

助教 足田辰之 (幾何学的表現論の研究)

Hecke 環や量子群などの代数やその良い表現には標準基底と呼ばれる非常に良い基底を考えることができ、昔から盛んに研究されてきた。Lusztig はアファイン Hecke 環の特別な表現の標準基底に対して Springer 特異点解消上の同変 K 群を用いた解釈を与え、それが正標数の Lie 代数の表現論を統制していることを予想した。[3] では Lusztig による標準基底の特徴付けを Maulik-Okounkov が定義した安定基底の K 理論版を用いて再解釈することにより、Braden-Licata-Proudfoot-Webster の意味でのシンプレクティック双対のデータが与えられたとき、シンプレクティック特異点解消の同変 K 群の標準基底を定義し、それを計算するアルゴリズムを与えた。

[3] ではさらに K 理論的な標準基底の特徴付けの一部が Aganagic-Okounkov によって定義された安定基底の楕円化を用いることで自然に楕円化できることも予想し、トーリックハイパーケーラー多様体の場合に標準基底の楕円化と呼べるものを具体的に構成した。ここで楕円バー対合として定義したものが実際に対合になっていることは一般には基本的な問題として残っていたが、最近の研究で旗多様体の場合には Okounkov によって導入された非アーベルな stable envelope を用いることによって楕円バー対合を対合であることが明らかな別の方法で定義することができることを示した。またこの新しい定義が以前の定義と一致することを証明するために、より一般の状況で通常の stable envelope と非アーベルな stable envelope の可換性を示した。これにより以前の定義に関する基本的な問題は、1 点に対する非アーベルな stable envelope に関する非自明な予想に帰着されることが分かった。

標準基底の理論を楕円化するにあたって大きな障害になるものとして、 K 理論の場合の特徴付けのうち、とあるパラメータを無限大に飛ばした時の挙動を指定する条件を安直に楕円化しても良い結果が得られないというものがある。従って標準基底の理論を楕円化するにあたってはこの条件を全く別のものに取り替える必要がある。現在準備中の研究では楕円標準基底は K 理論的な標準基底の壁越えの様子から定まる q 差分方程式を満たすこと、楕円安定基底を楕円標準基底で展開した時の係数がシンプレクティック双対の楕円標準基底になることなどの条件を課すことによって、Grassmann 多様体 $\text{Gr}(2, 4)$ の余接束とそのシンプレクティック双対といったトーリックでない例に対する楕円標準基底と考えられるものを正規化の不定性を除いて具体的に決定している。

また最近の研究では旗多様体の場合の楕円標準基底を楕円量子群の作用を用いて特徴付けることを目標に、作用すべき楕円量子群やその上のバー対合などを構成した。この楕円量子群を旗多様体のコホモロジーに自然に作用させ、

楕円標準基底との関係を調べることは今後の重要な課題である。

- [1] Affine Springer fibers of type A and combinatorics of diagonal coinvariants, *Adv. Math.*, **263** (2014), 88–122.
- [2] An algebro-geometric realization of the cohomology ring of Hilbert scheme of points in the affine plane, *Int. Math. Res. Not.* (2016).
- [3] Elliptic canonical bases for toric hyper-Kahler manifolds, arXiv:2003.03573.