

准教授 磯野 優介（作用素環論, エルゴード理論）

私は von Neumann 環とエルゴード理論の関わりについて研究している。

まず作用素環とは、ヒルベルト空間上の有界線形作用素全体のなす環の部分環の事であり、考える位相の違いにより C^* 環と von Neumann 環がある。元々は von Neumann が量子力学を数学的に正しく定式化する際に現れた副産物であるが、数学・物理両方の面から興味深い対象であったため、現在においてもなお数学・物理両方の側面から研究が行われている。数学的にはエルゴード理論や群の表現論と関係が深く、また A. Connes の非可換幾何学、G. Kasparov の KK 理論、V. Jones の部分因子環論、D. Voiculescu の自由確率論、S. Popa の deformation/rigidity 理論など、多くの重要な理論が後に発展した。

私は deformation/rigidity 理論で研究を行っている。これは主として「離散群の測度空間への作用」から構成する von Neumann 環を研究する理論であり、エルゴード理論とは密接に関係している。古典的なエルゴード理論では群として整数を用いるが、この理論ではより複雑な群を考える。例えば S. Popa の著名な剛性定理は、Kazhdan の性質 T を持つ離散群によるベルヌーイシフト作用が軌道同型に関する剛性を持つ、というものである。これは他の任意の群作用と軌道同型ならば、群作用そのものが同型になるという意味であり、要するに弱い同型が勝手に強い同型になるという定理である。これは整数では絶対に起きない現象であり、非常に興味深い。

下の論文リストのうち、[1] から [6] は、deformation/rigidity 理論を用いて von Neumann 環の構造を調べた論文である。[1,2] では（作用素環的）量子群から作る von Neumann 環に対して deformation/rigidity 理論が適用出来る事を示した。特に重要な例である、自由量子群を対象に含める事が出来た。[3,5] では、富田・竹崎理論を用いた deformation/rigidity 理論の展開に成功した。特に [5] は私の論文の中で最も良い結果で、富田・竹崎理論を経由する事で初めて得られるタイプの剛性定理を証明した。[7] から [9] はエルゴード理論に関連する論文である。[7,9] は deformation/rigidity 理論を用いてエルゴード理論に関する結果を出した。[8] はガウス作用を拡張してより広いクラスの群作用を構成する論文であり、von Neumann 環そのものはあまり出てこないが、関連した内容ではある。最後に [10] は他とは趣が異なるが、このように広い意味で von Neumann 環が現れる現象には興味がある。

- [1] Examples of factors which have no Cartan subalgebras. Trans. Amer. Math. Soc. **367** (2015), 7917–7937.
- [2] Some prime factorization results for free quantum group factors. J. Reine Angew. Math. **722** (2017), 215–250.
- [3] (with C. Houdayer) Unique prime factorization and bicentralizer problem for a class of type III factors. Adv. Math. **305** (2017), 402–455.

- [4] On fundamental groups of tensor product II_1 factors. *J. Inst. Math. Jussieu* **19** (2020), no. 4, 1121–1139.
- [5] Unitary conjugacy for type III subfactors and W^* -superrigidity. *J. Eur. Math. Soc. (JEMS)* **24** (2022), 1679–1721.
- [6] (with A. Marrakchi) Tensor product decompositions and rigidity of full factors. Preprint 2019, to appear in *Ann. Sci. Éc. Norm. Supér.*
- [7] (with C. Houdayer) Bi-exact groups, strongly ergodic actions and group measure space type III factors with no central sequence. *Comm. Math. Phys.* **348** (2016), 991–1015.
- [8] (with Y. Arano and A. Marrakchi) Ergodic theory of affine isometric actions on Hilbert spaces. *Geom. Funct. Anal.* **31** (2021), 1013–1094.
- [9] (with K. Hasegawa and T. Kanda) Boundary and rigidity of nonsingular Bernoulli actions. *Comm. Math. Phys.* **389** (2022), 977–1008.
- [10] (with M. Caspers and M. Wasilewski) L_2 -cohomology, derivations and quantum Markov semi-groups on q -Gaussian algebras. *Int. Math. Res. Not. IMRN* **2021**, 6405–6441.