

助教 石川 勝巳 (位相幾何学)

結び目や3次元多様体の不変量に興味を持ち、特にカンドルと呼ばれる代数系や、それを用いて得られる不変量について研究を進めてきた。カンドルは結び目理論と非常に相性が良く、様々な不変量が考案され、(曲面)結び目の研究に応用されてきたが、結び目群に対応する基本カンドルは結び目群とその周辺構造から復元され、カンドルを用いた不変量の多くが群の言葉で書き直されることが知られている。筆者はただカンドルを用いても本質的に新しい不変量は得られないと見ており、カンドルを便利な道具として利用して問題を解決しようとする方向や、カンドルそのものではなくそれを拡張した概念を考えることで新しい不変量を得ようとする試みの方が重要なのではないかと考えている。

[3]では多項式不変量の零点配置に関する予想(Hoste予想)をカンドル彩色の問題に置き換えて力学系的に捉えることにより全ての二橋結び目に対して肯定的に解決したが、[4]では同様の考え方を応用しHoste予想に対する反例を与えた。また、[2]ではカンドルの一般化であるバイカンドルから得られる不変量がカンドルから得られる不変量へ帰着されることを証明した。群の分類空間に対応するカンドル空間に関して、[5]ではその基本群にあたるカンドルの付随群が内部自己同型群の群ホモロジーの言葉で記述されることを示し、[6]ではカンドル空間の或る被覆空間に適切な群作用を定義して拡張カンドル空間との関係を調べることにより、Alexanderカンドルのホモロジーを群ホモロジーのスペクトル系列から帰納的に計算する方法を与えた。[1]では微分多様体上に滑らかなカンドル演算が定義されたものを考え、特にその中で連結かつ推移的なものについて基礎理論の構築を行った。すなわち、その局所構造を構成する要素を明らかにするとともに局所構造と全体構造の関係を示し、低次元の場合に分類を与えた。

群の場合にはLie群の局所構造であるLie環を変形することによって量子群が得られ、これを基に結び目や3次元多様体の多くの不変量が発見された。では、同様の考え方で「量子カンドル」と呼べるようなものは存在するだろうか?現時点では夢のまた夢でしかないが、例えば「量子カンドルコサイクル不変量」が存在するのならば「双曲体積の量子化」を考えることもでき、それはすなわち体積予想などの重要な問題の解決にも繋がるのではないかと期待しているのである。

- [1] *On the classification of smooth quandles*, preprint.
- [2] (with K. Tanaka) *Quandle colorings vs. biquandle colorings*, *Topology Appl.* **345** (2024).
- [3] *Hoste's conjecture for the 2-bridge knots*, *Proc. Amer. Math. Soc.* **147** (2019), 2245–2254.
- [4] (with M. Hirasawa and M. Suzuki) *Alternating knots with Alexander polynomials having un-expected zeros*, *Topology Appl.* **253** (2019), 48–56.
- [5] *Computing the associated groups of quandles with tools from group homology theory*, preprint available at arXiv:2402.15417.
- [6] *Spectral sequences on quandle homology groups*, preprint.
- [7] *Efficient knot invariants from quandles*, to appear in *Osaka J. Math.*
- [8] *Generalization of Galkin quandles and lifting property of dihedral colorings*, preprint.
- [9] (with K. Ichihara, E. Matsudo, and M. Suzuki) *Two-tone colorings and surjective dihedral representations for links*, to appear in *Osaka J. Math.*
- [10] (with T. Morifuji and M. Suzuki) *Twisted Alexander vanishing order of knots*, preprint available at arXiv:2310.10936.