

講師 岸本 展（偏微分方程式の研究）

非線形偏微分方程式，特に分散型と呼ばれるクラスの発展方程式（非線形シュレディンガー方程式，KdV 方程式等が含まれる）について，調和解析・実解析的手法に基づいて初期値問題の適切性（解の存在と一意性，初期値の変動に対する安定性）や，線形解への漸近・有限時間爆発といった解の時間大域的性質等を研究している。

線形分散型方程式の発展作用素は，放物型方程式ほど顕著ではないが，その分散性（異なる周波数の波が異なる速度で伝播する性質）に由来する平滑化効果を持ち，これは非線形方程式を解析する際に重要な道具となる。1990年代に登場したフーリエ制限ノルム法は，この種の平滑化効果を捉える新たな手法として注目され，概保存則や U^p-V^p 型関数空間など関連する理論の発展と共に非線形分散型方程式の研究を飛躍的に進展させた。現在までに，これらの手法による種々の方程式の適切性の解明 [2, 4] に加え，方程式の非線形構造を取り入れた精密化 [1]，滑らかでない初期値に対する適切性の破綻 [3, 7]，解の一意性を証明するための一般的な枠組みの整備とその応用 [8, 10] などの研究を行っている。

ここ数年は主として周期境界条件下での初期値問題に取り組んでいる。この場合，方程式の線形部分に由来する時間振動と非線形相互作用により発生する時間振動が相殺しあう「共鳴状態」においては上記のような平滑化効果が期待できないため，その解析が重要となる。共鳴状態の影響が比較的小さいと思われる問題に対しては，組合せ論的なアプローチにより共鳴状態が起こる頻度を評価する試みが単純な分散型方程式に対してなされていたが，これを複雑な共鳴構造を持つ回転流体の方程式の解の構成に応用することに成功した [5]。逆に共鳴状態の影響が無視できない場合，初期値が十分に滑らかであっても（時間について正負両方向に）直ちに特異性が生じたり，あるいは初期値が滑らかでなくても解が（時間正の方向に）滑らかになったりすることを，光ファイバ中のパルスの伝播やプラズマの時間発展といった物理現象のモデルとして用いられている非線形分散型方程式に対して示した [6, 9]。これらは楕円型・放物型方程式の典型的な性質であり，線形の分散型方程式では起こり得ない真に非線形的な現象である。

現在はこのような，分散型方程式の共鳴相互作用に内在する「放物型性」に特に興味を持っている。今はまだ共鳴構造が比較的単純な特定の方程式について個々に調べている段階であるが，今後はその発現メカニズムと解の振る舞いに与える影響の解明や，なるべく一般的な設定の下でそれを解析できる手法の開発に取り組むたいと考えている。

- [1] Well-posedness of the Cauchy problem for the Korteweg-de Vries equation at the critical regularity, *Differential and Integral Equations* 22 (2009), 447-464.
- [2] Local well-posedness for the Zakharov system on multidimensional torus, *Journal d'Analyse Mathématique* 119 (2013), 213-253.

- [3] Remark on the periodic mass critical nonlinear Schrödinger equation, *Proceedings of the American Mathematical Society* 142 (2014), 2649-2660.
- [4] Well-posedness for a quadratic derivative nonlinear Schrödinger system at the critical regularity, *Journal of Functional Analysis* 271 (2016), 747-798. (with M. Ikeda and M. Okamoto)
- [5] Global solvability of the rotating Navier-Stokes equations with fractional Laplacian in a periodic domain, *Mathematische Annalen* 372 (2018), 743-779. (with T. Yoneda)
- [6] Ill-posedness of the third order NLS equation with Raman scattering term, *Mathematical Research Letters* 25 (2018), 1447-1484. (with Y. Tsutsumi)
- [7] A remark on norm inflation for nonlinear Schrödinger equations, *Communications on Pure and Applied Analysis* 18 (2019), 1375-1402.
- [8] Unconditional uniqueness for the periodic modified Benjamin-Ono equation by normal form approach, *International Mathematics Research Notices*, 2021, rnab079, 40pp.
- [9] Well-posedness of the Cauchy problem for the kinetic DNLS on \mathbf{T} , *Journal of Hyperbolic Differential Equations* 20 (2023), 27-75. (with Y. Tsutsumi)
- [10] Unconditional uniqueness of solutions for nonlinear dispersive equations, preprint. arXiv:1911.04349 [math.AP]