分解的端末化の具体的構成と, 相異なる \mathbf{Q} -分解的端末化の個数を求めた。

文献

- [1] Namikawa, Y.; Steenbrink, J. H. M.: Global smoothing of Calabi-Yau threefolds. *Invent. Math.* **122** (1995), no. 2, 403 - 419.
- [2] Kawamata, Y.; Namikawa, Y.: Logarithmic deformations of normal crossing varieties and smoothing of degenerate Calabi-Yau varieties. *Invent. Math.* **118** (1994), no. 3, 395 - 409.
- [3] Namikawa, Y.: Deformation theory of singular symplectic n-folds. *Math. Ann.* **319** (2001), no. 3, 597 - 623.
- [4] Namikawa, Y.: Counter-example to global Torelli problem for irreducible symplectic manifolds. *Math. Ann.* **324** (2002), no. 4, 841 - 845.
- [5] Namikawa, Y.: Flops and Poisson deformations of symplectic varieties. *Publ. Res. Inst. Math. Sci.* **44** (2008), no. 2, 259 - 314.
- [6] Namikawa, Y.: Poisson deformations of affine symplectic varieties. *Duke Math. J.* **156** (2011), no. 1, 51 - 85.
- [7] Namikawa, Y.: Birational geometry and deformations of nilpotent orbits. *Duke Math. J.* **143** (2008), no. 2, 375 - 405.
- [8] Namikawa, Y.: Poisson deformations and birational geometry. *J. Math. Sci. Univ. Tokyo* **22** (2015), no. 1, 339 - 359
- [9] Namikawa, Y.: On the structure of homogeneous symplectic varieties of complete intersection. *Invent. Math.* **193** (2013), no. 1, 159 - 185.
- [10] Namikawa, Y.: A characterization of nilpotent orbit closures among symplectic singularities. *Math. Ann.* **370** (2018), no. 1-2, 811 - 818.
- [11] Namikawa, Y.: Birational geometry for the covering of a nilpotent orbit closure. *Selecta Math.* **28** (2022), No. 75, 59 pp.
- [12] Namikawa, Y.: Birational geometry for the covering of a nilpotent orbit closure II. *J. Algebra* **600** (2022), 152-194
- [B 1] 並河良典: 複素代数多様体, -正則シンプレクティック構造からの視点-, サイエンス社 (2021), 168 pages

[B 2] 並河良典: 複素シンプレクティック代数多様体, -特異点とその変形-,
サイエンス社 (2021), 180 pages