

助教 荒川研資 (ホモトピー論・高次圏論)

最近（大学院生の時から今に至るまで）は、高次圏論 ($(\infty, 1)$ 圏論や $(\infty, 2)$ 圏論) と、その応用を、**局所化**の視点から研究してきた。

局所化とは圏の射を機械的に可逆にする操作である。21 世紀の高次圏論の大きな一つの発見は、多くの高次圏が、より簡単な（往々にして高次でない）圏の局所化として記述できるということである。この事実から、次の疑問が自然に浮かぶ：

- (1) 与えられた高次圏が、他の（高次）圏の局所化であることを示すにはどうすればよいか。
- (2) 与えられた高次圏が、他の（高次）圏の局所化であるとき、そこからどのような情報を抽出できるか。
- (3) 問 (1), (2) の答えを用いて、数学の諸分野で局所化を検出したり、そこから抽出した情報をそれらの分野に還元したりできるか。

私（と共著者）の研究は、これらの間に部分的な答えを与えるものである。問 (1) に関しては、[ACK25b, AC, Ara25] において、経験的に知られていた局所化を検知する技術の仕組みを解明し、その経験則が一般の局所化に対して適用可能であることを示した。問 (2) に関しては、[ACK25b] において、局所化された圏の射の集まりの記述を与えた。問 (3) に関しては、最も意外な応用で言えば、[ACK25b] でグラフ理論に関する未解決問題を解決した。他にも、[Ara26b] で（高次豊穡）オペラッドの 2 つのモデルの同値性を証明したり、[ACK25a] で高次圏への新しいアプローチを提唱したり、[Ara26c] でモデル圏に関する Pavlov の予想を解決したり、その他 [Ara24, Ara26a, ACP25] など、様々な応用の可能性を示してきた。

局所化に関する問題はまだ多数残っており、今後も局所化に関する基礎研究・応用を進めていく。現在特に興味を持っているのは、オペラッドと呼ばれる代数的構造（圏のようなものだが、射が複数個のインプットを持つようなもの）の局所化である。これは今共同研究の最中であり、Batalin–Vilkovisky 形式論や分解代数への応用も見据えている。また、 $(\infty, 2)$ 圏の局所化理論はほぼ手つかずであり、これもとても興味を持っている。圏論・ホモトピー論は諸分野をつなぐ普遍的な言語であるから、これらの分野だけで閉じた話題にならぬよう、積極的に応用の可能性を探していく所存である。

参考文献

- [AC] Kensuke Arakawa and Bastiaan Cnossen, *A short proof of the universality of the relative Rezk nerve*, <https://arxiv.org/abs/2505.14123>, To appear in *Proc. Amer. Math. Soc.*
- [ACK25a] Kensuke Arakawa, Daniel Carranza, and Chris Kapulkin, *Cubical models of ∞ -presheaves and the bousfield-kan formula*, <https://arxiv.org/abs/2511>.

12809, 2025.

- [ACK25b] ———, *Derived mapping spaces of ∞ -categories*, 2025, <https://arxiv.org/abs/2509.10288>, To appear in *Algebr. Geom. Topol.*
- [ACP25] Kensuke Arakawa, Victor Carmona, and Francesca Pratali, *Relative operads model ∞ -operads*, <https://arxiv.org/abs/2512.16374>, 2025.
- [Ara24] Kensuke Arakawa, *A context for manifold calculus*, <https://arxiv.org/abs/2403.03321>, 2024, To appear in *J. Homotopy Relat. Struct.*
- [Ara25] Kensuke Arakawa, *Classification diagrams of simplicial categories*, Cah. Topol. Géom. Différ. Catég. **66** (2025), no. 4, 26–43. MR 4978675
- [Ara26a] ———, *Monoidal relative categories model monoidal ∞ -categories*, J. Pure Appl. Algebra **230** (2026), no. 2, Paper No. 108183, 19. MR 5025269
- [Ara26b] Kensuke Arakawa, *On the equivalence of Brantner’s and Chu–Haugseeng’s approaches to enriched ∞ -operads*, <https://arxiv.org/abs/2603.23019>, 2026.
- [Ara26c] ———, *On the equivalence of two approaches to multiplicative homotopy theories*, <https://arxiv.org/abs/2603.23018>, 2026.